

Artigo

Pesquisar a própria prática: aprendizagem docente explorando a simetria para articular álgebra e geometria

Researching one's own practice: teaching learning exploring symmetry to articulate algebra and geometry

Investigar la propia práctica: enseñar a aprender explorar la simetría para articular álgebra y geometría

Marcel Messias Gonçalves¹
Alessandro Jacques Ribeiro²
Marcia Aguiar³

Universidade Federal do ABC, Santo André – SP, Brasil

Resumo

Neste artigo temos como objetivo descrever contribuições da pesquisa da própria prática para a continuidade da formação do professor da educação básica, em uma abordagem de ensino exploratório articulando álgebra e geometria por meio da simetria. Trata-se de um recorte da tese de doutoramento do primeiro autor do artigo, apresentando o resultado de uma pesquisa da própria prática realizada por ele enquanto professor-pesquisador, estudo que oportunizou, simultaneamente, a perspectiva do pesquisador para aprendizagens docente e, ainda, a perspectiva do professor para a pesquisa e a prática em sala de aula. O professor-pesquisador adotou abordagem de ensino exploratório na qual foram elaboradas tarefas matemáticas que tematizam o conceito de simetria como articulador da álgebra e geometria, a fim de oportunizar discussões matemáticas em uma turma de 9º ano do ensino fundamental em escola pública na qual o professor-pesquisador lecionou no ano de 2019. Explorou-se o raciocínio pedagógico evidenciado nas ações e intenções do professor-pesquisador, cujas análises dos dados permitiram identificar aprendizagens da prática oportunizadas pela experiência de pesquisar a própria prática, num contexto de ensino exploratório, que por sua vez convergiram para a melhoria da prática docente. Os resultados alcançados desvelam as potencialidades de se pesquisar a própria prática para a continuidade da formação docente por meio das aprendizagens identificadas em relação ao professor e o conteúdo, o professor e os alunos e o professor e o ensino, além de apontar contribuições para o campo da educação matemática quanto a aproximações da pesquisa acadêmica e os desafios da sala de aula.

¹ Doutor em Ensino e História das Ciências e Matemática pela UFABC de Santo André - SP. Professor da Educação Básica na rede pública de Praia Grande-SP. Pesquisador membro do grupo de pesquisas ForMatE. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-1404-1060> . E-mail: marcel.goncalves@ufabc.edu.br

²Doutor em Educação Matemática pela PUC de São Paulo - SP. Professor Associado II na UFABC de Santo André - SP. Pesquisador e membro do grupo de pesquisas ForMatE. Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-9647-0274>. E-mail: alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br.

³Doutora em Educação pela USP. Professora Adjunta da UFABC de Santo André - SP. Pesquisadora e membro do grupo de pesquisas ForMatE. Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-5824-0697>. E-mail: marcia.aguiar@ufabc.edu.br



Abstract

In this article, we aim to describe the contributions of research into practice itself for the continuity of basic education teacher training, in an exploratory teaching approach articulating algebra and geometry through symmetry. This is an excerpt from the doctoral thesis of the first author of the article, presenting the result of a research of the practice itself, carried out by the first author of the article as a teacher-researcher, providing opportunities for the researcher's perspective for teaching learning and the perspective of the teacher for research and practice in the classroom. The teacher-researcher adopted an exploratory teaching approach in which mathematical tasks were elaborated that thematize the concept of symmetry as an articulator of algebra and geometry, in order to provide opportunities for mathematical discussions in a 9th grade class of elementary school in a public school in which the teacher -researcher taught in 2019. We explored the pedagogical reasoning evidenced in the actions and intentions of the teacher-researcher, whose data analysis allowed us to identify learning from practice provided by the experience of researching the practice itself, in an exploratory teaching context, which in turn converged to the improvement of teaching practice. The results achieved reveal the potential of researching the practice itself for the continuity of teacher training through the learning identified in relation to the teacher and the content, the teacher and students and the teacher and teaching, in addition to pointing out contributions to the field of mathematics education in terms of academic research approaches and classroom challenges.

Resumen

En este artículo, nuestro objetivo es describir las contribuciones de la investigación en la práctica misma para la continuidad de la formación de profesores de educación básica, en un enfoque de enseñanza exploratoria que articula el álgebra y la geometría a través de la simetría. Este es un extracto de la tesis doctoral del primer autor del artículo, que presenta el resultado de una investigación de la práctica misma, realizada por el primer autor del artículo como profesor-investigador, brindando oportunidades para la perspectiva del investigador para la enseñanza, aprendizaje y la perspectiva del docente para la investigación y la práctica en el aula. El profesor-investigador adoptó un enfoque de enseñanza exploratoria en el que se elaboraron tareas matemáticas que tematizan el concepto de simetría como articulador del álgebra y la geometría, con el fin de brindar oportunidades para las discusiones matemáticas en una clase de 9° grado de primaria en una escuela pública de que el profesor-investigador impartió en 2019. Exploramos el razonamiento pedagógico evidenciado en las acciones e intenciones de la docente-investigadora, cuyo análisis de datos permitió identificar aprendizajes de la práctica proporcionados por la experiencia de investigar la propia práctica, en una enseñanza exploratoria contexto, que a su vez convergieron a la mejora de la práctica docente. Los resultados alcanzados revelan el potencial de investigar la propia práctica para la continuidad de la formación docente a través de los aprendizajes identificados en relación al docente y el contenido, el docente y los alumnos y el docente y la enseñanza, además de señalar aportes al campo de la educación matemática en términos de enfoques de investigación académica y desafíos en el aula.

Palavras-chave: Formação de professores; Simetria; Pesquisa da própria prática; Raciocínio Pedagógico.

Keywords: Teacher education; Symmetry; Own-Practice research; Pedagogical Reasoning.

Palabras clave: Formación de profesores; Simetría; Practicar la investigación; Razonamiento Pedagógico.



1. Introdução

Embora sejam os professores os profissionais mais próximos das reais demandas da sala de aula (Lima; Nacarato, 2009), tanto pelo contato direto com os estudantes quanto pela vivência das atuais condições das escolas, esses mesmos profissionais têm cada vez menos voz e espaço em debates sobre a educação devido à influência de políticas e reformas neoliberais no Brasil (Oliveira, 2004). Dessa maneira, discussões e políticas sobre reformas curriculares, parâmetros, diretrizes e os rumos da educação no país, acabam sendo decididas sem levar em conta a opinião e a experiência de quem vive o cotidiano escolar (Lopes; Cáprio, 2008). Concomitantemente, tais políticas e reformas, ao desconsiderar a voz, a experiência e necessidade dos professores, também desconsideram a importância de uma formação docente voltada para o desenvolvimento da criticidade e autonomia dos professores (Freire, 1981) e que os reconheça como geradores de conhecimentos que podem contribuir para a melhoria das práticas em sala de aula (Anderson; Herr, 2016; Cochran-Smith; Lytle, 1999).

Por conseguinte, a integração de diferentes formas de pesquisa no currículo da formação docente posiciona os professores como pesquisadores de suas práticas (Alarcão, 2001 Christenson et al., 2002), permitindo que se capacitem para os mais desafiadores contextos de ensino (Webster-Wright, 2009).

Todavia, a validade do que é produzido em pesquisas realizadas por professores encontra resistência no meio acadêmico (Loughran, 2004), da mesma forma que muito do que é produzido por pesquisadores acadêmicos não dialoga com as reais necessidades da sala de aula (White et al., 2012). De maneira análoga, a ausência de diálogo entre pesquisa e prática (Borges, 2016; Marin, 2014) acaba se manifestando também na dificuldade dos professores de mover a pesquisa dos cursos de formação (quando ocorrem) para a sala de aula (Marcondes, 2013; Zeichner et al., 1998).

Diante desse cenário e dessa problemática, apresenta-se neste artigo um recorte da pesquisa de doutorado do primeiro autor, sob a orientação dos demais autores, na qual explora-se as potencialidades da pesquisa da própria prática para a aprendizagem profissional e a continuidade da formação do professor da educação básica. Para tanto, apresenta-se como objetivo deste artigo: descrever contribuições da pesquisa da própria prática para a continuidade da formação do professor da educação básica, em uma abordagem de ensino exploratório articulando álgebra e geometria por meio da simetria.

Salutar reforçar que não se propõe aqui, por meio de uma prática singular, sistematizar conhecimentos e generalizá-los. Entretanto, ainda que cada professor, em sua particularidade, desenvolva uma prática singular, cada uma dessas práticas singulares reflete uma micro relação social que se expressa como parte da universalidade de uma estrutura social que é a sala de aula. Assim, ainda que as aprendizagens possam ser diferentes, de profissional para a profissional, a experiência vivenciada visa contribuir no direcionamento dessas aprendizagens para outros professores. Semelhantemente, também pode informar ao campo da educação matemática de que maneira práticas singulares podem contribuir para a melhoria de práticas sociais.

Sob essa ótica, para operacionalizar a consecução do objetivo delimitado, orientamo-nos pelas seguintes questões norteadoras:

(i) Quais aprendizagens docentes podem ser desveladas na articulação da álgebra e geometria por meio da simetria?

(ii) De que maneira a continuidade da formação profissional se oportuniza na pesquisa da própria prática?

Por rememorar a experiência em sala de aula do primeiro autor (doravante chamado professor-pesquisador) ao longo do processo de investigação e análise dos registros coletados, opta-se neste artigo, na seção de metodologia pelo discurso em primeira pessoa. Busca-se, dessa maneira, ofertar maiores detalhes acerca de intenções, receios e expectativas do professor-pesquisador em cada aula, com o propósito de promover um diálogo mais direto com outros professores ao expressar os desafios de sala de aula do qual compartilham os docentes em suas práticas.

Assim, nas seções seguintes, apresentam-se os referenciais que sustentarão as análises acerca das aprendizagens desveladas, o contexto do estudo, e como foi empregada a pesquisa da própria prática para explorar as potencialidades do ensino exploratório, bem como os motivos de se tomar o conceito de simetria como articulador entre a álgebra e a geometria.

2. Referencial Teórico

Na estruturação do referencial teórico que sustentam as análises deste estudo, discute-se nesta seção a delimitação do significado de *prática* e sua aprendizagem (Lampert, 2010), assim como a pesquisa da própria prática (Ponte, 2002) e suas implicações para a aprendizagem e formação docente (Crecci; Fiorentini, 2013), seguida pelos aspectos do *raciocínio pedagógico* (Shulman, 1987) e seus processos de desencadeamento envolvendo o *equilíbrio pedagógico* (Loughran, 2019) como elemento chave para estimular a aprendizagem profissional docente por meio da prática. Ainda, finalizando a seção, apresenta-se o conceito da simetria como articulador entre a álgebra e a geometria (Oliveira, Ribeiro, Powel, 2016; Stewart, 2012) como contexto da prática de ensino a ser analisada nas seções seguintes.

2.1 A prática de ensino

No que se refere ao entendimento da prática dos professores, Lampert (2010) problematiza diversas concepções sobre o sentido que a prática possui para a aprendizagem da docência, visando discutir como o trabalho em sala de aula pode ser ensinado aos futuros professores de maneira efetiva. A autora ressalta o caráter particular do ensino e, conseqüentemente, a aprendizagem do ensino ao depreender que ensinar em sala de aula envolve o “gerenciamento de problemas em vários domínios de trabalho, mantendo relações produtivas com alunos e conteúdo” (Lampert, 2010, p. 21).

No geral, o entendimento de prática, como concebido por Lampert (2010), acaba envolvendo a relação professor-aluno-conteúdo e suas particularidades. Nessa perspectiva, Lampert (2010) sublinha que o trabalho em sala de aula envolve professor e aluno numa interação que se dá por meio da relação com a aprendizagem do conteúdo. Para a autora, embora o aluno possa

aprender o conteúdo sem que haja ações do professor, cabe ao professor oportunizar que as relações de aprendizagem do aluno com o conteúdo ocorram de maneira produtiva, a fim de favorecer essa aprendizagem.

Ainda nesse contexto, Lampert (2010) refere que a relação do professor com o conteúdo envolve entender o conteúdo, planejá-lo, representá-lo e explicá-lo, demandando do professor um conhecimento que vai muito além da mera compreensão do conteúdo. Nesse sentido, é possível depreender que a maneira com que o professor se relaciona com o conteúdo exerce um papel importante no processo de ensino-aprendizagem em sala de aula e merece destaque quando se pensa numa formação de professores que seja ancorada na prática em sala de aula (Ball; Cohen, 1999; Serrazina, 2017; Stein et al., 2008).

2.2 A pesquisa da própria prática e a continuidade da formação

No que tange a formação continuada e aprendizagens docentes, nos amparamos no entendimento de que a formação inicial deve ser compreendida como o primeiro passo para a formação docente (Ball; Cohen, 1999) e que essa formação, para além de cursos formais, também é continuada pelas aprendizagens que podem ser desveladas ao longo da prática em sala de aula (Lampert, 2010). Não se trata desconsiderar a importância da formação continuada formal, nem mesmo a pretensão de que sozinhos os professores desenvolverão habilidades formais de aprendizagem e, sim, compreender que muito do que os professores devem aprender sobre a prática pode e deve ser aprendido na prática e em discussão sobre a prática com outros colegas (Cochran-Smith; Lytle, 2009).

Sob essa ótica, a pesquisa da própria prática desvela-se como um caminho promissor tanto para oportunizar aprendizagens ao docente por meio de sua prática, quanto para educar o professor para a importância da pesquisa para a prática (Alarcão, 2001). Ao discutir a pesquisa da própria prática e suas potencialidades para a formação docente, Ponte (2002) refere que se trata um modo privilegiado de investigação e que pode contribuir fortemente para o desenvolvimento profissional e a “construção de um patrimônio de cultura e conhecimento dos professores enquanto grupo profissional” (Ponte, 2002, p. 3). Na perspectiva de Ponte (2002), a pesquisa da própria prática envolve construção de conhecimentos que são de grande valia para o desenvolvimento dos professores envolvidos, ponderando que tal atividade de pesquisa, assim como a formação, não é algo realizado de maneira isolado, mas em processos de interação, colaboração, discussão e reflexão com pares.

Nesse sentido, em relação a colaboração dos pares na pesquisa da própria prática, Russel (2022) desvela a importância da figura do amigo crítico como aquele que colabora para que o pesquisador possa “aprofundar e identificar características significativas que o pesquisador pode não ter identificado para análise” (Russel, 2022, p. 17). Por seu lado, Crecci e Fiorentini (2013) ressaltam a importância de se apoiar e valorizar a capacidade dos professores de se organizarem entre si para estudos, discussões e investigações, como forma de rever a formação continuada tão somente baseada em cursos ou oficinas. Esses autores defendem a eficácia de uma formação continuada mais voltada para processos que problematizam e

valorizam as práticas educativas e privilegiam processos dialógicos envolvendo professores, pesquisadores e especialistas.

2.3 Raciocínio Pedagógico

O entendimento de que o professor em sua prática detenha conhecimentos sobre o conteúdo lecionado, de maneira que vá além de apenas compreendê-lo, conforme refere Lampert (2010), já havia ganhado atenção no campo da educação com o trabalho de Shulman (1987). Numa época em que os debates acerca da formação do professor antagonizavam conhecimentos de conteúdo e pedagogia, o trabalho de Shulman (1987) apontava para um amálgama entre conteúdo e pedagogia na concepção do *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo* (*Pedagogical Content Knowledge* - PCK, na sigla original em inglês). Ao elencar o PCK como uma das bases de conhecimento para o ensino, Shulman (1987) chamava atenção para o fato de que o conhecimento do professor, no uso que faz sobre o conteúdo que leciona, diferencia-se do uso que outros profissionais também fazem do mesmo conteúdo e isso poderia ser identificado por meio do *Raciocínio Pedagógico*.

Segundo Shulman (1987), o *Raciocínio Pedagógico* envolve as diversas formas do professor pensar suas ações com vistas a tornar um conteúdo sistematizado em um conteúdo passível de ser ensinado. Dessa forma, as ações de ensino realizadas por um professor em uma prática informada – uma prática baseada em informações fundamentadas – são orientadas pelo seu *raciocínio pedagógico*, ou seja, o pensamento do professor por trás da complexidade de suas decisões de ensino.

Nesse entendimento, Shulman (1987) sublinha que, num processo de ensino, o *raciocínio pedagógico* do professor ao trabalhar com determinado conteúdo apresenta aspectos que envolvem *compreensão, transformação, instrução, avaliação, reflexão e novas compreensões* (Tabela 1).

Tabela 1 – Aspectos do raciocínio pedagógico.

Aspecto	Descrição
Compreensão	De propósitos, estruturas do conteúdo, ideias dentro e fora da disciplina.
Transformação	Preparação: interpretação crítica e análise de textos, estruturação e segmentação, desenvolvimento de um repertório curricular e esclarecimento de propósitos. Representação: uso do repertório representacional, que inclui analogias, metáforas, exemplos, demonstrações, explicações e assim por diante. Seleção: escolha, dentro de um repertório instrucional, que inclui modos de ensinar, organizar, gerenciar e arrumar. Adaptação e ajuste às características dos alunos: consideração de conceitos, preconceitos, equívocos e dificuldades, língua, cultura e motivações, classe social, gênero, idade, habilidade, aptidão, interesses, autoestima e atenção.
Instrução	Gerenciamento, apresentações, interações, trabalho em grupo, disciplina, humor, questionamentos e outros aspectos do ensino ativo, instrução de descoberta ou de investigação e as formas observáveis de ensino em sala de aula.
Avaliação	Verificação do entendimento do aluno durante o ensino interativo. Testar o entendimento do aluno no final das aulas ou unidades. Avaliar o próprio desempenho e ajustá-lo às experiências.
Reflexão	Rever, reconstruir, reconstituir e analisar criticamente o próprio desempenho e o da classe, e fundamentar as explicações em evidência.

Novas compreensões	De propósitos, da matéria, dos alunos, do ensino e de si mesmo. Consolidação dos novos entendimentos e aprendizagens da experiência.
--------------------	---

Fonte: Adaptado de Shulman (2015).

Ainda que os aspectos iniciais e finais indiquem que o processo de raciocínio pedagógico parte e culmina em atos de compreensão, Shulman (1987) ressalta que não se trata de um conjunto de etapas ou mesmo passos fixos, podendo ocorrer de inúmeras maneiras e ordens diferentes para as mais diversas configurações de ensino.

2.4 Desencadeando o raciocínio pedagógico

Com bases nos pressupostos de Shulman (1987), Loughran (2019) indica que é o *raciocínio pedagógico* dos professores, por trás da escolha das tarefas e das ações realizadas para promovê-las junto aos estudantes, que permite diferenciar quando tais escolhas são fundamentadas nas oportunidades de discussões que uma tarefa pode oportunizar (Stein; Smith, 1998; Ponte, 2005; Arbaugh; Brown, 2005). Nesse contexto, diferente de grandes teorias da educação, Loughran (2019) ressalta a importância do *raciocínio pedagógico* como uma “janela” para o saber profissional da docência que está associado diretamente ao conteúdo trabalhado pelo professor e ao contexto de sua prática, valorizando as características mais particulares do ensino.

Essa janela, conforme refere Loughran (2019), se torna mais evidente em situações da prática nas quais o professor encontra um dilema em suas ações rotineiras de ensino, as quais demandam uma nova compreensão do que antes era tomado como certeza, levando assim a uma rápida tomada de decisões que trazem à tona seus conhecimentos *para e da prática*⁴ (Cochran-Smith; Lytle, 1999). Loughran (2019) sublinha que as ações realizadas pelo professor ao contornar o dilema enfrentado têm por finalidade a busca pelo *equilíbrio pedagógico* (Mansfield; Loughran, 2018). Esse equilíbrio se desvela como a situação na qual uma nova compreensão do ensino é agregada aos conhecimentos do professor, oportunizando maior aprendizagem sobre o conteúdo e sobre a própria prática, como referenciado por Shulman (1987) nos aspectos do *raciocínio pedagógico*. Sob essa análise, Loughran (2019) pondera que situações de busca pelo *equilíbrio pedagógico* desencadeiam o *raciocínio pedagógico* do professor ao ressignificar seus conhecimentos para se adequar à nova realidade de ensino.

2.5 E por que a simetria?

Como vem se destacando ao longo do diálogo com os diversos autores e seus estudos discutidos até aqui, ao se debater o conhecimento do professor de uma perspectiva da prática, este conhecimento está associado ao conteúdo trabalhado e pelo contexto no qual o professor atua (Shulman, 1987). Portanto, embora sejam muitos os conhecimentos e/ou aprendizagens que poderíamos

⁴ Conforme as autoras Cochran-Smith e Lytle (1999), os conhecimentos *para a prática* são conhecimentos teóricos, geralmente desenvolvido por pesquisadores, enquanto conhecimentos *na prática* dizem respeito aos conhecimentos mais individuais, adquiridos pelo professor por meio das reflexões sobre a experiência de ensino. Por fim, o *conhecimento da prática* advém da relação entre o conhecimento e a prática.

discutir em outros contextos e com outros conteúdos, esse estudo delimita-se ao contexto de uma *abordagem de ensino exploratório* e ao conceito de *simetria articulando álgebra e geometria*.

Sobre o ensino exploratório, Ponte (2005) refere que se trata de uma abordagem na qual o professor deixa o papel de centralidade do ensino para oportunizar ao estudante uma atuação de maior protagonismo da própria aprendizagem, por meio da participação mais ativa em debates e exploração do conteúdo proposto. No entanto, para Stein et al. (2008), ainda que haja maior protagonismo dos alunos, o ensino exploratório apresenta-se como mais desafiador ao professor, por tratar-se de uma abordagem em que as ações como mediador das discussões, demandam maiores habilidades de ensino e, conseqüentemente, maior conhecimento do professor sobre o conteúdo explorado ao longo de suas fases.

Nesse contexto, o conceito de simetria oferece diversos aspectos a serem explorados que vão muito além do campo da geometria. Foi o que apontaram Oliveira, Ribeiro e Powel (2016) ao investigarem como esse conteúdo era tratado em documentos norteadores do trabalho dos professores da educação básica. Os autores identificaram que a participação da simetria em contextos geométricos nos materiais analisados era muito superior à participação em contextos algébricos, com escassos exemplos sobre como esse conceito pode ser trabalhado além das formas geométricas. Nesse aspecto, curiosamente Stewart (2012) no livro *“Uma História da Simetria na Matemática”* aponta que os estudos envolvendo o conceito de simetria começaram justamente em contextos algébricos. Segundo o autor, a busca por solução de equações quínticas por meio de radicais, levou o jovem matemático Évariste Galois a desenvolver entendimentos que viriam a revolucionar a compreensão da matemática em campos mais abstratos.

Concordando tal assertiva, Boyer e Merzbach (2019) relatam que os estudos de Galois envolvendo simetria e a permutação das possíveis raízes da equação quíntica, indicando quais equações possuíam ou não soluções, possibilitaram grandes avanços da matemática do século XIX, ao lançar as bases do que seria conhecido posteriormente como a estrutura algébrica de Grupos. Dessa forma, retomando a obra de Stewart (2012), muito além de uma propriedade de figuras e formas, a simetria no campo álgebra pode ser encarada como um processo.

Todavia, como desvelaram Oliveira, Ribeiro e Powel (2016), mesmo tendo sua origem histórica no campo da álgebra, a simetria ainda recebe maior atenção quando se discute aspectos geométricos do que algébricos da Matemática, especialmente quando se trata dos materiais oportunizados para seu ensino em sala de aula. Nesse entendimento, a proposta de se tomar como conteúdo matemático no presente estudo o conceito de simetria, como um conceito para articular ambos os campos – algébrico e geométrico – é feito justificando-se e apoiando-se nos estudos acima indicados. Além disso, conjectura-se que há uma potencialidade de aprendizagens e conhecimentos que tal abordagem pode trazer aos alunos e aos professores, especialmente num contexto de ensino exploratório.

3. Metodologia



Nesta seção apresento⁵ o contexto no qual realizei a pesquisa em minha própria prática docente exercendo o papel de professor-pesquisador, apresentando o contexto da pesquisa, o método para coleta dos dados e as análises sobre minha aprendizagem tendo como base os conceitos apresentados no referencial teórico (Lampert, 2010; Shulman, 1987; Loughran, 2019; Ponte, 2002) para analisar as aprendizagens identificadas ao longo da pesquisa.

3.1 Sobre o contexto do estudo

Embora já tenha experiência em sala de aula, essa pesquisa foi realizada quando implementei pela primeira vez uma abordagem de ensino exploratório na escola pública na qual atuei no ano de 2019, com uma de minhas turmas de 9º ano que contava com 36 alunos com idades entre 13 e 15 anos. Para a realização da pesquisa, inicialmente foi realizada uma reunião com os pais dos estudantes para apresentar o contexto do projeto e solicitar o consentimento dos responsáveis para a participação dos estudantes, considerando que as aulas seriam registradas por meio de gravações em vídeo e áudio. As aulas da pesquisa ocorreram no mês de setembro de 2019, inseridas de maneira a dar continuidade ao meu planejamento anual, porém inserindo a abordagem com o ensino exploratório e o uso da simetria para articular álgebra e geometria.

Planejei trabalhar com essa turma o tópico de *funções e suas representações*, de maneira que, nas aulas implementadas, fosse possível utilizar a *simetria como articulador da álgebra e geometria* para oportunizar maiores aprendizagens acerca do tópico mencionado. Como planejei o tópico de *funções e suas representações* para ser trabalhado em três aulas, para cada aula elaborei uma tarefa com um objeto de conhecimento, a saber: Tarefa A: *a reta numérica real*; Tarefa B: *lei de formação de funções*; Tarefa C: *representação gráfica de funções*.

Cada aula seguia o modelo PDR envolvendo planejamento, desenvolvimento e reflexão (ciclo PDR) (Trevisan; Ribeiro; Ponte, 2020) tendo utilizado, como mencionado anteriormente, pela primeira vez em minhas aulas a abordagem de ensino exploratório e suas fases (Canavarro, 2011; Ponte, 2005; Stein *et al.*, 2008). Nesse contexto, não trabalhei de maneira isolada, tendo nas etapas de planejamento e reflexão das aulas o apoio de meus orientadores e dos colegas de grupo de pesquisa como amigos críticos⁶, contribuindo com sugestões na elaboração tarefas e coleta de dados, assim como no processo de reflexão de maneira a contribuir para ampliar meu olhar sobre os acontecimentos em sala de aula.

3.2 Sobre o método de pesquisa, recolha e análise de dados

⁵ Nas seções (3) e (4) o texto é narrado em primeira pessoa, destacando as percepções do professor-pesquisador em relação à pesquisa e sua prática em sala de aula.

⁶ Ainda que eu não estivesse atuando como formador de professores, conforme Russel (2022), o papel do amigo crítico foi fundamental para o desenvolvimento da pesquisa de minha própria prática, oportunizando discussões acerca de elaboração de tarefas e análise de dados.

Ao longo das três aulas e suas etapas do *ciclo PDR* (Trevisan; Ribeiro; Ponte, 2020), mantive um *diário virtual* no qual, por meio de meu celular, realizava gravações registrando minhas ideias, intenções, planejamentos e produções de tarefas. Estes registros autogravados via celular chamo de *autograções* e foram realizados na etapa de planejamento das aulas e também na etapa de reflexão após cada aula realizada. Durante a interação com os estudantes, os dados foram recolhidos por meio de registros videogravados – duas câmeras em sala de aula - e audiogravados – um gravador para cada grupo de alunos – além de registros das respostas produzidas pelos estudantes para as tarefas realizadas em grupos e, posteriormente, discutidas em plenária. Na etapa de desenvolvimento da aula, as *autograções* foram realizadas por meio de um celular atado ao meu braço, a fim de que pudesse operar como uma lente (Chan; Mesiti; Clark, 2019) dos acontecimentos ao longo da aula.

Para a análise dos dados, o processo consistiu em assistir às autograções e demais registros com o intuito de rememorar os momentos vivenciados e identificar quais aprendizagens oportunizadas puderam ser evidenciadas por mudanças em minhas atitudes de uma aula para outra. Minhas análises e percepções após as aulas eram levadas aos encontros com o grupo de pesquisa no qual discutíamos sobre o significado da experiência vivenciada e como a experiência oportunizava maiores conhecimentos para refinarem a aula seguinte. Dessa maneira, sob a lente do referencial teórico, me apoiei em Loughran (2019) para identificar os momentos de busca pelo *raciocínio pedagógico* para caracterizar os momentos de ruptura que me oportunizaram as aprendizagens destacadas.

Da mesma maneira, me amparo nos aspectos do raciocínio pedagógico (Shulman, 1987) identificados na Tabela 1, para evidenciar como minha prática tornou-se mais informada a cada aula, refletindo assim, nas relações entre professor, aluno e conteúdo (Lampert, 2010). Ainda, tomando referência à simetria conforme Stewart (2012), analiso se as tarefas atenderam ao objetivo de articular a álgebra e geometria, analisando também, como todo o processo de pesquisa, ao longo dos ciclos PDR, contribuiu para que eu aprendesse mais sobre minha prática por meio da pesquisa.

4. Análise dos dados: O que aprendi ao investigar minha prática

A pesquisa que vivenciei ao explorar as possibilidades da simetria para articular álgebra e geometria em um contexto de ensino exploratório, me oportunizaram diversas aprendizagens ao longo da implementação das três tarefas que elaborei para esse estudo. Nesta seção, vou me debruçar sobre as aprendizagens que, para mim, se desvelaram como as mais significativas ao favorecerem um novo olhar para a minha prática em sala de aula.

Nessa perspectiva, divido a seção em três episódios marcados por aprendizagens envolvendo minha relação com o conteúdo e os estudantes; a relação dos estudantes e o conteúdo; e minha relação com as tarefas e as aprendizagens dos estudantes. Para tanto, transcrevo trechos das autograções do meu diário virtual que, juntamente com as produções dos estudantes e os registros audiogravados e videogravados em sala de aula, me permitiram rememorar os acontecimentos vivenciados nessa experiência de ensino.

Episódio 01 – O que aprendi sobre considerar os conhecimentos prévios dos estudantes em uma aula

A experiência que vivi com a implementação da primeira tarefa no ensino exploratório, me oportunizou maior compreensão do tema que eu buscava explorar junto aos meus estudantes. Não porque a aula tenha saído como o esperado, pelo contrário, muitos acontecimentos me surpreenderam por se concretizarem de maneira diferente do que eu havia planejado, com diversos elementos não *antecipados*⁷ no momento do planejamento da aula.

Para a primeira tarefa (Apêndice A), tive como objeto do conhecimento a reta numérica real e, para trabalhar este tema de maneira diferente das minhas práticas rotineiras, optei por explorar com meus alunos o cálculo da variação de IMC (índice de massa corporal) com a intenção de que os resultados desse cálculo fossem representados nos intervalos da reta numérica. Conforme registrei em meu plano de aula, tinha muito claro em minha mente como pretendia explorar esse tema articulando a álgebra e a geometria por meio do conceito de simetria: *“solicitar aos alunos que calculassem a variação do valor do IMC (índice de massa corporal) de três personagens, a fim de que essa variação seja representada por meio de uma representação gráfica onde os estudantes possam se valer da simetria para discutir os resultados”*.

Em meu diário virtual também registrei, em *autogravação*, como antecipava as ações que esperava dos meus alunos com a tarefa, ao registrarem suas soluções na reta numérica:

A ideia é que eles [os alunos] percebam que conforme se aumenta o valor da massa, o IMC também vai se deslocando. E conforme se diminui o valor da massa, o IMC também vai se deslocando para o outro lado [na reta numérica].

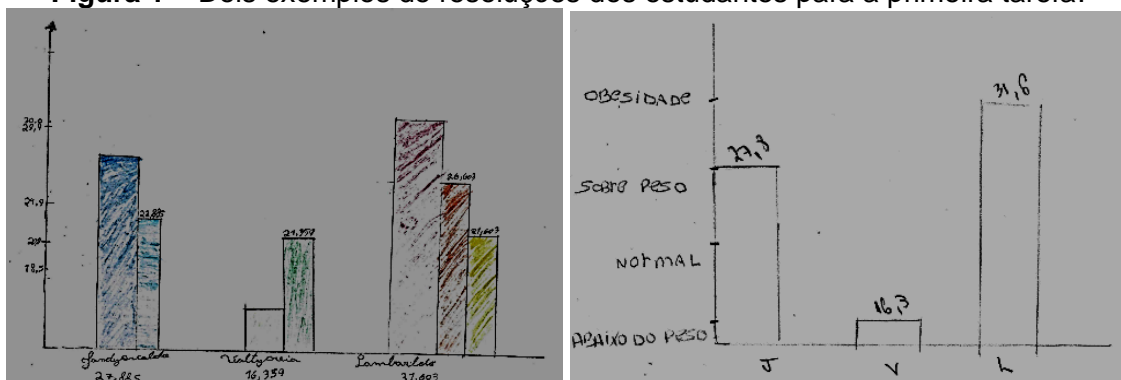
[autogravação da fase de planejamento da primeira tarefa]

Por meio dessa autogravação, rememoro que ainda que estivesse seguro do que pretendia com essa primeira tarefa e, mesmo com minha experiência em sala de aula, tive receio em como promover o ensino exploratório com minha turma, ponderando que seria minha primeira experiência com essa abordagem de ensino. Considerando que a turma contava com 36 alunos presentes, eu esperava que surgissem dificuldades dos estudantes, também esperava que houvesse diferentes variações das soluções dos grupos para a representação da solução da tarefa fazendo uso da reta numérica. Entretanto, o que me surpreendeu foi verificar que, ao longo do *monitoramento* sobre o trabalho autônomo dos estudantes, que as representações escolhidas não foram necessariamente a reta numérica conforme eu havia planejado.

⁷ Conforme Stein et al. (2008), 5 práticas para discussões produtivas em matemática, num contexto de ensino exploratório, envolvem: a **antecipação** de possíveis respostas dos alunos; o **monitoramento** do trabalho dos alunos em grupo; a **seleção** das respostas que mais possam contribuir para a plenária/discussão final; o **sequenciamento** das respostas selecionadas a fim de favorecer a compreensão do tema da aula; e a **conexão** das ideias que surgiram nas discussões em plenária e que oportunizam o aprendizado do conteúdo trabalhado.

A solução apresentada no lado esquerdo da Figura 1, mostra que esse grupo representou a variação de IMC de cada personagem por meio de colunas em um gráfico. Já na solução do lado direito, o grupo representou cada personagem por uma coluna e a variação do IMC foi identificada nos eixos do gráfico. Embora muito criativas, as representações por meio de gráficos de colunas não atendiam ao que eu havia planejado discutir com a turma sobre a reta numérica real e a simetria e, ainda que outros grupos tivessem realizado a tarefa conforme o esperado, eu não soube como lidar com as soluções divergentes.

Figura 1 – Dois exemplos de resoluções dos estudantes para a primeira tarefa.



Fonte: dados da pesquisa.

Após a finalização da aula, minha frustração por não ter *antecipado* outros resultados possíveis foi registrada na autogravação:

Eu pedia [na tarefa] que os alunos representassem graficamente a situação, então surgiram algumas variações. Mas eu não havia previsto que, o que deveria ser o mais evidente, que foi a representação através de um gráfico de colunas. Pois é o que eles já haviam trabalhado em anos anteriores.

[autogravação da fase de reflexão da primeira tarefa]

O que se torna mais nítido ouvindo essa autogravação foi que, muito além da diversidade de representações, eu não havia considerado em minhas *antecipações* das respostas dos estudantes, os conhecimentos prévios deles. Ao solicitar uma “*representação gráfica*” para a solução dos problemas, percebo que a associação com a palavra *gráfico* remeteu ao que os estudantes aprenderam em estatística (gráficos de colunas, barras e setores), e não ao que eu esperava ser a representação por meio da reta numérica real.

Sob essa análise, pude perceber na prática que, mesmo sendo uma tarefa desafiadora, a antecipação de todas as respostas dos estudantes numa proposta de ensino exploratório, há de se levar em consideração os conhecimentos prévios dos estudantes e como isso pode contribuir para antecipar o que eles estão mais propensos a pensar. O *desequilíbrio pedagógico* provocado pelas minhas expectativas das respostas e o que efetivamente ocorreu, contribuiu para que essa aprendizagem fosse oportunizada a mim, na fase de reflexão da aula, e me fez repensar o trabalho com a segunda tarefa. Nas discussões levadas ao grupo de pesquisa, apontei tais percepções e esse foi um

fator importante para as alterações que realizei na segunda tarefa, visando refinar a aula que viria a seguir.

No próximo episódio, narro as consequências da assimilação dessa aprendizagem com a primeira tarefa e a busca pelo *equilíbrio pedagógico* nas ações e intenções quanto a segunda tarefa.

Episódio 02 – O que aprendi sobre a importância de dar voz aos alunos

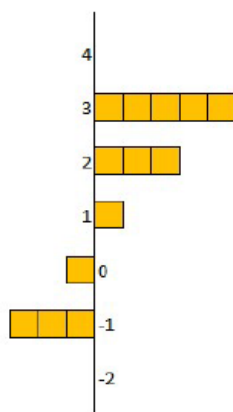
Ao assistir os registros videogravados da segunda aula, pude perceber que o *desequilíbrio pedagógico* oportunizado na aula anterior contribuiu para que eu dedicasse maior atenção ao *lançamento*⁸ da segunda tarefa, buscando me certificar de que todos os alunos pudessem compreender o contexto e o objetivo da aula que estava sendo proposta, conforme me fora sugerido após reunião com os colegas do grupo de pesquisa.

A segunda tarefa (Apêndice B) já estava pronta quando ministrei a primeira aula. Porém, os eventos vivenciados com as soluções dos estudantes na primeira aula me motivaram a modificar essa segunda tarefa, antes de realizar uma nova aula com a turma. Dois fatores foram essenciais para repensar o formato da segunda tarefa: a gestão do tempo, principalmente em relação à plenária ao final da aula, e levar em consideração os conhecimentos prévios trazidos pelos estudantes.

Com isso, uma de minhas primeiras providências foi reduzir o número de perguntas da segunda tarefa, adaptando melhor o conteúdo de modo a buscar ser o mais objetivo possível nas discussões que pretendia realizar. Nesse intuito, para trabalhar a *lei de formação de funções* na segunda tarefa, elaborei uma imagem constituída por uma reta vertical numerada e por quadrinhos construídos sobre os números dessa reta (Figura 2), com a intenção de que os estudantes pudessem identificar a regularidade que explicasse a formação dessa figura.

Diferente do que foi feito com a primeira tarefa, na *etapa de desenvolvimento* da segunda aula tomei um cuidado maior na apresentação da tarefa. Como a tarefa envolvia a ideia de reflexão, busquei mobilizar conhecimentos sobre esse assunto que a turma já possuía, a fim de que pudessem compreender o contexto da tarefa. Para tanto, projetei na lousa imagens de letreiros de ambulâncias e de carros de bombeiros, e discuti com a turma o porquê de tais letreiros serem escritos ao contrário. Com essa estratégia, mobilizei a turma a discutir sobre a simetria dos reflexos em espelhos e, por fim, chegamos no contexto da tarefa que deveriam realizar.

⁸ Stein et al. (2008) identificam três fases fundamentais que compõem o ensino exploratório: o **lançamento**, para assegurar o entendimento e comprometimento dos estudantes com a tarefa trabalhada; a **exploração**, momento em que o professor promove os trabalhos em grupo gerenciando as interações entre os estudantes e a **discussão e sistematização**, na qual os estudantes apresentam suas soluções e o professor media o debate de ideias.

Figura 02 – O desafio da tarefa 2.

Fonte: dados da pesquisa.

Em relação à simetria para articular álgebra e geometria, a segunda tarefa oportunizou melhor esse desafio aos estudantes, ao associar a geometria da imagem com a álgebra da lei de formação de funções. Retomando as produções dos estudantes – e rememorando a fase de *monitoramento* da segunda aula – observei que, em diversas soluções apresentadas, houve a percepção do conceito de simetria nas estratégias que os estudantes utilizaram para completar a imagem da tarefa e encontrar a *lei de formação*.

Dentre os grupos formados nessa segunda aula, havia um que era constituído por estudantes que, em aulas anteriores a essa experiência com o ensino exploratório, não demonstravam muito interesse nas aulas e apresentavam dificuldades para aprender. Ao me aproximar deste grupo, pretendendo dar maior atenção a eles, fui surpreendido pela resolução que me apresentaram. Me chamou a atenção o fato de que os alunos utilizaram uma tabela como recurso para representar a solução do problema (Figura 3), bem como a forma pela qual eles observaram o padrão de repetição dos números para completarem a figura da tarefa, fazendo uso da simetria dos resultados.

Embora o grupo não tenha se sentido à vontade para apresentar a solução na lousa para a turma toda durante a *plenária*, ao rememorar a resolução pelo registro audiogravado do grupo, fiquei ainda mais impressionado com a desenvoltura e a capacidade de argumentação desses alunos. Enquanto discutiam entre si, expressavam suas ideias e sustentavam suas argumentações de maneira coerente, muito diferente das expectativas de aprendizagens que eu tinha para eles.

Figura 03 – Resolução apresentada pelo grupo.

N	B
-2	5
-1	3
0	1
1	3
2	5
3	7
4	9

$a - 4 = 7$
 $-2 = 5$

É como se a folha estivesse dobrada ao meio.

Fonte: dados da pesquisa.

Esse novo *desequilíbrio pedagógico* entre minhas expectativas, dessa vez quanto à capacidade dos estudantes, me levou a refletir sobre as oportunidades que esses estudantes tiveram de expressar suas ideias numa proposta de aula diferente do que costumávamos realizar. Pude rememorar essas reflexões na autogravação realizada após a aula:

Eu vejo que os alunos não têm esse costume... na verdade não damos esse espaço para que eles possam falar. É necessário e é produtivo realizar discussões porque assim os alunos vão tomando o costume de defender suas ideias matemáticas. E a gente não faz isso, trabalhamos bastante com ideias de exercícios e dificilmente com tarefas que dão esse espaço para que eles possam se expressar.

[autogravação da fase de reflexão da segunda tarefa]

Neste *desequilíbrio pedagógico* expresso na transcrição acima, pude perceber o quanto minha avaliação subestimava a capacidade dos meus alunos, sendo ofuscada pela insuficiência das minhas estratégias de ensino, nomeadamente o ensino direto, em oportunizar aos alunos possibilidades de se expressarem sobre o que sabem e como sabem. Ter registros dos trabalhos dos estudantes que pudessem confrontar minhas crenças quanto ao que acreditava ser um raciocínio limitado dos meus alunos, contribuiu para boas discussões com meu grupo de pesquisa e me fez compreender as limitações de minha própria prática para avaliar esse raciocínio. Vale destacar que só tive acesso a tal situação, quando me permiti ser mais mediador do que protagonista no processo de ensino-aprendizagem, como preconiza o ensino exploratório.

Percebi ainda, que um maior cuidado com o lançamento e a elaboração da tarefa, também favoreceram essa percepção da capacidade dos meus alunos. A contribuição dessa minha aprendizagem para um olhar mais atento para as aprendizagens dos meus alunos oportunizadas nas tarefas propostas, é o que relato no terceiro episódio a seguir.

Episódio 03 – O que aprendi sobre a intencionalidade ao propor uma tarefa

Ao retomar retrospectivamente minhas escolhas e decisões ao longo do processo de elaboração e implementação das três aulas que compõem esse estudo, percebo que, ao mesmo tempo em que moldava minhas aulas para torná-las mais exploratórias, eu também era moldado pela experiência de cada aula. Isso se tornou mais explícito no processo de planejamento da terceira aula na qual, ao invés de elaborar uma nova tarefa, resolvi utilizar um desafio que já fazia parte de minha prática em aulas anteriores (Apêndice C).

O conteúdo da terceira aula foi a *representação gráfica de funções*, na qual eu pretendia utilizar recursos de tecnologia do software *Geogebra* para explorar os elementos da expressão algébrica de uma função que permitiam antecipar seu comportamento como crescente ou decrescente. Como desafio após ensinar sobre a ideia de função crescente e função decrescente, eu costumava utilizar uma tarefa que consistia na construção da figura de um losango no software *Geogebra*, em que os lados desse losango eram construídos por meio de funções lineares.

Em nova reunião com o grupo de pesquisas, apresentei essa sugestão para a tarefa que me pareceu ideal para a proposta de ensino exploratório, mas não para finalizar e sim, para começar a aula. Isso pode ser observado quando em minha autogravação da terceira aula:

Eu sempre utilizava essa opção [tarefa] como para eles [os alunos] exercitarem, (...) dessa vez vou utilizar essa opção de montar o losango como sendo um desafio para que eles possam descobrir, pela própria prática, o que significa a reta subir e a reta descer, assim como os coeficientes.

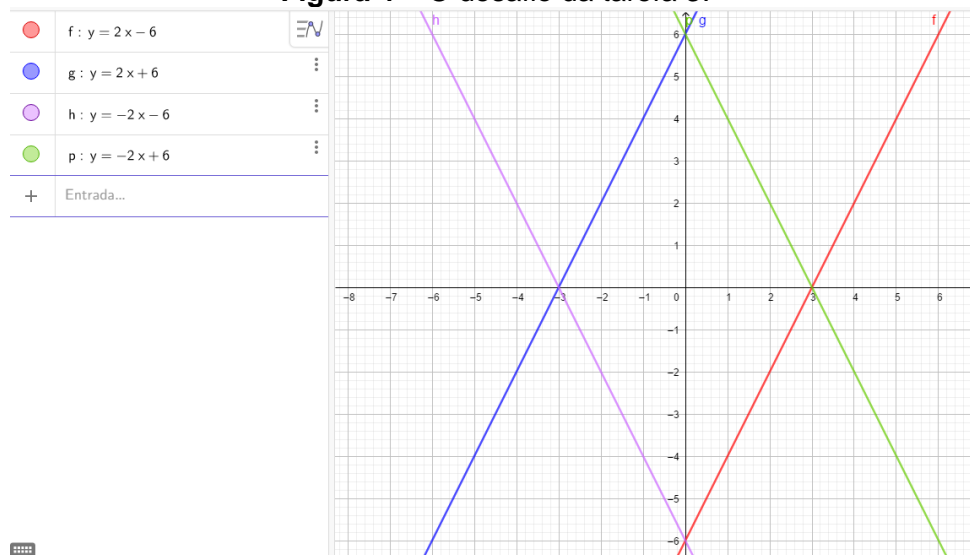
[autogravação da fase de planejamento da terceira tarefa]

Minha intenção era que os estudantes, ao explorar o software para construir a figura, pudessem discutir o significado de função crescente e decrescente, associando tal comportamento do gráfico aos parâmetros que compõem a função do tipo $f(x) = ax + b$. Com esses registros, rememoro o quanto minhas escolhas em relação à opção e elaboração de tarefas foram se refinando ao longo da experiência com as etapas de planejamento, desenvolvimento e reflexão das aulas, assim como, percebia a contribuição do olhar dos colegas do grupo de pesquisa para que eu pudesse expressar minhas ideias e eles apresentassem suas percepções sobre a clareza do que eu estava propondo para a aula.

Da mesma forma, percebi o quanto essa experiência de ensino contribuiu para que eu enxergasse o potencial de uma tarefa, com um olhar diferenciado e mais atento para as discussões que poderiam ser oportunizadas. Quando retomo os acontecimentos da *etapa do desenvolvimento da aula*, por meio dos registros videogravados, observo que os estudantes foram mais participativos nas discussões matemáticas nesta terceira aula.

A Figura 4, extraída de meu plano de aula, apresenta um dos possíveis resultados que eu *antecipava* para a solução da tarefa.

Figura 4 – O desafio da tarefa 3.



Fonte: dados da pesquisa.

Diferente do que ocorreu na primeira aula, as diversas formas dos estudantes expressarem suas respostas, divergindo da forma padronizada $f(x) = ax + b$ como planejado, me deixaram atento, mas não frustrado. Ainda que receoso de me equivocar em minha avaliação quanto à validade das proposições nas respostas dos alunos, eu buscava discutir com os grupos a fim de tentar descompactar quais as ideias eles estavam tentando comunicar. Quando retomei minhas impressões sobre a terceira aula nos registros do *diário virtual*, percebi que, na verdade esse maior contato com as ideias dos estudantes foi oportunizado justamente pelas potencialidades da tarefa e pelas intencionalidades por trás de sua escolha:

Deve ser feitas outras formas de resolução [referindo-se às antecipações no plano de aula], tentar se colocar no lugar do aluno para poder tentar prever isso [aqui me refiro às diversas possibilidades de respostas] e, dessa forma, estar preparado. Caso venha a surgir alguns erros ou ideias inovadoras, que eu talvez não possa estar enxergando da forma com que o aluno esteja falando, mas que tenha o mesmo conceito.
[autogravação da fase de reflexão da terceira tarefa]

Analisando minhas reflexões, percebo que, apesar de identificar a necessidade de me colocar no lugar do estudante no momento de antecipar as possíveis respostas, considero também repensar minhas crenças quanto a capacidade dos estudantes. Nesse sentido, percebi que a busca pelo *equilíbrio pedagógico* mobilizado nas aulas anteriores contribuiu para que minhas escolhas acerca das tarefas fossem sustentadas por uma intencionalidade matemática focada nas oportunidades de discussões e aprendizagens dos estudantes. Isso também oportunizou um olhar diferenciado sobre as oportunidades de aprendizagens de uma tarefa e como essas oportunidades contribuíram para refinar minha prática envolvendo o ensino exploratório, valorizando os pensamentos e ações dos estudantes.

5. Discussões dos resultados: *uma conversa sobre o que foi aprendido à luz do referencial teórico*

Nesta seção, sob a lente do referencial teórico, discutimos⁹ de que maneira os elementos destacados nas aprendizagens particulares reconhecidas pelo professor-pesquisador (a partir daqui utilizaremos PP para referir ao professor-pesquisador) podem ser replicados para outros contextos e outros professores.

Conforme Lampert (2010), são múltiplos os entendimentos do significado de prática para a formação de professores, embora a relação entre professor, aluno e conteúdo desponte como o foco do que estamos buscando quando falamos de melhorar as práticas em sala de aula. Diante disso, considerando a singularidade da prática de cada professor, existem aprendizagens que são universais quando pensamos que cada prática em particular está inserida num contexto maior que constitui sua área de atuação. Sob essa análise, nas aprendizagens reconhecidas pelo professor-pesquisador, e desveladas na seção anterior, destacamos os aspectos do *raciocínio pedagógico* (Shulman, 1987) que foram se fortalecendo de uma aula para outra, especialmente motivadas pela busca do *equilíbrio pedagógico* (Loughran, 2019).

Na aula em que o PP iniciou a pesquisa, o aspecto do *raciocínio pedagógico* (Shulman, 1987) que se desvela na etapa de planejamento dessa aula foi a *compreensão*. Ao elaborar a primeira tarefa o PP destacou o *propósito* de oportunizar a articulação entre a álgebra e a geometria por meio da simetria, para explorar aprendizagens acerca da reta numérica real. Com essa intenção, demonstrou também a *compreensão das estruturas do conteúdo* que seria trabalhado por meio da Tarefa 1. Como a tarefa envolvia o desafio de mobilizar as discussões em grupo, outro aspecto destacado foi a *transformação* da tarefa, que exigiu a *preparação* do material utilizado e a *seleção* de qual repertório instrucional seria abordado para colocar a aula em prática.

Entretanto, foi no aspecto da *instrução* que observamos o primeiro *desequilíbrio pedagógico* do PP, conforme referenciado por Loughran (2019), que o fez ter uma percepção diferente do ensino em relação àquela que costumava ter observado nos conflitos entre as expectativas do PP para as respostas dos estudantes e as resoluções que os grupos efetivamente apresentaram. Nesse sentido, destacamos que foi justamente o *desequilíbrio pedagógico* o responsável por oportunizar, no momento da *reflexão*, a oportunidade para que o PP pudesse avaliar seu desempenho a fim de ajustá-lo às novas demandas de ensino em contextos de ensino exploratório. As aprendizagens reconhecidas pelo PP compreendendo a importância de considerar os conhecimentos prévios dos estudantes, contribuíram para os aspectos do raciocínio pedagógico elencados nos parágrafos anteriores, de modo que pudessem ser aprimorados na aula seguinte. Isso também foi favorecido por sua discussão com seu grupo de pesquisa, como destacado pelo PP em diversas autografações.

Identificamos que tais aprendizagens desvelam-se no aspecto das *novas compreensões* que foram demonstradas pelo PP por meio de suas

⁹ A partir desta seção retomamos a discussão em primeira pessoa do plural, por reunir o trabalho de todos os autores na discussão sobre as aprendizagens do professor-pesquisador (PP).

atitudes de modificar a Tarefa 2, ao reconsiderar os *propósitos* de articular a álgebra e a geometria por meio da simetria, desta vez para promover aprendizagens quanto à *lei de formação de funções*. Em outras palavras, a compreensão quanto ao conteúdo e as adaptações necessárias para tornar o conteúdo ensinável aos estudantes foram reconstruídas pelas aprendizagens oportunizadas pela pesquisa ao considerar os registros dos estudantes. De maneira análoga, o maior cuidado evidenciado no aspecto da *transformação* da Tarefa 2, para que atendesse às características dos alunos com destaque para a *representação* no uso de analogias, como a dos espelhos para evidenciar a simetria, visaram melhorar o aspecto da *instrução* na fase de lançamento da tarefa. Dessa forma, foi possível observar que a prática do PP foi se tornando mais informada, como referenciado por Shulman (1987), pelas aprendizagens oportunizadas com a experiência da primeira aula, bem como pelas reflexões e discussões com seu grupo que moldaram as escolhas do PP para a segunda aula.

Ainda na segunda aula, no que refere ao aspecto do *raciocínio pedagógico* envolvendo *avaliação* na verificação do entendimento dos alunos, salientamos o *desequilíbrio pedagógico* provocado pelo confronto das crenças do PP quanto ao que esperava que os estudantes fossem capazes de realizar. Perceber a importância de dar voz e ouvir os estudantes, sugere que a experiência contribuiu significativamente para que o aspecto da *avaliação* oportunizasse ao PP analisar criticamente seu desempenho e suas expectativas sobre o quanto os estudantes são capazes de serem protagonistas das próprias aprendizagens. Ademais, o *desequilíbrio pedagógico* e a experiência que foi acumulada pelo PP com as duas aulas favoreceram o aspecto das *novas compreensões* que se materializaram no olhar mais cuidadoso que teve com a Tarefa 3, ao apresentá-la para o grupo de pesquisas com a intencionalidade de uso como tarefa exploratória, e não apenas como exercício.

Ao revisitar suas experiências registradas no diário virtual, o PP demonstrou perceber que, conforme explorava as potencialidades da articulação entre a álgebra e a geometria por meio da simetria nas tarefas anteriores, pôde compreender mais sobre a própria prática, sua relação com os conteúdos trabalhados e com os seus alunos. O *raciocínio pedagógico, evidenciado* pelo PP na escolha da Tarefa 3 com maior atenção para as possibilidades de discussões e autonomia dos estudantes, permite destacar como o aspecto da *compreensão* foi mais abrangente quanto aos propósitos de ensino e a estrutura do próprio conteúdo.

Com a proposta de relacionar a expressão algébrica da lei de formação de funções e o gráfico da função, observa-se que a Tarefa 3 foi a que melhor cumpriu o papel de articular a álgebra e a geometria por meio da simetria – no entendimento da simetria como um processo (Stewart, 2012) – dentre as estratégias de resolução que o PP buscava desenvolver com seus alunos no desafio proposto. Com isso, identificamos como o raciocínio pedagógico do PP pôde contribuir para que sua prática estivesse cada vez mais informada (Shulman, 1987) através das aprendizagens oportunizadas ao longo das três aulas experienciadas.

Interessante destacar que o trabalho do PP em elaborar as tarefas e refletir sobre as aulas não foi um trabalho solitário, contanto, para tanto, com o suporte dos pares de seu grupo de pesquisa. Dessa forma, na perspectiva de

Ponte (2002), demonstra um trabalho de interações e reflexões conjuntas que contribuíram para a construção de conhecimentos na própria prática, favorecendo o desenvolvimento profissional observado por meio dos aspectos do raciocínio pedagógico (Shulman, 1987) refinados ao longo das aulas.

6. Conclusão e considerações finais

Em conformidade com a literatura que aponta a importância da reflexão e problematização das práticas para que os professores desenvolvam seu conhecimento profissional para o ensino (Ball; Cohen, 1999; Lampert, 2010; Webster-Wright, 2009) e a aprendizagem experiencial do professor por meio da investigação em sala de aula (Borges, 2016; Marin, 2014), o objetivo no presente artigo foi descrever as contribuições da pesquisa da própria prática para a continuidade da formação do professor da educação básica, em uma abordagem de ensino exploratório articulando álgebra e geometria por meio da simetria.

Para atender ao objetivo do artigo, norteamos as discussões pelo questionamento sobre (i) *Quais aprendizagens docentes podem ser desveladas na articulação da álgebra e geometria por meio da simetria?* Em relação a esta questão, identificamos por meio do discurso e das atitudes do PP, aprendizagens sobre a importância de considerar os conhecimentos prévios dos estudantes, de oportunizar as discussões para que os alunos tenham espaço para serem ouvidos, bem como o papel fundamental das intencionalidades por trás da escolha e implementação de tarefas que sejam desafiadoras (Ponte, 2005; Stein et al., 2008; Arbough; Brown, 2006). Desta maneira, foi possível identificar como o raciocínio pedagógico do professor-pesquisador, a partir da análise de seus aspectos (Shulman, 1987), pode se refinar a partir dos conflitos gerados entre suas expectativas e aquilo que efetivamente ocorria em sala de aula, refletindo a busca pelo equilíbrio pedagógico (Loughran, 2019). Os aspectos do *raciocínio pedagógico* que se sobressaíram a cada aula, contribuíram para evidenciar como as ações do PP tornaram-se mais eficazes ao tornarem-se sustentadas por uma prática mais bem informada pela pesquisa vivenciada.

Associadamente, atendendo à segunda questão norteadora (ii) *De que maneira a continuidade da formação profissional se oportuniza na pesquisa da própria prática?*, ao tomar-se a própria prática como contexto de pesquisa, e com o apoio dos pares do grupo de pesquisa para discussões sobre a escolha de tarefas, procedimentos de ensino e reflexões sobre o ensino, o PP teve na investigação um favorável processo de construção de conhecimentos (Ponte, 2002) que puderam ser mobilizados e refinados na prática (Cochran-Smith; Lytle, 2009) em colaboração e reflexão junto aos pares (Russel, 2022). Com isso, aponta-se que foi possível ao PP desenvolver seus conhecimentos e, por conseguinte, sua própria prática a partir de um processo dialógico de suas percepções da pesquisa e a discussão com os pares (Crecci; Fiorentini, 2013), desvelando potencialidades da pesquisa da própria prática para a continuidade das aprendizagens docente por meio da prática (Lampert, 2010).

Pondera-se que as tarefas implementadas nas aulas aqui relatadas ainda precisam de ajustes em diversos aspectos para melhor explorar a simetria como um processo (Stewart, 2012) e torná-la mais presente no cotidiano da sala de aula (Oliveira; Ribeiro; Powel, 2016). Isso pode ser feito por meio de replicações dessa experiência por outros professores que possam ser motivados por esse estudo a realizarem pesquisas em suas práticas. Considerando que as

aprendizagens oportunizadas na experiência aqui relatada pelo PP, sugerimos que o tema oferece potencial para novos estudos que possam contribuir, tanto para a melhoria das tarefas, quanto para o ensino e aprendizagem desse tema no campo da álgebra.

7. Reflexão final do professor-pesquisador

Me permito (e aqui falo em primeira pessoa por se tratar de reflexão individual do professor) realizar um adendo para destacar que a coleta de dados de nosso estudo ocorreu em 2019, com posterior análise no ano de 2020, quando a pandemia de COVID-19 impôs o isolamento social que afetou profundamente a educação em todo o mundo. Esse isolamento, como todos sabemos, acabou forçando os profissionais da educação refletirem sobre suas práticas em um mundo muito diferente daquele ao qual estávamos acostumados.

Todavia, a experiência que vivenciei pela oportunidade de pesquisar a minha própria prática, assim como a colaboração de meus colegas do grupo de pesquisa, atuando como amigos críticos, contribuiu significativamente para que eu, na prática de ensino na modalidade remota, pudesse explorar diversas formas de promover o ensino aos meus alunos mesmo em um contexto tão desafiador. Com isso, finalizo destacando a importância da pesquisa na formação do professor a fim de que, enquanto profissionais, tenhamos uma formação que contribua para que nossa aprendizagem seja mais humanizada, inclusive ao longo de nossa prática, favorecendo que estejamos mais preparados para os mais diversos desafios do ensino.

Referências

- ALARCÃO, Isabel. Professor-investigador: Que sentido? Que formação. **Formação profissional de professores no ensino superior**, Porto, v. 1, p. 21-31, 2001.
- ANDERSON, Gary; HERR, Kathryn. O docente-pesquisador: a investigação-ação como uma forma válida de geração de conhecimentos. **Revista Interinstitucional Artes de Educar**, Rio de Janeiro: v. 2, n. 1, p. 4-24, 2016. DOI: <https://doi.org/10.12957/riae.2016.21236>.
- ARBAUGH, Fran; BROWN, Catherine A. Analyzing mathematical tasks: a catalyst for change?. **Journal of Mathematics Teacher Education**, Genebra, v. 8, n. 6, p. 499-536, abr. 2005. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10857-006-6585-3>.
- BALL, Deborah Loewenberg; COHEN, David. Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education. **Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice**, New York, v. 1, p. 3-22, 1999. DOI: <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>.
- BORGES, Maria Leonor. Saber experiencial e conhecimento profissional docente: implicações epistemológicas e formativas. **Revista Internacional de Formação de Professores (RIPF)**, São Paulo, v. 1, n. 3, p. 147-16, ago. 2016.

Disponível em: <https://periodicos.itp.ifsp.edu.br/index.php/RIFP/article/view/434>.
Acesso: 15 jan. 2023.

BOYER, Carl Benjamin.; MERZBACH, Uta. **História da matemática**. Rio de Janeiro: Blucher, 2019. 512 p.

CANAVARRO, Ana Paula. Ensino exploratório da Matemática: práticas e desafios. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 115, p. 11-17, dez. 2011.
Disponível em: <http://hdl.handle.net/10174/4265>.

CHAN, Man Ching Esther; MESITI, Carmel.; CLARKE, David. Problematising video as data in three video-based research projects in mathematics education. In: KAISER, Gabriele; PRESMEG, Norma (ed.). **Compendium for early career researchers in mathematics education**, New York, Springer, p. 199-218, abr. 2019. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-030-15636-7_9.

CHRISTENSON, Mary et al. The rocky road of teachers becoming action researchers. **Teaching and Teacher Education**, Boston, v. 18, n. 3, p. 259-272, abr. 2002. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0742-051X\(01\)00068-3](https://doi.org/10.1016/S0742-051X(01)00068-3).

COCHRAN-SMITH, Marilyn; LYTLE, Susan L. Capítulo 8: Relações de conhecimento e prática: Aprendizagem de professores em comunidades. **Revisão da pesquisa em educação**, Rio de Janeiro, v. 24, n. 1, p. 249-305, jan. 1999.

COCHRAN-SMITH, Marilyn; LYTLE, Susan L. **Inquiry as stance: Practitioner research for the next generation**. New York: Teachers College Press, 2009.

CRECCI, Vanessa Moreira; FIORENTINI, Dario. Desenvolvimento profissional de professores em comunidades com postura investigativa. **Acta Scientiae**. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, v. 15, n. 1, p. 9-23, 2013.
Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/28115/>. Acesso em: 13 ago. 2023.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. 9. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1981. 253 p.

LAMPERT, Magdalene. Learning teaching in, from, and for practice: What do we mean? **Journal of teacher education**, Boston, v. 61, n. 1-2, p. 21-34, jan. 2010. DOI: <https://doi.org/10.1177/0022487109347321>.

LIMA, Claudia Neves do Monte Freitas de; NACARATO, Adair Mendes. A investigação da própria prática: mobilização e apropriação de saberes profissionais em Matemática. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 25, n. 2, p. 241-266, ago. 2009. DOI: <https://doi.org/10.1590/S0102-46982009000200011>.

LOPES, Ediane Carolina Peixoto Marques; CAPRIO, Marina. As influências do modelo neoliberal na educação. **Revista on line de Política e Gestão**



Educacional, Araraquara, n. 5, p. 1-16, dez. 2008. DOI: <https://doi.org/10.22633/rpge.v0i5.9152>.

LOUGHRAN, J. John. A history and context of self-study of teaching and teacher education practices. In: **International handbook of self-study of teaching and teacher education practices**. Springer, Dordrecht, New York, v. 12, p. 7-39, 2004. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4020-6545-3_1.

LOUGHRAN, John. Pedagogical reasoning: the foundation of the professional knowledge of teaching. **Teachers and Teaching**, Londres, v. 25, n. 5, p. 523-535, jul. 2019. DOI: <https://doi.org/10.1080/13540602.2019.1633294>.

MANSFIELD, Jennifer; LOUGHRAN, John. Pedagogical equilibrium as a lens for understanding teaching about teaching. **Studying teacher education**, Londres, v. 14, n. 3, p. 246-257, sep. 2018. DOI: <https://doi.org/10.1080/17425964.2018.1541274>.

MARCONDES, Maria Inês. Articulando pesquisa e prática na formação inicial dos professores. **Educação em Perspectiva**, Viçosa, v. 4, n. 1, set. 2013. DOI: <https://doi.org/10.22294/eduper/ppge/ufv.v4i1.409>.

MARIN, Katherine Ariemma. Becoming a teacher educator: A self-study of the use of inquiry in a mathematics methods course. **Studying Teacher Education**, Londres, v. 10, n. 1, p. 20-35, jan. 2014. DOI: <https://doi.org/10.1080/17425964.2013.873976>.

OLIVEIRA, Bárbara Passadore de; RIBEIRO, Alessandro Jacques; POWELL, Arthur B. O conceito de simetria e o ensino de Álgebra: analisando materiais curriculares da Educação Básica. **Boletim GEPEN**, Rio de Janeiro, n. 69, p. 105-117, jun. 2016. DOI: <https://doi.org/10.4322/gepem.2017.009>.

OLIVEIRA, Dalila Andrade. A reestruturação do trabalho docente: precarização e flexibilização. **Educação & Sociedade**, Campinas, v. 25, p. 1127-1144, dez. 2004. DOI: <https://doi.org/10.1590/S0101-73302004000400003>.

PONTE, João Pedro da. Investigar a nossa própria prática. **Refletir e investigar sobre a prática profissional**, p. 5-28, 2002. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Joao-Ponte-2/publication/242711488_Understanding_and_transforming_our_own_practice_by_investigating_it/links/00b49531644b824265000000/Understanding-and-transforming-our-own-practice-by-investigating-it.pdf. Acesso em: 13 ago. 2023.

PONTE, João Pedro da. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, p. 11-34, 2005. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5550406/mod_resource/content/1/Investigador_a_pr%C3%A1tica.pdf. Acesso em: 15 jan. 2023.



RUSSELL, Tom. Understanding and Improving Professional Practice Through Critical Friendship. In: **Learning through Collaboration in Self-Study**. New York: Springer, Singapore, p. 15-24, fev. 2022. DOI: https://doi.org/10.1007/978-981-16-2681-4_2.

SERRAZINA, Lurdes. Planificação do ensino e aprendizagem da matemática. In: Investigação, G.-G. D. T. D. (ed.). **A prática dos professores: planificação e discussão coletiva na sala de aula**. Lisboa: APM, 2017.

SHULMAN, Lee S. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**. Boston, v. 57, n. 1, p. 1-22, apr.1987. DOI: <https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>.

SHULMAN, Lee S. Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma. **Cadernos Cenpec: nova série**, São Paulo, v. 4, n. 2, jun. 2015. DOI: <http://dx.doi.org/10.18676/cadernoscenpec.v4i2.293>.

STEIN, Mary Kay; et al. Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell. **Mathematical Thinking and Learning**, Londres, n. 10, p. 313-340, oct. 2008. DOI: <https://doi.org/10.1080/10986060802229675>.

STEIN, Mary Kay; SMITH, Margaret Schwan M. Selecting and creating mathematical tasks: from research to practice. **Mathematics Teaching in the Middle School**. Boston, n. 3, p. 268-275, jan.1998. DOI: <https://doi.org/10.5951/MTMS.3.5.0344>.

STEWART, Ian. **Uma história da simetria na Matemática**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012. 345 p.

TREVISAN, André Luis; RIBEIRO, Alessandro Jacques; PONTE, João Pedro da. Oportunidades de aprendizagem profissional sobre o conceito de função em um programa de formação de professores baseado na prática. **International Electronic Journal of Mathematics Education**. Modestum, v. 15, n. 2, out. 2020. DOI: <https://doi.org/10.29333/iejme/6256>.

WEBSTER-WRIGHT, Ann. Reframing Professional Development Through Understanding Authentic Professional Learning. **Review of Educational Research**. Boston, v. 79, n. 2, p. 702-739, jun. 2009. DOI: <https://doi.org/10.3102/0034654308330970>.

WHITE, Allan Leslie; et al. Teachers learning from teachers. In: CLEMENTS, M. K. A. *et al.* (ed.). **Third International Handbook of Mathematics Education**. New York: Springer, v. 27, 2013. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4684-2_13.

ZEICHNER, Kenneth M.; et al. Para além da divisão entre professor-pesquisador e pesquisador acadêmico. **Cartografias do trabalho docente**. Campinas, Mercado de Letras, p. 207-236, 1998.



APÊNDICE A

Tarefa Matemática 1 - O peso da alimentação na saúde

Os amigos Jandysvaldo, Valtycreia e Lambarildo compartilhavam de hábitos não saudáveis há um bom tempo e durante o recesso escolar abusaram mais ainda da preguiça, da comilança e outros não tiveram uma alimentação suficientemente adequada. No retorno às aulas, seu professor explicou a importância de uma alimentação equilibrada e a prática de exercícios físicos. Para tanto, apresentou à turma o conceito do **IMC** que significa **índice de massa corporal** e serve para saber se uma pessoa está com o peso dentro da normalidade como podemos conferir na tabela de referência abaixo:

IMC	Menor que 18,5	De 18,5 a 24,9	De 25 a 29,9	Acima de 30
Classificação	Abaixo do peso	Normal	Sobrepeso	Obesidade

Referência: http://bvsmms.saude.gov.br/bvs/dicas/215_obesidade.html

Como fazemos o cálculo do IMC? Dividimos a massa corporal (em quilogramas) pela (altura)². Para melhor visualização:

$$IMC = \frac{\textit{massa}}{\textit{altura} \cdot \textit{altura}}$$

a) desta forma, os três amigos tiveram curiosidade em saber como se encaixavam na tabela acima. Sabendo que Jandysvaldo possui 75kg, Valtycreia tem 44kg, Lambarildo pesa 85kg e que os três amigos possuem a mesma altura de 1,64m, como eles podem ser classificados de acordo com seu IMC?

b) além da tabela, represente de outra forma a escala do IMC, de maneira a poder indicar as classificações e também onde cada um de nossos personagens se localizam nesta representação de acordo com o que foi calculado no item anterior.

c) Jandysvaldo, Valtycreia e Lambarildo foram orientados a praticar exercícios e fazer uma dieta mais saudável tendo como objetivo atingirem até o final do ano um valor de IMC próximo de 22, devendo calcular seus índices (IMC) a cada perda ou ganho de 5kg até atingirem a meta estabelecida. Eles aceitaram o desafio e agora precisam calcular quanto cada um deve ganhar ou perder nesse período e como o IMC evolui até atingir a meta. Ajude-os nestes cálculos.

d) utilizando a representação que vocês fizeram no *item b*, indique a evolução de nossos amigos no desenvolvimento do desafio para atingir a meta para melhoria da saúde deles.

Adaptado de: Associação Nova Escola (2017)

APÊNDICE B

Tarefa Matemática 2 - O desafio do professor Lambarildo

Enantiomorfismo consiste na simetria de objetos que não podem ser sobrepostos e é uma característica de imagens formadas em espelhos.



Uma de suas aplicações é a escrita ao contrário da palavra “ambulância” em carros de emergência, permitindo que motoristas ao ver tais veículos no espelho retrovisor de seus carros possam ler de maneira mais rápida a identificação e dar passagem em situações de urgência.

Ao explorar o conceito de enantiomorfismo em sua aula, o professor Lambarildo apresentou a figura abaixo que relaciona o número da reta com quadrinhos em uma barra :



Fig.01 – Prof. Lambarildo

Em seguida, o professor pediu ao seu aluno Jandysvaldo que completasse a imagem e construísse uma outra figura que fosse enantiomorfa à sua. Vamos ajudar Jandysvaldo nessa tarefa respondendo as questões abaixo:

- observando a sequência de blocos construída, quantos blocos terá a barra na posição 4 ? E na posição -2?
- qual será a quantidade de blocos na posição 50?
- escreva uma regra que permita calcular a quantidade de blocos na figura do professor em qualquer posição.
- para atender a tarefa dada pelo professor, Jandysvaldo deve elaborar uma regra para uma nova figura que deve ser enantiomorfa à figura do professor. Qual deve ser esta regra?
- utilizando a regra que você ajudou Jandysvaldo a desenvolver no item anterior, represente a figura gerada por esta regra ao lado da figura do professor e responda: elas são enantiomorfas?

APÊNDICE C

Tarefa Matemática 3 – As entregas de Marticleyde

Marticleyde, gerente de uma loja de bolos, resolveu contratar uma empresa de distribuição para fazer as entregas no raio de 30 km. Para isso foi feito um orçamento com 4 distribuidores que utilizam, para o cálculo dos custos, um valor fixo mais um valor variável que depende da quantidade de quilômetros rodados.

Os valores dos distribuidores A, B, C e D podem ser analisados na tabela abaixo

Distribuidora	Valor Fixo (R\$)	Valor por Km (R\$)
A	12	5
B	25	2
C	3	12
D	40	1



PARTE A - Ajude Martinha a analisar os custos com distribuição respondendo os itens abaixo:

- Representando a distância percorrida (km) por x e o valor final cobrado pela distribuidora (R\$) por y , escreva as funções que representam o custo de cada empresa.
- Construa o gráfico das funções utilizando o Geogebra.
- analisando os gráficos construídos, justifique qual (quais) a(s) melhor(es) escolha(s) para Marticleyde.

Adaptado de Associação Nova Escola (2017)

PARTE B - O gráfico abaixo foi gerado a partir da função $y = 2x - 6$. Com base no que discutimos sobre coeficientes da função polinomial do 1º grau, quais outras funções devem ser inserida no programa para que consigamos construir um **LOSANGO** a partir do gráfico abaixo?

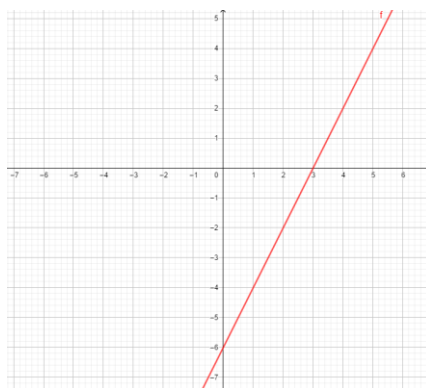


Gráfico elaborado com o software Geogebra

- O que significa o ponto onde cada gráfico intercepta o eixo x do plano?
- Que característica em comum é possível observar em relação ao coeficiente que acompanha a variável x na expressão que representa a função? De que forma isso influencia o gráfico?
- Qual característica, em relação ao gráfico, possui o termo fixo da função?
- Generalize suas observações sobre o gráfico da função $f(x) = ax + b$.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior Brasil (Capes), Código de Financiamento 001. Contou ainda com apoio financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (Fapesp), processo 2018/14429-2.

Enviado em: 20/07/2022 | Aprovado em: 12/10/2024

