Artigo

O papel da mediação e da intencionalidade em atividades de modelagem matemática

The role of mediation and intentionality in mathematical modelling activities

Rodolfo Eduardo Vertuan[1]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR, Brasil

Adriana Helena Borssoi[2]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR, Brasil

Lourdes Maria Werle de Almeida[3]
Universidade Estadual de Londrina, UEL, Brasil

Resumo

Com o propósito de voltar a atenção ao processo de aprendizagem dos alunos quando envolvidos em atividades de Modelagem Matemática, este texto busca associar aspectos teóricos da Mediação Semiótica, do ponto de vista de Vygotsky, bem como da Intencionalidade como atributo para a aprendizagem. A atividade de Modelagem que analisamos é oriunda de um trabalho de pesquisa desenvolvida com alunos durante um curso de extensão e será analisada tomando elementos dos referenciais teóricos mencionados, a partir de registros escritos dos alunos e de transcrições de diálogos ocorridos durante o desenvolvimento da atividade. Considerando um ambiente de sala de aula com atividades de Modelagem, inferimos que, a mediação leva à intencionalidade e a intencionalidade leva a mediação e é por meio da "interação" desses dois elementos que a internalização de conceitos se torna possível, favorecendo a aprendizagem.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Intencionalidade; Mediação Semiótica.

Abstract

In order to pay attention to the process of learning, when involved in mathematical modelling activities, this text seeks to associate the theoretical aspects of Semiotic Mediation, from the standpoint of Vygotsky, and Intentionality as an attribute to learning. The modelling activity present in the text is derived from a research conducted with students during a course of extension, which will be analyzed by taking elements of the theoretical frameworks mentioned from students' written records and transcripts of conversations that occurred during the activity development. Taking into consideration a classroom environment with modelling activities, we infer that the mediation leads to intentionality and intentionality leads to mediation and it is through the "interaction" of these two elements that the internalization of concepts becomes possible, encouraging learning.

Keywords*:* Mathematical Modelling, Intentionality, Semiotic Mediation.

---

1 Graduado em Matemática, Mestre e Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática e pela Universidade Estadual de Londrina. É professor da UTFPR Câmpus Toledo. E-mail: rodolfovertuan@utfpr.edu.br

2 Doutoranda em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina. É professora da UTFPR Câmpus Londrina. E-mail: adrianaborssoi@utfpr.edu.br

3 Doutora em Engenharia de Produção. É professora associada sênior da UEL, onde atua no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. E-mail: lourdes.maria@sercomtel.com.br

Introdução

As discussões sobre a aprendizagem dos alunos quando envolvidos em atividades de modelagem matemática são recorrentes na literatura e vêm ancoradas em diferentes pressupostos e conjecturas. Almeida e Palharini (2012), Ferri (2007) e Bisognin e Bisognin (2012) são exemplos de trabalhos que tratam dessa temática.

Embora o nosso entendimento seja de que a aprendizagem depende essencialmente da ação do indivíduo que aprende, consideramos que essa ação se dá na interação do indivíduo com outros, sejam eles colegas, o professor, um livro, ou até mesmo “vozes” advindas de experiências anteriores que ecoam em sua mente.

Assim, nessa pesquisa dedicamo-nos a investigar o papel da mediação semiótica na perspectiva de Vygotsky e da intencionalidade para a determinação das ações dos alunos durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

No texto, inicialmente apresentamos nossa compreensão sobre Modelagem Matemática. Noutra seção, apresentamos uma atividade de Modelagem desenvolvida por alunos do Ensino Médio para dar suporte às intervenções teóricas. A mediação semiótica e a internalização de conceitos matemáticos é discutida com base na referida atividade. O que desencadeia a intencionalidade e qual é o seu papel no desenvolvimento da atividade tratamos na sequência.

Para subsidiar as nossas argumentações, usamos registros escritos constantes no relatório entregue por um grupo de alunos, bem como a transcrição de áudios gravados durante o desenvolvimento da atividade. Considerando a natureza dos dados que analisamos, bem como a natureza das inferências que fazemos sobre esses dados, trata-se de uma pesquisa qualitativa.

Modelagem Matemática

A construção de modelos constitui uma prática humana presente em diferentes estágios e circunstâncias da vida das pessoas. Howland, Jonassen e Marra (2011) ao se referirem a essa construção argumentam que

> (...) os seres humanos são construtores naturais de modelos. Desde muito cedo, construímos modelos mentais de tudo o que encontramos no mundo. [...] Estes modelos incluem teorias pessoais sobre o mundo que nos permitem raciocinar sobre as coisas que encontramos (p.192).

Essa prática de construção de modelos ganha importância também no contexto escolar e, em especial, quando este “raciocinar sobre o que encontramos” está associado à aprendizagem que se espera que aconteça em ambientes educacionais.

No âmbito das aulas de Matemática essa construção de modelos pode ser realizada por meio de atividades de Modelagem Matemática. Para caracterizar atividade de Modelagem Matemática nos valemos de Almeida, Silva e Vertuan (2012) que defendem que esta

> (...) pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação

> inicial para a situação final. Nesse sentido, relações entre a realidade[4] (origem da situação inicial) e Matemática (área em que os conceitos e os procedimentos estão ancorados) servem de subsídio para que conhecimentos matemáticos e não matemáticos sejam acionados e/ou produzidos e integrados. A essa situação inicial problemática chamamos situação-problema; à situação final desejada associamos uma representação matemática, um modelo matemático. (p.12)

Um conjunto de ações desencadeadas durante o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem, como: a busca de informações, a identificação e seleção de variáveis, a elaboração de hipóteses, a simplificação, a obtenção de uma representação matemática – um modelo matemático –, a resolução do problema por meio de procedimentos adequados e a análise da solução, que implica numa validação, caracteriza o ambiente de investigação proporcionado pela Modelagem Matemática. Nesse ambiente, tão importante quanto as respostas encontradas para o problema investigado, são as discussões realizadas durante a resolução do problema.

Estruturar aulas de Matemática com Modelagem Matemática significa, segundo Almeida e Brito (2005), tomá-la como uma alternativa pedagógica que possibilita relacionar a matemática escolar com aspectos extramatemáticos. Trata-se, portanto, de uma "maneira" de conduzir as atividades em aulas de Matemática.

No âmbito da Educação Matemática, a Modelagem Matemática é adotada levando em conta diferentes perspectivas, de acordo com a finalidade para os ambientes educacionais. Kaiser e Sriraman (2006) nomeiam as seguintes perspectivas: realística, contextual, sócio-crítica, epistemológica, cognitivista e educacional. Para os propósitos dessa investigação, tanto a perspectiva educacional como a cognitivista é contemplada.

Entendemos que a perspectiva cognitivista está relacionada à perspectiva educacional, especialmente se considerarmos que o interesse, nessa última, reside na investigação dos processos cognitivos individuais dos alunos envolvidos nas atividades, bem como identificar barreiras matemáticas, psicológicas ou cognitivas relacionadas com a aprendizagem quando os alunos desenvolvem atividades de Modelagem Matemática.

Dentre as características de uma atividade de Modelagem Matemática está a externalização de modelos mentais dos alunos, que são artefatos cognitivos a partir dos quais o professor pode agir no sentido de realizar a mediação no processo de significação/ressignificação dos alunos.

Com o intuito de considerar as implicações da mediação semiótica e da intencionalidade para a aprendizagem dos alunos ao envolverem-se com atividades de modelagem, inicialmente apresentamos a situação para a qual olharemos ao tecer nossas considerações. Trata-se de um estudo sobre a doação de órgãos.

Os dados coletados para esse estudo constituem-se dos áudios das falas dos alunos no decorrer do desenvolvimento das atividades de Modelagem, dos registros escritos produzidos nas resoluções e das anotações do diário de campo do pesquisador. Utilizamos para essa coleta três instrumentos: gravadores de áudio, fotocópias feitas semanalmente do material escrito produzido pelos alunos nos encontros e notas de

4 Foge aos propósitos deste texto uma discussão sobre o que é "realidade".

campo elaboradas pelo professor-pesquisador. O conjunto desses dados foi analisado a partir do referencial teórico adotado e visando investigar o papel da mediação semiótica e da intencionalidade para a determinação das ações dos alunos durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

A Atividade de Modelagem Matemática

A atividade de Modelagem Matemática que apresentamos foi desenvolvida por um grupo de cinco alunos, um deles do primeiro semestre de um curso de Licenciatura em Matemática e os demais do segundo ano do Ensino Médio. Os quatro alunos do Ensino Médio que integravam o grupo eram amigos e, por isso, tinham certa afinidade. O aluno da licenciatura, desenvolto, não teve problema algum de adaptação junto ao grupo. Dentre os alunos desse grupo, um deles (denominado mais à frente por R1) era considerado "um líder" pelos demais, mesmo que de modo inconsciente. Isso fica evidente quando, nas discussões do grupo, todos se referiam a ele como se buscassem uma aprovação, por exemplo.

Os dados apresentados nesse estudo foram obtidos durante um curso de extensão extracurricular de Modelagem Matemática ministrado por um dos autores desse texto em uma universidade pública. O curso durou cerca de quatro meses e a atividade que utilizamos nesse trabalho, referente à doação de órgãos, foi realizada no segundo e terceiro encontros, compreendendo cerca de quatro horas.

A realização do curso se deu segundo indicação de Almeida, Silva e Vertuan (2012) no que se refere à familiarização dos estudantes com a Modelagem. A atividade diz respeito ao segundo momento da Modelagem e neste caso

> (...) uma situação problema é sugerida pelo professor aos alunos e esses, divididos em grupos, complementam a coleta de informações para a investigação da situação e realizam a definição de variáveis e a formulação de hipóteses simplificadoras, a obtenção e validação do modelo matemático e seu uso para a análise da situação. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.26).

A situação-problema da atividade que analisamos diz respeito à doação de órgãos. Embora proposta pelo professor, a escolha se deu diante de uma sondagem sobre o interesse dos alunos realizada no primeiro dia do curso.

A atividade foi desenvolvida em dois encontros de quatro horas. No primeiro, o professor entregou aos grupos matérias de jornais e revistas (impressas e *on-line*) que discutiam o tema sob diferentes perspectivas, desde aquelas vinculadas à igreja, passando por aquelas relacionadas às pesquisas sobre doação de órgãos via eutanásia, até aquelas sob o ponto de vista dos transplantados com sucesso. Algumas dessas matérias continham informações numéricas sobre doação de órgãos que poderiam conduzir a distintos problemas cuja resposta poderia ser dada em termos matemáticos. Dentre estes possíveis problemas, os alunos elaboraram três questões:

1) Como pode ser descrita a quantidade de transplantados no estado de São Paulo em comparação ao Brasil, no período entre 2003 e 2009?
2) Qual o número de transplantes que poderá ser realizado com sucesso no Brasil a partir de 2010, considerando os números dos últimos anos?

3) Considerando as estatísticas de doação de órgãos no Brasil, o que se pode dizer sobre as idades dos doadores? Para qual idade o número de doadores é maior?

A elaboração dessas questões proporcionou discussões importantes sobre a caracterização de uma atividade de Modelagem Matemática, principalmente no que tange aos tipos de questões que podem conduzir a uma investigação matemática, com diferentes possibilidades de resolução. Dentre as questões elaboradas a turma decidiu investigar a terceira, considerando a tabela referente ao estado de São Paulo como representativo da situação do número de doadores como um todo – premissa assumida pelos alunos de modo "natural". A tabela tratava da idade das pessoas doadoras de órgãos, de acordo com faixa etária, no estado de São Paulo (Tabela 1).

Tabela 1 - Faixa etária dos doadores de órgãos no estado de São Paulo

Faixa etária	<01	01-05	06-10	11-17	18-34	35-49	50-64	65-79	>80
Nº de doadores	0	10	8	25	118	158	119	31	2

Fonte: http://www.abto.org.br/abtov02/portugues/populacao/rbt/anoXVI_n2/index.aspx?idCategoria=2

Os grupos trabalharam com a mesma situação e embora dois deles tivessem apresentado resoluções parecidas, focaremos nossa atenção na resolução de um terceiro grupo. Este, a partir de uma simplificação na Tabela 1 (Figura 1) e de uma representação gráfica correspondente à nova tabela (Figura 2), optou por um ajuste de curvas utilizando uma função polinomial do segundo grau para isso. A escolha pela função polinomial do segundo grau decorreu do conhecimento desses alunos sobre características desse tipo de função e foi fundamentada na representação gráfica construída por eles (Figura 2).

Figura 1 - Simplificação da Tabela 1

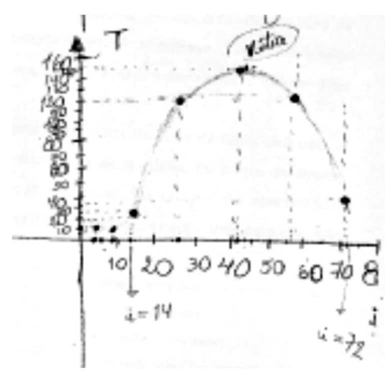
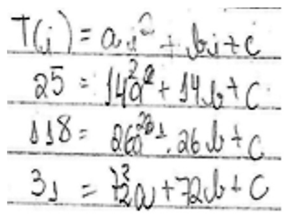


Figura 2 - Representação gráfica construída pelos alunos

Para encontrar os parâmetros de uma função quadrática que se ajustasse aos valores da tabela, os alunos consideraram a expressão geral $f(x) = ax^2 + bx + c$ e três dentre os pares ordenados da tabela. Discussões em torno de quais três pontos considerar foram realizadas, mas sem nenhuma fundamentação. Decidiram pelos pares (26,118), (42,158) e (72,31), com os quais escreveram o seguinte sistema linear para determinar os valores dos coeficientes a, b e c.



Fonte: Registro escrito dos alunos na atividade

Figura 3 - Sistema linear na situação doação de órgãos

Em seguida, com vistas a resolver o sistema linear, fez-se necessária a intervenção do professor para apresentar (ou relembrar no caso de alguns) dois métodos de resolução de sistemas lineares: a Regra de Cramer e o método de Eliminação de Gauss. A explicação foi realizada para todos os alunos participantes do curso. O grupo em questão nesse trabalho, por sua vez, decidiu utilizar a Regra de Cramer, talvez por ter sido um assunto estudado há pouco pela maioria deles, nas aulas regulares de Matemática do Ensino Médio.

Obtiveram por meio da resolução de um sistema linear com três equações e três incógnitas (os coeficientes numéricos da função polinomial) o seguinte modelo para a situação:

$$T(i) = -0{,}167^2 + 14{,}4i - 144 \quad \text{para} \quad i \in R / 14 \leq i \leq 72 \qquad (1)$$

A partir do modelo (1), o grupo de alunos deduziu a fórmula para obtenção do *x* do vértice de uma parábola e encontraram a resposta para a segunda parte do problema inicial: segundo este modelo, 43 anos é a idade para a qual há maior número de doadores de órgãos no país (Figura 4).

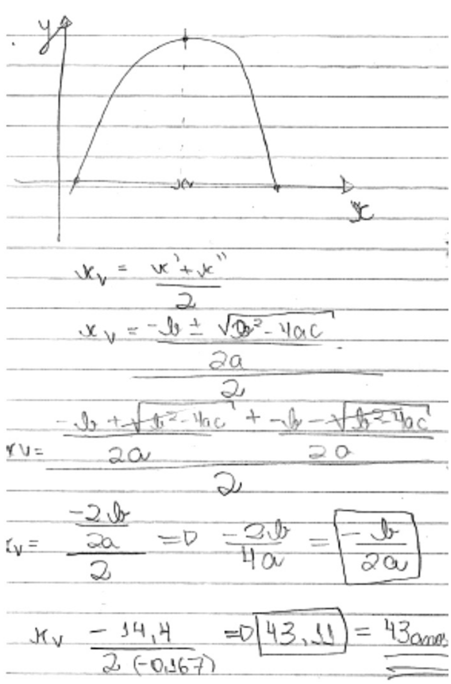


Figura 4 - Dedução da fórmula para obtenção do x do vértice de uma parábola.

Por meio do breve relato da resolução, feito com base nos registros escritos do grupo de alunos, poderíamos até inferir como se deu todo o processo pelo qual passou o grupo. No entanto, tal inferência não leva em conta os diálogos dos alunos, a intervenção do professor e dos outros alunos, assim como a influência desses registros sobre os percursos adotados pelos sujeitos para resolver o problema. Para compreender como se dá a internalização[5] dos conteúdos e estratégias, bem como a intervenção em uma atividade de Modelagem, complementamos os registros escritos com o áudio das resoluções e utilizamos a ideia de "mediação semiótica" de Vygotsky.

Mediação Semiótica e a internalização dos conceitos matemáticos na atividade

Muitas vezes, em sala de aula, pode haver uma valorização do registro escrito dos alunos em detrimento das discussões que os levaram à produção deste registro. Em contrapartida, assim como na atividade de Modelagem apresentada, pouco se compreende sobre os percursos dos alunos e sobre a influência do professor, dos demais alunos e dos signos na escolha por tais percursos, quando se leva em consideração apenas o registro escrito.

Ao observarmos o registro do aluno (Figura 4) podemos inferir, ou que foi o professor quem deduziu a fórmula utilizada para obter o x do vértice de uma função polinomial do segundo grau, cabendo ao aluno copiar a dedução, ou ainda, que foi o aluno mesmo quem fez tal dedução. Em ambos os casos, todavia, para inferir se (e como) o aluno internalizou essa informação é necessário conhecer, além do registro escrito, como os envolvidos no processo lidaram com a situação e que meios utilizaram para isso. Em outras palavras, faz-se conveniente investigar como a mediação semiótica, na perspectiva vygotskyana, interveio na atividade de Modelagem Matemática e na internalização dos conteúdos matemáticos e das estratégias de resolução. Mas por que investigar a mediação semiótica?

Para Vygotsky, tudo que aprendemos, desde o nome dado a determinado conceito matemático, o conceito em si, até as suas diferentes representações, depende de nossas interações, já que os conceitos, inclusive os matemáticos, são, por natureza, construtos sociais, históricos e culturais e, como tal, só podem ser internalizados por meio da interação social, interação esta que é "mediação". Nessa perspectiva, "(...) construir conhecimentos implica numa ação partilhada, já que é através dos outros que as relações entre sujeito e objeto do conhecimento são estabelecidas" (REGO, 2011, p.109).

É por meio de elementos de mediação que um sujeito internaliza conceitos, atividades e comportamentos sócio-históricos e culturais. Estes elementos são construídos nas relações humanas e para as relações humanas. É o caso dos instrumentos (elementos que regulam as ações sobre os objetos, tais como um lápis, por exemplo) e dos signos (elementos que regulam as ações sobre os psiquismos das pessoas) – elementos do ambiente humano carregados de significado cultural –. Estes signos têm tanto a função de tornar presente o que é da cultura e está ausente, quanto a função de dirigir a ação dos outros e a própria ação. Para Rivière (1987)

5 Segundo Martins e Branco (2001, p.172), "a internalização refere-se ao processo através do qual sugestões ou conteúdos externos ao indivíduo apresentados por um 'outro social' são trazidos para o domínio intra-psicológico (do pensar e do sentir subjetivos), passando a incorporar-se à subjetividade do indivíduo".

> (...) los *signos*, que son utensílios especiales que median la relación del hombre con los otros y consigo mismo. Pero sucede que la conciencia humana, en su sentido más pleno, es precisamente "contacto social con uno mismo", y por ello tiene una *estructura semiótica*, está constituída por signos, tiene literalmente um origen cultural, y es al mismo tiempo una función instrumental de adaptación. Por eso dice Vygotsky que "el análisis de los signos es el único método adecuado para investigar la conciencia humana". (p.93)

O signo pode ser entendido, portanto, como o instrumento por meio do qual conduzimos nossas ações mentais em direção à solução de um problema ou encaminhamento de uma situação (VERONEZI; DAMASCENO; FERNANDES, 2005). O registro escrito, tal como o da Figura 4, é sim um signo. A palavra, pensada e falada, também o é. A palavra pode ser considerada um signo privilegiado, carregado de significações que foram, aos poucos, constituindo o que o signo é para quem o utiliza. Neste sentido, quando um sujeito utiliza uma palavra num dado contexto, tem nesta palavra muitas "vozes" representadas, ou seja, a palavra é carregada de significações do entorno cultural da pessoa que a utiliza. Isso acontece "(...) exatamente porque um pensamento não tem um equivalente imediato em palavras, a transição do pensamento para a palavra passa pelo significado. [...] A comunicação só pode ocorrer de forma indireta" (VYGOTSKY, 1993 p.129).

A atividade de Modelagem Matemática caracteriza-se como uma atividade essencialmente colaborativa, já que alunos e professor conversam sobre todo o encaminhamento da resolução e sobre os conceitos matemáticos que podem ou não ser utilizados de modo a validar uma estratégia, ressignificar um conceito e resolver um problema. Neste sentido, o ambiente de desenvolvimento de uma atividade de Modelagem pode ser considerado um espaço de interação social em que a palavra falada, o diálogo entre os sujeitos, as registros escritos, são instrumentos necessários para a concretização da atividade. Em termos vygotskyanos, podemos dizer que a atividade de Modelagem Matemática constitui-se um espaço privilegiado de interação social, interação que é mediação semiótica e mediação semiótica que, por sua vez, promove a internalização de instrumentos e signos, a ressignificação e aprendizagem de estratégias e conceitos, assim como o desenvolvimento cognitivo.

Em Modelagem Matemática, ou mesmo em outras atividades de um evento educativo, os alunos devem ter a oportunidade de falar, já que é por meio da exposição de como pensam em relação a determinado assunto que se dará a interação e a mediação. Para Moreira (1999, p. 119), "interação e intercâmbio implicam, necessariamente, que todos os envolvidos no processo ensino-aprendizagem *devam* falar e tenham *oportunidade de falar*".

É por meio da possibilidade de discutir diferentes modos de pensar sobre o problema que distintos encaminhamentos podem ser dados para a resolução. Os signos, ao mesmo tempo em que conferem significado ao percurso do "resolver um problema", ganham significados neste percurso, o que denota que a interação determina o encaminhamento de uma resolução e as consequentes possibilidades de aprendizagem suscitadas pelo problema. Neste sentido, o professor é um importante agente na interação já que dentre os diferentes sujeitos é ele quem já internalizou significados socialmente compartilhados referentes à temática em questão. Para Moreira (1999):

> (...) na interação social que deve caracterizar o ensino, o professor é o participante que já internalizou significados socialmente compartilhados para os materiais educativos do currículo. Em um episódio de ensino, o professor, de alguma maneira, apresenta ao aluno significados socialmente aceitos, no contexto da matéria de ensino, para determinado signo – da Física, da Matemática, da Língua Portuguesa e da Geografia. O aluno deve, então, de alguma maneira, "devolver" ao professor o significado que captou (p.118-119).

Isso nos leva a caracterizar um dos papéis do professor em sala de aula: mediar significados via intervenções que gerem uma ação nos alunos, uma ação que promova sua aprendizagem. Na atividade de Modelagem que apresentamos, foi a partir da intervenção do professor e dos alunos entre si que a hipótese de que uma parábola e não outra curva se ajustaria aos dados, foi adotada. No entanto, elencar esta hipótese não foi tarefa tão imediata (Ver a transcrição do diálogo a seguir[6]). Ela foi possível diante dos conhecimentos prévios dos alunos, do entendimento destes sobre o problema e do julgamento que faziam sobre os possíveis encaminhamentos da resolução.

> *R1: Em relação às idades, o que acontece com os dados conforme a idade aumenta?*
> *R2: Chega uma hora que ela aumenta e depois começa a diminuir.*
> *D: Mas aí tem outros problemas né. Aí depende...*
> *Professor: Ela aumenta e depois diminui?*
> *R2: É.*
> *R1: No meio é uma parábola.*
> *D: Mas aí depende das condições da morte. Imagina, uma pessoa de 80 anos vai... não tem todos os órgãos pra doar.*
> (R2 ri)
> *R1: É quase uma meia senóide.*
> *R3: Não gosto de senóide.*
> *R1: Eu gosto.*
> *R3: É muito louco senóide.*
> [...]
> *R3: Porque pelo que dá pra ver ele segue a ordem de uma senóide, daí o 42 vai ser o ápice que era 58 e a partir deste 58 ele vai começar a decrescer para chegar a ser 19.*
> *R1: Sim, eu pensei nisso também.*
> *R3: Porque tem que chegar à conclusão de que é esse número multiplicado por menos... não, não pode ser menos... por menos alguma coisa...*
> *R1: Não precisa ser necessariamente uma senóide, pode ser uma, uma quadrá..., não!*
> *R3: Não é!*

6 Na transcrição, os nomes dos alunos são substituídos pelas respectivas letras iniciais. Quando dois nomes iniciam com a mesma letra, acrescenta-se os números 1, 2 e 3 de acordo com o aluno que falou primeiro, segundo e terceiro, respectivamente.

R1: Não, não é uma quadrática. Não, porque aqui, no caso, ela tá fazendo só isso, ela vem fazendo assim ó (desenha uma parábola no ar).
R2: Mas ela começa assim ó (desenha no ar).
R3: Ela segue picos, não?
R2: Daí começa a subir e depois começa a descer.
R1: Tá... mas do jeito que eu fiz ela sobe e desce.
R3: Então... tá, mas de qualquer maneira ela vai chegar a um ápice, que provavelmente... Não, mas vai ter que chegar a alguma conclusão, alguma razão. Eu acho que...

No diálogo, os alunos R1, R2 e R3 discutiam, apenas a partir da tabela (Figura 1), se os dados poderiam ser ajustados via uma senóide ou uma parábola. A dúvida dos alunos justificava-se diante do domínio em que realizariam o ajuste. Neste domínio, tanto um gráfico quanto o outro, teriam um valor de *i* (idade) para o qual *T*(*i*) (número de doadores com a idade *i)* seria máximo. Neste contexto, fica evidente que os alunos tinham em mente a segunda parte do problema investigado ("Para que idade o número de doadores é maior?") e, por isso, é que, intencionalmente, procuravam uma matemática que permitisse a resolução desta questão. De todo modo, a intervenção de uma colega do grupo, apoiada pelo professor (uma intervenção, portanto, reforçada), levou os alunos a considerarem um novo signo.

D: Hein, mas como seria o gráfico dessa... Hein, como seria o gráfico dessa...
Professor: Perfeito! Comecem por aí, como seria o gráfico desses pares ordenados. O gráfico pode dar uma ideia do que é esse negócio, de como pode ser esse negócio.
R2: Vamos fazer o gráfico.

A partir da construção do gráfico dos pares ordenados da tabela, os alunos optaram por desconsiderar os valores iniciais e finais – que davam a ideia de senóide – e centrar esforços em modelar, via ajuste de curvas, os dados centrais, os quais continham o valor de *i* para o qual *T*(*i*) é máximo. O gráfico, neste caso, foi um importante signo na definição do encaminhamento a tomar e isso se deu a partir da intervenção da aluna D e da intervenção do professor que aprovou a mediação de D.

No entanto, do ponto de vista educacional, acreditamos que nem toda intervenção é o que podemos chamar de produtiva. No diálogo a seguir, quando R2 e D dizem à R1 *"faz as raízes primeiro*" e "*é, apaga isso!*", intervêm de modo que R1, aquele que no momento conduz a discussão do grupo, pare de realizar a dedução da fórmula do x do vértice, o que já estava para ser concluído (Figura 3).

Professor: Essa fórmula aqui (se referindo à fórmula que determina as raízes da função quadrática) *você tá usando pra representar as duas raízes, como é que você faria pra representar as duas em separado?*
R2: Colocar uma com mais e a outra com menos.
Professor: Então faz isso.
(R1 escreve de forma generalizada)
R2: Faz as raizes primeiro.
D: É, apaga isso!

> (R1 pega a borracha)
> *Professor: Mas precisa? Vamos tentar terminar desse jeito para ver se dá?*
> (R1 decide continuar a dedução)
> *R1: Ah!* (escreve falando alto) *Menos b mais raiz de b ao quadrado menos 4ac.*
> *R2: Este é o x linha!*
> *R1: [...] menos b menos raiz...*
> *R2: Dividido por 2.*
> *R1: Menos 2b [...] Ah!* (empolgado)
> (o grupo ri)
> *R1: Eu lembro. Agora eu quase me lembro. Eu me lembro que era parecido com soma e produto mas não era igual.*
> *D: Dividido por 2a?* (estranhando o cálculo que deveria resultar e 4ª no denominador)
> *R1: Não, não é! É que eu tava empolgado!*
> (o grupo ri)
> *D: "Tava empolgado" foi boa!*
> *R1: [...] menos dois b sobre 4a. Aí simplifica por 2 e dá menos b sobre 2a. Não falei que era o 'x do vértice'?*

Na situação, se não houvesse uma rápida intervenção do professor – "*Mas precisa? Vamos tentar terminar desse jeito pra ver se dá?"* –, a dedução da fórmula para obter o *x* do vértice de uma parábola poderia não acontecer.

Neste caso, em específico, os alunos resolveriam o problema mesmo sem terminar a dedução da fórmula, objetivo este mais do professor que dos alunos no momento – era uma intenção didática que os alunos soubessem deduzir a fórmula quando não a recordassem e estivessem frente a um problema no qual seu uso fosse adequado. Embora entendessem que a média entre as raízes da função possibilitaria o mesmo resultado, não enxergavam relação entre esse raciocínio e a fórmula não recordada (Figura 4).

Neste exemplo, a intervenção do professor possibilitou que os alunos compreendessem como se dá a dedução da fórmula para obter o *x* do vértice da função quadrática e relacionassem esta fórmula com o raciocínio de calcular o *x* do vértice via média aritmética entre as duas raízes da função.

Mas, o que faz uma intervenção ser ou não apropriada? Para Vygotsky (2001, p. 337) "ensinar uma criança o que ela não é capaz de aprender é tão estéril quanto ensiná-la a fazer o que ela já faz sozinha". Neste contexto, uma intervenção apropriada seria aquela a partir da qual um sujeito consegue resolver um problema (realiza uma atividade, compreende um conceito e etc.) para o qual ainda não tinha funções cognitivas suficientemente desenvolvidas. Essa intervenção, para Vygotsky, é aquela que age na zona de desenvolvimento proximal (ZDP) de um sujeito. Segundo Rivière (1987):

> Desde el momento en que el desarrollo de las funciones superiores exige la internalización de instrumentos y signos en contextos de interacción, el aprendizaje se convierte em la condición de desarrollo de estas funciones, pero lo es en tanto en

> cuanto se situe precisamente en la zona de desarrollo potencial[7] del sujeto, definida por la diferencia entre lo que es capaz de hacer por si solo y lo que hace com ayuda de otros. En este concepto se sintetiza, por tanto, la concepción del desarrollo como apropiación de instrumentos (y especialmente signos) proporcionados por agentes culturales de interacción, la idea de que el sujeto humano no es solo um destilado de la espécie, sino también – en un sentido menos metafórico de lo que pudiera parecer – una criación de la cultura (p.96).

Atuar na zona de desenvolvimento proximal de um aluno implica ao professor conhecer aquilo que ele já sabe (ou ao menos inferir isso) para, a partir de então, realizar intervenções. Neste artigo, nos referimos a estas intervenções, como “intervenções intencionais”.

Em Modelagem Matemática, dada a natureza da atividade – cooperativa[8], aberta e com múltiplas possibilidades de resolução – são muitas as possibilidades de intervenção, por parte do professor (intervenção intencional) e do outro aluno, e as possibilidades de compreensão (significação e ressignificação) dos conceitos matemáticos. Segundo Moysés (1997):

> Conhecendo a zona de desenvolvimento proximal do aluno, o professor bem preparado saberá fazer as perguntas que irão provocar o desequilíbrio na sua estrutura cognitiva fazendo-a avançar no sentido de uma nova e mais elaborada reestruturação (p.37).

Para este autor, portanto, “criando zonas de desenvolvimento proximal, o professor estaria forçando o aparecimento de funções ainda não completamente desenvolvidas” (MOYSÉS, 1997, p.34). O desenvolvimento dessas funções tende a forçar, por sua vez, o aparecimento de outras funções não completamente desenvolvidas, assim como num momento anterior. O mesmo acontece em atividades de Modelagem Matemática no que tange ao desenvolvimento das funções ligadas à compreensão matemática e aos encaminhamentos da resolução (levantamento de hipóteses, validação, matematização, problematização e tantas outras).

Nesse sentido, Marchesi, Coll e Palácios (2004, p.100) argumentam que a Zona de Desenvolvimento Proximal “(...) não é uma zona estática, mas dinâmica, em que cada passo é uma construção interativa específica desse momento, que, por sua vez, abre diversos canais de evolução futuros”.

É aí que reside a finalidade do ensino: promover o desenvolvimento de funções ainda não completamente desenvolvidas no sujeito, mas por algum motivo necessárias, a partir de situações que propiciem o aparecimento dessas funções, bem como a ocorrência de intervenções pertinentes. Para Vygotsky (2001)

7 Na literatura, as expressões “Zona de Desenvolvimento Imediato”, “Zona de Desenvolvimento Potencial” e “Zona de Desenvolvimento Proximal” são sinônimas.

8 Para que se estabeleça um diálogo eficaz entre os componentes do grupo, de modo que duas diferentes percepções e estratégias conversem e constituam uma terceira, por assim dizer, mais coletiva e elaborada, faz-se necessário que os alunos, primeiro, saibam expressar – descrever – seus processos de pensamento e; segundo, estejam abertos a compreender o modo de pensar do outro sob a ótica do outro (na medida do possível) e abertos à reelaboração de suas ideias. Só assim o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática tende a ser realizado de modo cooperativo.

> A aprendizagem só é boa quando está à frente do desenvolvimento. Neste caso, ela motiva e desencadeia para a vida toda uma série de funções que se encontravam em fase de amadurecimento e na zona de desenvolvimento imediato. É nisto que consiste o papel principal da aprendizagem no desenvolvimento (p.334)

Todavia, as intervenções que atuam na zona de desenvolvimento proximal de um sujeito diferem daquelas que atuam na zona de desenvolvimento proximal de outro, uma vez que as atividades que um aluno desenvolve com a ajuda de um "outro" ou não são passíveis de entendimento pelo segundo sujeito, ou já são, por ele, realizadas com autonomia. Ao requerer que um aluno adicione $\frac{3}{5}+\frac{2}{7}$, por exemplo, é possível que um aluno do 5º ou 6º ano do Ensino Fundamental (antigas 4ª e 5ª séries) apresente alguma dificuldade, momento em que o trabalho em grupo e as intervenções dos colegas e do professor podem esclarecer o algoritmo e os conceitos relacionados. De um aluno do Ensino Médio, no entanto, é esperado que a operação seja realizada sem dificuldades, o que implica considerar que em nada contribuiu essa soma para o desenvolvimento cognitivo do aluno. Se, finalmente, a mesma soma for requerida de um aluno do 1º ano do Ensino Fundamental, é compreensível que a criança não apresente condições de realizar a operação mesmo com a ajuda de alguém mais experiente, já que a compreensão de números fracionários pode não estar em desenvolvimento ainda. Nesse contexto, Duarte (1996, p.40) comenta que

> (...) cabe ao ensino escolar, portanto, a importante tarefa de apresentar à criança os conteúdos historicamente produzidos e socialmente necessários, selecionando o que desses conteúdos encontra-se, a cada momento do processo pedagógico, na zona de desenvolvimento próximo. Se o conteúdo escolar estiver além dela, o ensino fracassará porque a criança é ainda incapaz de apropriar-se daquele conhecimento e das faculdades cognitivas a ele correspondentes. Se, no outro extremo, o conteúdo escolar se limitar a requerer da criança aquilo que já se formou em seu desenvolvimento intelectual, então o ensino torna-se inútil, desnecessário, pois a criança pode realizar sozinha a apropriação daquele conteúdo e tal apropriação não produzirá nenhuma nova capacidade intelectual nessa criança, não produzirá nada qualitativamente novo, mas apenas um aumento quantitativo das informações por ela dominadas.

De todo modo, a maneira como as informações advindas da interação social (inclusive da intervenção intencional) – que é mediação semiótica – são processadas e internalizadas pelo sujeito que aprende, depende, dentre outros fatores, do seu arcabouço de experiências, dos conceitos e funções já existentes em sua estrutura cognitiva e, principalmente, de como o sujeito se compromete com a atividade. Em outras palavras, neste último caso, a internalização depende também da "intencionalidade" do aluno frente às situações.

A Intencionalidade na Atividade de Modelagem Matemática

A intencionalidade é uma condição importante para a aprendizagem, esta não é influenciada apenas por aspectos cognitivos, mas também por fatores motivacionais e por características do ambiente de ensino e aprendizagem.

Howland, Jonassen e Marra (2011, p. 4) afirmam que: “Quando os alunos estão ativamente e intencionalmente tentando atingir um objetivo cognitivo eles pensam e aprendem mais porque estão cumprindo uma intenção”.

Esta alegação está de acordo com Bereiter e Scardamalia (1989), para os quais a aprendizagem intencional é o processo persistente e contínuo para adquirir, compreender e utilizar uma variedade de estratégias para melhorar a sua capacidade de atingir e aplicar o conhecimento. Nesse sentido, o aluno intencional é alguém que: está motivado para aprender; assume a responsabilidade pela aprendizagem; e, se envolve ativamente em estratégias que facilitam a aprendizagem.

Esses autores assumem o termo “aprendizagem intencional” para se referir a processos cognitivos que têm aprendizagem como uma meta e não como um resultado incidental. No entanto reconhecem que uma das maiores dificuldades na aprendizagem intencional é relacionada ao estabelecimento de metas em si. Nesse sentido, o professor pode contribuir para despertar a intencionalidade ao propor um ambiente que favoreça esse tipo de aprendizagem, um ambiente que promova atividades de aprendizagem e que ofereça *feedback* a partir delas, aquele em que o aluno torna-se consciente de seu processo de aprendizagem (promova a metacognição), e, que leva o aluno a usar as ferramentas mentais ou tecnológicas para melhorar o processo de aprendizagem (BEREITER; SCARDAMALIA, 1989).

Esses autores sugerem explicitamente a modelagem de situações-problema como uma das estratégias para compor ambientes favoráveis ao despertar da intencionalidade, pois, tais atividades são propícias ao trabalho colaborativo em que os alunos pensam em voz alta e se envolvem desde a formulação do problema. Desse modo, a modelagem permite aos alunos transcender metas tipicamente escolares e ativar o processo de criação em um nível mais elevado e pessoalmente mais significativo.

Para Arrieta (2003) a Modelagem Matemática reflete a intencionalidade humana, considerando que o uso de modelos matemáticos na interpretação e possível interferência na vida do homem, possui uma característica de intencionalidade. É essa intencionalidade que oferece à representação matemática (modelo) um caráter social. Isto é, o homem utiliza o modelo com uma intenção, intenção esta que pode ser socialmente construída. Neste sentido, Almeida e Ferruzzi (2009) entendem a Modelagem como uma atividade que tem em uma de suas bases o aspecto social, pois a intencionalidade advém de fatores socialmente estabelecidos.

Entendemos que o ensino deve agir no sentido de que os alunos aprofundem e ampliem os significados que constroem por meio da participação nas atividades de aprendizagem. Desse modo, pretendemos a seguir, identificar na atividade de modelagem mencionada na seção 2, o papel da intencionalidade para a aprendizagem dos alunos.

Evidenciamos que, ao propor uma atividade de investigação, em que os alunos se sentiram convidados a decidir por um problema a investigar, o professor estava ajudando a criar um ambiente mais propício à aprendizagem intencional. A interação que resultou na formulação das três questões (seção 2) e posteriormente a opção pela de número 3, remete a intenção dos alunos delineando os rumos da atividade; o que demonstra que os alunos assumiram para si a responsabilidade de especificar as suas próprias metas de aprendizagem e a mediação semiótica, professor, dos signos, ajudou-os a fazer progresso em direção a elas.

O registro dos diálogos (seção 3) nos permite inferir que ao se expressar, buscando solucionar o problema os alunos externalizam mais que ideias matemáticas, expressam também sentimentos que influenciam em suas ações, bem como na mediação do professor, conforme revela o diálogo dos alunos:

> *R1: No meio é uma parábola.*
> *D: Mas aí depende das condições da morte. Imagina, uma pessoa de 80 anos vai... não tem todos os órgãos pra doar.*
> (R2 ri)
> *R1: É quase uma meia senóide.*
> *R3: Não gosto de senóide.*
> *R1: Eu gosto.*
> *R3: É muito louco senóide.*

A mediação semiótica do professor, baseado nos diálogos e na expressão de modelos mentais ou signos (como na Figura 1 e na Figura 2), influenciou para que resultasse no modelo $T(i) = -0{,}167i^2 + 14{,}4i - 144$ para $i \in R \,/\, 14 \leq i \leq 72$. A partir deste modelo, o professor colaborou com a reflexão dos alunos com o intuito de resolver o problema. Podemos observar que as intervenções do professor, destacadas em negrito abaixo, buscam despertar uma intencionalidade pontual nos alunos, e estes a tomam para si, como podemos perceber por meio das frases que seguem no diálogo.

> *Professor: Vocês já têm o modelo e vocês o consideram válido pelo que percebi*
> *R1: Sim*
> *Professor: Como é que vocês vão usar este modelo agora para responder em qual idade é possível que o número de doações é maior?*
> *R1: é o pico!*
> *... (outras falas)*
> *R3: Não tem uma fórmula com a ou b e tal ou alguma coisa assim?*
> *R1: Deixa eu pensar... tem haver com o a, com o b e com o c também.*
> *Professor: Qual o nome do que a gente procura?*
> *R2: Ponto de máximo!*
> *Professor: Ponto de Máximo! Qual o nome que a gente dá para o desenho deste gráfico?*
> *R1: Parábola com concavidade voltada para baixo.*
> *Professor: Então... determinar o ponto de máximo da parábola com concavidade voltada pra baixo é achar o quê da parábola?*
> *R1: O a? Não!*
> *D: Meu Deus!*
> *R1: O x do vértice?*
> *Professor: Isso! E como a gente faz isso?*
> *R2: Era 2a sobre alguma coisa.[...]*
> *Professor: Então, este vértice da parábola tem diferentes jeitos de achar, como é que a gente pode achar ele.*

R3: A gente estudou isso no ano passado.
R2: Era 2a sobre alguma coisa.
Professor: Esse pode ser 'um jeito', mas e se eu não lembrar esse jeito, que outro jeito eu vou usar?
[...]
R1: Ah ah ah... é o negócio dividido por 2.
Professor: Dividido por 2?
R1: É que eu tenho que dividir ela no meio, porque dá o ponto má... daqui pra cá é uma coisa e daqui pra cá é outra entendeu?
Professor: Mas você vai achar o meio entre quem?

Por fim, a conclusão de que 43 anos é a idade da maior parte das pessoas doadoras de órgãos no país (Figura 3) foi a solução compartilhada tanto pelos alunos quanto pelo professor.

Como mencionam Howland, Jonassen e Marra (2011), a intenção pode não ser, inicialmente, expressa pelo aluno, mas deve ser aceita e adotada por ele. Desse modo, os alunos passam a entender mais e mostram melhores habilidades ao usar o conhecimento que eles têm construído em novas situações.

Percebemos, portanto, que a mediação semiótica e a intencionalidade têm papel crucial na aprendizagem, e, tanto uma quanto a outra são favorecidas e integradas quando se estabelece um ambiente de investigação como é o ambiente de Modelagem, caracterizado nesse texto.

Nesse sentido, ações e interações desencadeadas durante o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem, que envolve desde o acesso às informações acerca da problemática investigada até a resolução, interpretação e validação da solução do problema, têm potencialidade para desencadear a intencionalidade dos alunos, no que tange à sua predisposição e ao seu engajamento na investigação matemática, na busca de uma solução e até no elencar um problema para investigação. A intencionalidade também está relacionada ao ambiente criado na sala de aula pelos alunos e professores, os quais influenciam as ações e os pensamentos uns dos outros, via mediação semiótica.

Uma vez desencadeada a intencionalidade, os sujeitos discutirão e colocarão em ação mecanismos e conhecimentos de sua estrutura cognitiva que influenciarão as aprendizagens uns dos outros, bem como provocarão reflexões do próprio sujeito. É a mediação semiótica provocando aprendizagens. Mediação semiótica que, atentamos, também influencia o próprio engajamento dos sujeitos na investigação, ou seja, desencadeia a intencionalidade.

Considerações Finais

Colocar alunos sentados próximos uns dos outros com o objetivo de que realizem uma atividade de Matemática não é garantia de que discussões sobre a atividade acontecerão. Para além dessa disposição, é fundamental que se criem condições de modo que os alunos atribuam à atividade uma intenção.

A partir da intencionalidade é que a dinâmica do grupo será constituída, uma dinâmica em que os diálogos, a negociação de significados, os encaminhamentos, enfim, a interação social – carregada de signos – será constante. E é por meio da interação, da cooperação entre os sujeitos, que os conceitos matemáticos são internalizados.

Segundo Moreira (1997):

> En la óptica vygotskyana, la "internalización" de significados depende de la interacción social, pero, así como en la visión ausubeliana, pueden presentarse a la persona que aprende en su forma final. El individuo no tiene que descubrir lo que significan los signos o cómo se usan los instrumentos. Él se apropia (reconstruye internamente) de esas construcciones por la vía de la interacción social. (p. 26)

Nesse sentido, as intervenções intencionais do professor e as intervenções do outro (outro aluno e/ou demais signos do ambiente cultural) é que medeiam significados socialmente constituídos para os conceitos, inclusive os matemáticos. Logo, via interação é que se dá a mediação, a internalização e a intervenção entre sujeitos.

No que tange à Modelagem Matemática, é no embate de ideias que ações como elaborar uma questão para investigação, planejar o desenvolvimento da atividade de Modelagem, construir representações matemáticas que representem a situação e possibilitem obter uma solução, bem como interpretar a solução obtida em termos da situação inicial, são realizadas pelos alunos em cooperação. Comunicar ideias aos outros, se fazer entender, entender o posicionamento do outro e construir um entendimento coletivo são ações possibilitadas pelo trabalho em grupo. Esse entendimento torna-se coletivo na medida em que adquire configurações peculiares do grupo, exerce influência no desenvolvimento das atividades de Modelagem e medeia as aprendizagens dos diferentes sujeitos.

Se por um lado os elementos de mediação utilizados pelo professor são, em parte, responsáveis pelo despertar da intencionalidade de um sujeito frente a um problema na sala de aula, por outro, é somente a partir da intencionalidade de um sujeito frente a uma situação que qualquer elemento de mediação pode contribuir para a internalização dos conceitos. Isto nos leva a inferir que, em atividades de modelagem matemática, mediação leva à intencionalidade e intencionalidade leva à mediação e é por meio da articulação desses dois elementos que a internalização se torna possível e a resolução do problema se realiza.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. Atividades de Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir?. **Ciência e Educação**, São Paulo, v. 11, p. 1-16, 2005.

ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. Uma aproximação socioepistemológica para a Modelagem Matemática. **Alexandria** (UFSC), v. 2, p. 117-134, 2009.

ALMEIDA, L. M. W.; PALAHARINI, B. Os "Mundos da Matemática" em Atividades de Modelagem Matemática. **Bolema,** Rio Claro (SP), v. 26, n. 43, p. 907-934, ago. 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ARRIETA, J. Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula. Tesis de Doctorado no publicada del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav–IPN, 2003.

BEREITER, C.; SCARDAMALIA, M. Intentional learning as a goal of instruction. In: RESNICK, L. B. (Ed.), **Knowing, learning, and instruction:** Essays in honor of Robert Glaser. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1989, p. 361-392.

BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. Percepções de Professores sobre o Uso da Modelagem Matemática em Sala de Aula. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 43, p. 1049-1079, ago. 2012.

DUARTE, Newton. A Escola de Vygotski e a Educação Escolar: Algumas Hipóteses para uma Leitura Pedagógica da Psicologia Histórico-Cultural. **Psicologia USP***,* São Paulo, v.7, n.1/2, p.17-50, 1996.

FERRI, R. B. Cognitive Modelling: Individual modelling routes of pupils. In: HAINES, Christopher et al. (Eds.) **Mathematical Modelling** (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics Chichester: Horwood Publishing, 2007, p. 260 - 270.

HOWLAND, J. L.; JONASSEN, D.; MARRA, R. M. **Meaningful Learning with Technology.** 4. ed. Boston: Pearson, 2011. 292 p.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,** v. 38, n. 3, 2006. p. 302-310.

MARCHESI, A.; COLL C.; PALÁCIOS J. **Desenvolvimento Psicológico e Educação.** Volume 2, Porto Alegre: Artmed, 2ª ed., 2004.

MARTINS, L. C.; BRANCO, A. U. Desenvolvimento moral: considerações teóricas a partir de uma abordagem sociocultural construtivista. **Psic.: Teor. e Pesq.** [online]. 2001, vol.17, n.2, p. 169-176.

MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1999.

MOREIRA, M. A. Aprendizagem significativa: um conceito subjacente. In: **Actas del Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo**. Burgos, España. p. 17-45, 1997**.**

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. 9ª edição. Campinas, SP: Papirus, 1997.

REGO, T. C. **Vygotsky** – Uma Perspectiva Histórico-Cultural da Educação. Petrópolis: Vozes, 22ª ed., 2011.

RIVIÈRE, A. **El sujeto de la psicología cognitiva**. Madrid: Alianza, 1987.

VERONEZI, R. J. B.; DAMASCENO, B. P.; FERNANDES, Y. B. Funções psicológicas superiores: origem social e natureza mediada. **Rev. Ciênc. Méd.**, Campinas, v.14, n.6, p. 537-541, nov./dez., 2005.

VYGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem.** São Paulo: Martins Fontes, 2001.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

Recebido em 29/06/2013. Aprovado, para publicação, em 15/09/2013