Artigo

Promovendo o raciocínio matemático: tarefas de exploração na prática como componente curricular

Promoting mathematical reasoning: exploration tasks in practice as a curriculum component

Promover el razonamiento matemático: tareas de exploración en la práctica como componente curricular

Flávia Sueli Fabiani Marcatto[1]

Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI), Itajubá-MG, Brasil

Resumo
Este artigo apresenta resultados de uma investigação sobre o raciocínio matemático por meio da implementação de Tarefas de Exploração e Desenvolvimento da Aprendizagem e do Ensino na formação de professores de matemática. O estudo faz parte de um projeto maior, guiado pela implementação de estudos em Educação Matemática com o objetivo de projetar uma intervenção em uma disciplina do curso de matemática que articule a prática de ensino de matemática e as horas de prática como componente curricular. Apoia-se em estudo de caso e em experimentos de design com foco nos processos de aprendizagem a partir de tarefas de exploração com o objetivo de identificar e documentar processos de raciocínio e mudanças no ambiente de aprendizagem e fomentar novas crenças sobre a natureza do ensino de matemática. A experiência envolveu futuros professores de matemática que estão cursando horas de Prática como Componente Curricular (PCC). Destaca-se o papel que as representações matemáticas desempenham na compreensão, organização e planejamento de sequências instrucionais. Os resultados evidenciam a importância das tarefas exploratórias, que favorecem ambientes colaborativos no processo de formação, direcionam a atenção a aspectos do conteúdo e propõem uma inovação na dinâmica da sala de aula, dando protagonismo aos alunos, e podem, ainda, desenvolver o raciocínio indutivo baseado na identificação de padrões, construindo os seus próprios esquemas visuais ou numéricos que desempenham uma dupla função de compreensão e de registro. O raciocínio dedutivo baseado em definições e propriedades matemáticas, utilizando representação algébrica para formularem conjecturas, também foi utilizado pelos licenciandos.

Abstract
This article presents results from an investigation on mathematical reasoning, through the implementation of Exploring and Developing Learning and Teaching Tasks, in mathematics teacher education. The study is part of a larger project, guided by the implementation of studies in mathematics education with the objective of designing an intervention in a mathematics course that articulates the practice of mathematics

---

[1] Docente do Instituto de Matemática e Computação da Universidade Federal de Itajubá, Doutora em Educação Matemática pelo PPGEM-UNESP-RC. Líder do grupo de pesquisa “VIDAA-M”. ORCID id: https://orcid.org/0000-0002-9998-5705 E-mail: flaviamarcatto@unifei.edu.br

teaching and the hours of practice as a curricular component. It relies on case studies, and design experiments focused on learning processes from exploration tasks with the goal of identifying and documenting reasoning processes and changes in the learning environment and fostering new beliefs about the nature of mathematics teaching. The experiment involved future mathematics teachers who are taking hours of Practice as a Curricular Component (PCC). The role that mathematical representations play in understanding, organizing, and planning instructional sequences is highlighted. The results highlight the importance of exploratory tasks, which favor collaborative environments in the training process and direct attention to aspects of the content, and propose an innovation in the classroom dynamics, giving protagonism to the students, and can also develop inductive reasoning based on the identification of patterns, building their own visual or numerical schemes that perform a double function of understanding and recording. Deductive reasoning based on mathematical definitions and properties using algebraic representation to formulate conjectures was also used by the university graduates.

Resumen
Este artículo presenta resultados de una investigación sobre razonamiento matemático, a través de la implementación de Tareas de Aprendizaje y Enseñanza Explorando y Desarrollando, en la formación de profesores de matemáticas. El estudio forma parte de un proyecto más amplio, guiado por la implementación de estudios en educación matemática con el objetivo de diseñar una intervención en una asignatura del curso de matemáticas que articule la práctica de la enseñanza de las matemáticas y las horas de práctica como componente curricular. Se basa en un estudio de caso, y en experimentos de diseño centrados en procesos de aprendizaje a partir de tareas de exploración con el objetivo de identificar y documentar procesos de razonamiento y cambios en el ambiente de aprendizaje y fomentar nuevas creencias sobre la naturaleza de la enseñanza de las matemáticas. En la experiencia participaron futuros profesores de matemáticas que cursan horas de Práctica como Componente Curricular (PCC). Se destaca el papel que desempeñan las representaciones matemáticas en la comprensión, organización y planificación de secuencias didácticas. Los resultados destacan la importancia de las tareas exploratorias, que favorecen entornos colaborativos en el proceso formativo y dirigen la atención a aspectos del contenido, y proponen una innovación en la dinámica del aula, dando protagonismo a los alumnos, pudiendo desarrollar también el razonamiento inductivo basado en la identificación de patrones, construyendo sus propios esquemas visuales o numéricos que realizan una doble función de comprensión y registro. El razonamiento deductivo basado en definiciones y propiedades matemáticas utilizando la representación algebraica para formular conjeturas también fue utilizado por los alumnos de licenciatura.

Palavras-chave: Processos de raciocínio, Experimentos de design, Formação de professores de matemática, Práticas matemáticas.
Keywords: Reasoning processes, Design experiments, Mathematics teacher training, Mathematical practices.
Palabras-clave: Procesos de razonamiento, Experimentos de diseño, Formación de profesores de matemáticas, Prácticas matemáticas.

1. Introdução

As oportunidades de aprendizagem em Matemática, durante a formação de professores, devem valorizar o desenvolvimento do raciocínio matemático, participando de práticas matemáticas que permitam tornar visíveis as formas de raciocínio e buscar vencer crenças dos futuros professores que limitam o trabalho com tarefas instrucionais. Os professores em formação tendem a estar menos familiarizados com tarefas matemáticas que envolvem investigação e justificação e podem desenvolver a crença de que são de difícil implementação em salas de aulas de matemática escolar e, desse modo, contribuem menos para o aprendizado na Educação Básica. Nesse sentido, é necessário conduzir estudos, tendo, como foco, as oportunidades de aprender do professor e as crenças sobre a natureza do ensino de matemática, especialmente, nas horas de prática como componente curricular, quando estas se constituem em disciplinas. Estas disciplinas, em alguns casos, podem se constituir em ´ilhas no processo formativo´ que permitem a discussão da matemática escolar de forma crítica. É importante considerar que existem variações na estrutura, na organização e no currículo na formação inicial de professores de matemática.

Este estudo faz parte de um projeto de pesquisa desenvolvido entre 2018 e 2020, cuja finalidade foi o desenvolvimento do raciocínio matemático na formação inicial de professores por meio da implementação de tarefas de: resolução, proposição, exploração e investigação de problemas matemáticos em ambiente instrucional apoiados pela Pesquisa Baseada em Design (COBB *et al*. 2003).

O objetivo do estudo foi: a) implementar tarefas instrucionais investigativas no âmbito da formação inicial de professores de matemática; b) promover a mudança nas crenças dos futuros professores sobre a natureza do ensino de matemática; c) formação de uma base de dados de estudos de implementação na formação de professores.

A implementação de resultados de pesquisa em Educação Matemática, no contexto deste estudo, vai na direção da perspectiva de Jankvist *et al.* (2021) como uma perturbação ecológica de um determinado sistema educativo através do apoio gradual à inovação em conjunto com um plano de ação destinado a resolver o que é percebido como um problema por pelos menos uma das partes. O problema percebido foi o baixo engajamento dos futuros professores com tarefas instrucionais, na visão socioconstrutivista, no decorrer do processo formativo. As crenças sobre a natureza do ensino de matemática dos futuros professores se orientam, na maioria dos casos, pelo ensino focado no professor. Em melhores palavras, com o aluno ouvindo palestras do tema e resolvendo exercícios na sequência. Muitas vezes, a disciplina de prática de ensino de matemática propõe ao futuro professor as mesmas condições, exigindo a apresentação de seminários, que seguem este mesmo modelo.

As tarefas instrucionais, neste artigo, serão denominadas Tarefas de Exploração e Desenvolvimento da Aprendizagem e do Ensino (TEDAE) (MARCATTO, 2021), cujo objetivo é implementar práticas matemáticas no âmbito da formação de professores em uma perspectiva socioconstrutivista.

O contexto em que este trabalho se desenvolveu envolve a disciplina de prática de ensino de matemática que contempla as horas de Prática como

Componente Curricular (PCC). A relevância deste contexto é que as horas de PCC, no curso em questão, estão articuladas com a escola básica, sendo assim a matemática escolar, a escola e todo o seu entorno são trazidos para discussão na disciplina de prática de ensino. Um enquadramento teórico que envolve, principalmente, a perspectiva socioconstrutivista serviu de referência conforme é fundamental na pesquisa baseada em design para conduzirmos esta experiência sobre os processos de raciocínio matemático. Em seguida, forneço a descrição do percurso metodológico para relatar os achados desta investigação.

As TEDAEs podem ser ferramentas importantes para tornarem visíveis a forma como os alunos raciocinam, promovendo a ampliação da compreensão do campo da Educação Matemática. Também possuem potencial de desenvolver a compreensão conceitual, a capacidade de raciocinar, de se comunicar, de se envolver em discussões sobre ideias matemáticas dos futuros professores nos cursos de Licenciatura em Matemática e, nesse sentido, podem ajudar a orientar as ações dos professores quando estiverem em suas salas de aula de matemática. Outra importante contribuição das TEDAEs foi a de evidenciar a pouca motivação do futuro professor de matemática em iniciar um conteúdo matemático por meio de uma tarefa instrucional com orientação exploratória.

2. Enquadramento teórico

Post e Prediger (2022) conceituam as práticas de ensino como comportamentos de ensino, falas e ações recorrentes que os professores encenam para atingir determinados objetivos curriculares e para o enfrentamento do trabalho em sala de aula. Neste artigo, nos referimos às práticas de ensino no processo de formação de professores que são desenvolvidas com atenção às demandas situacionais típicas, muitas vezes complexas, do ensino de matemática em salas de aulas reais. As práticas dos professores também podem ser caracterizadas pelas ferramentas pedagógicas e orientações sob as quais as ações dos professores se apoiam implicitamente ou explicitamente.

Para Rott (2020), as ferramentas pedagógicas são concretas, visíveis e aplicadas para lidar com o trabalho. Por exemplo, as tarefas instrucionais desafiadoras e, por sua vez, as suas orientações estão relacionadas às crenças pedagógicas sobre a natureza do ensino e da aprendizagem, aceitos como uma construção importante a ser considerada pelos formadores de professores.

Para Yang *et al.* (2020), as crenças dos professores referem-se às suas visões sobre suas formas de ensinar matemática e sobre como ela é aprendida, incluindo suas concepções de atividades ideais de ensino em sala de aula, quais comportamentos e atividades cognitivas estão envolvidos no aprendizado de matemática e o que constitui atividades de aprendizagem de matemática apropriadas.

Duas concepções principais de crenças pedagógicas são tipicamente contrastadas. A primeira diz respeito a uma visão tradicional de transmissão de conhecimento e centrada no professor, em que ele assume o papel de autoridade em sala de aula e organiza atividades que visam a transmissão de conhecimentos, e, assim, a prática de ensino é baseada em palestras, seguida de uma sequência de exercícios. Segundo Skovsmose e Penteado (2016), os exercícios matemáticos, propostos após a palestra do professor, desempenham um papel dominante, pois a resolução dos exercícios é considerada essencial para o aprendizado e possui três características particulares: toda a informação dada é exata, necessária e suficiente para resolver os exercícios e não deve ser questionada. Os exercícios têm apenas uma resposta correta. O desempenho dos alunos tem que ser avaliado através do controle do professor sobre as resoluções dos exercícios dos alunos e diferentes formas de testes.

A segunda visão é a socioconstrutivista, centrada no aluno. Ernest (2018) vê os sujeitos individuais e o domínio social como indissoluvelmente interconectados, como sujeitos humanos formados por meio de suas interações de uns com os outros em contextos sociais. Esses contextos são formas de vida compartilhadas e, nelas, estão localizados jogos de linguagem também compartilhados. Esta perspectiva enfatiza a importância de todos os aspectos do contexto social e das relações interpessoais, especialmente, as interações aluno-aluno e professor-aluno, essenciais em situações de aprendizagem, incluindo colaboração, negociação e discussão de ideias matemáticas.

A aprendizagem, nessa concepção, não deve ser vista apenas como uma realização individual, mas como a evolução do grupo de estudantes em direção ao objetivo pretendido. Para Wenger (1999), a aprendizagem é concebida como a participação em uma prática. Todas as práticas estão situadas dentro de comunidades de prática que negociam: empreendimentos conjuntos para os quais os membros trabalham; formas de se envolverem uns com os outros em busca de seus entendimentos; repertórios ou linguagens com os quais os participantes, durante as interações, negociam significados e progridem em direção aos seus objetivos. Nessa perspectiva, a aprendizagem está sempre situada em uma comunidade mais ampla e essa comunidade constitui tanto o contexto quanto o conteúdo do que é aprendido e como é aprendido.

Moschkovich (2013; 2015) defende que os estudantes devem explorar a natureza dos objetos matemáticos, fazer e testar conjecturas e construir argumentos, e a instrução deve dar ênfase à exploração, formular e testar conjecturas, discutir e aplicar os resultados dessas investigações e fazer generalizações como práticas matemáticas e, acrescento, de forma colaborativa. A mesma autora define as práticas matemáticas como sociais e culturais, porque surgem em comunidades. Elas são cognitivas, porque envolvem pensamento e são, também, semióticas porque envolvem sistemas semióticos como símbolos, ferramentas e seus significados. As práticas matemáticas ainda envolvem valores, pontos de vista e conhecimento implícito.

Nas práticas matemáticas, a colaboração, de acordo com Robutti *et al*. (2016), implica em cotrabalhar (trabalhar em conjunto) e pode implicar em coaprendizagem (aprender em conjunto). Nesse sentido, o termo colaboração pode ser entendido como um sistema de relações entre pessoas ou como um processo emergente caracterizado por imprevisibilidade que implica em negociação, tomada de decisões e relacionamentos que permitam aprender uns com os outros. Para Moschkovich (2013), a pessoa que pensa matematicamente tem uma maneira particular de ver o mundo e de representá-lo, analisá-lo e, é dentro deste contexto, que a base de conhecimentos, estratégias, planejamento, crenças e práticas se encaixam. Portanto, espera-se que os futuros professores, durante seus programas de formação, tenham oportunidades de fazer conjecturas, concordar ou discordar das conjecturas dos seus pares ou do professor e se envolvam em discussões e avaliações públicas de argumentos feitos por outros, que tornam visíveis as maneiras pelas quais os alunos raciocinam matematicamente. A intenção é promover uma participação significativa, em que cada membro do grupo contribui ativamente com ideias e se envolve com o pensamento dos outros.

A prática de ensino centrada no aluno ou prática baseada em investigação é uma abordagem de ensino de matemática na qual os alunos devem se envolver ativamente em práticas matemáticas apoiados por tarefas instrucionais ou atividades matemáticas significativas relacionadas à vida real, para que possam fazer conjecturas, investigações, coletar e analisar dados, comunicar-se e colaborar com seus pares. Nesta abordagem de ensino de matemática, a ênfase está na ativação cognitiva, que se refere ao quão desafiadoras são as estratégias instrucionais e as tarefas selecionadas pelos professores. Lester e Cai (2015) defendem que as tarefas instrucionais proporcionam ambientes intelectuais para a aprendizagem e o desenvolvimento do pensamento, que com um nível de desafio adequado convidam ao trabalho e direcionam os estudantes a investigar importantes ideias matemáticas e formas de pensar de acordo com os objetivos de aprendizagem definidos.

2.1 Tarefas instrucionais

As tarefas instrucionais são ferramentas de mediação que um professor pode usar para propor matemática e seguir interativamente com os estudantes em eventos de aprendizagem planejados que podem dar origem a oportunidades de aprendizagem e desenvolvimento (COBB e JACKSON, 2012). Dentre as características, destacamos o elevado desafio cognitivo, momentos para a interação entre os estudantes e entre estudantes e professor.

Diferentes sistemas de classificações têm sido desenvolvidos distinguindo investigações, explorações, problemas e exercícios e tarefas de desafio cognitivo elevado, autênticas e complexas. A complexidade de uma tarefa está relacionada ao nível de conhecimento dos alunos. Uma questão importante é que os professores precisam ajustar as tarefas desenvolvidas e empregadas na sala de aula de matemática.

Para Johson, Coles e Clarke (2017), as tarefas instrucionais são uma forma de prática social empreendida pelo professor e pelos estudantes como um coletivo. Desse modo, uma tarefa inclui o propósito pretendido pelo designer da tarefa, a atividade dos alunos ao realizar uma tarefa e os artefatos (enunciado da situação problema, ferramentas e objetos construídos, incluindo materiais escritos pelos alunos) empregados e gerados pelas ações de professores e alunos durante o processo de trabalho com ela. As tarefas instrucionais são dependentes das configurações sociais, culturais e curriculares junto com as diferenças entre as comunidades de sala de aula que moldam a realização performativa da tarefa.

A interação de um estudante com a matemática é mediada por recursos como as tarefas instrucionais, entendidas como ferramentas para mediar o aprendizado, o que nos leva a reconhecer que o uso de uma tarefa afeta a natureza da atividade e promove a geração de oportunidades de aprendizagem.

Rezat e Sträber (2012) reconceituaram o triângulo didático (professor-aluno-matemática) como um tetraedro sociodidático, onde os vértices são professor-aluno-matemática-recurso. O tetraedro sociodidático permite considerar os triângulos, que formam cada face do tetraedro, de forma independente, o que facilita, também, uma análise em separado. O triângulo professor-tarefa-aluno representa o papel do professor como designer da tarefa para promover oportunidades de aprendizagem de matemática; o triângulo tarefa-matemática-aluno representa a atividade de aprendizagem da matemática pelo aluno, mediada pela tarefa; o triângulo professor-tarefa-matemática representa a atividade do professor na orquestração da atividade matemática, mediada por tarefas, produzida pelos alunos; o triângulo didático original (aluno-professor-matemática) constitui a base do modelo.

A intenção com as TEDAEs é engajar os estudantes em práticas matemáticas significativas, em que os alunos recebem tarefas desafiadoras para trabalhar e amplas oportunidades para participar individual e coletivamente das discussões. Para Saadati e Reyes (2019), uma tarefa é considerada desafiadora para o aluno se a sua solução exigir que os alunos combinem conhecimentos de uma nova maneira. Se o solucionador puder reconhecer imediatamente os procedimentos necessários para resolver a tarefa ela será considerada uma tarefa de rotina. Atendidas estas condições, o foco é a emergência de pensamento do aluno, procurando identificar momentos produtivos ou de falha ao longo do tempo, sempre com o apoio do professor ou do investigador.

2.2 O raciocínio matemático

Para Jeannotte e Kieran (2017), o raciocínio matemático é um processo de comunicação com outros e consigo que permite inferir afirmações matemáticas a partir de outras afirmações matemáticas. Os processos de raciocínio para Ponte, Mata-Pereira e Henriques (2012) envolvem a formulação de questões, conjecturas, teste de conjecturas e a realização de justificações. As questões e as conjecturas podem ser gerais ou específicas. Um importante processo de raciocínio é a generalização, que parte de uma conclusão ou conjectura específicas para formular uma conjectura geral. Ainda, para esses autores, raciocinar matematicamente é fazer inferências de forma justificada, seja indutiva, abdutiva ou dedutivamente. Para Lithner (2017), o raciocínio matemático é uma linha de pensamento adotada para produzir asserções e chegar a conclusões na resolução de tarefas instrucionais. O mesmo autor considera o raciocínio algorítmico como uma tentativa de resolver uma tarefa instrucional, aplicando um algoritmo dado ou lembrado. Um algoritmo pode ser entendido, de acordo com Lithner (2017), como uma sequência de instruções executáveis para resolver uma determinada classe de tarefas. Não depende de novas informações, interpretações e decisões, portanto, é importante apenas para resolver a tarefa, sem considerar o seu significado.

2.3 Práticas de ensino

Nos cursos de formação de professores, a prática de ensino é uma denominação frequentemente atribuída às disciplinas que discutem as práticas de ensino e as práticas matemáticas, ou seja, buscam o desenvolvimento para a prática docente na Educação Básica e a articulação entre teoria e prática nos programas de formação de professores. Mas isso não é uma regra. Algumas das disciplinas que recebem o nome "práticas de ensino" não buscam esse desenvolvimento (MARCATTO, 2012).

Em muitos cursos, as disciplinas de práticas de ensino de matemática constituem as horas de Prática como Componente Curricular (PCC), observando o que está disposto nas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN). Neste artigo, as horas de PCC e disciplinas de prática de ensino de matemática, nos programas de formação de professores, serão tratadas como integradas uma à outra. Tatto (2021) defende que as oportunidades de aprendizagem durante o processo de formação de professores devem ser priorizadas em disciplinas que busquem articulação entre a teoria e a prática e a conexão entre pesquisa em Educação Matemática e prática de ensino em sala de aula.

Uma observação importante é que alguns cursos de formação de professores de matemática, a partir da Resolução CNE/CP nº 2, de 20 de dezembro de 2019, alteraram seus Projetos Pedagógicos de Curso, abolindo o nome – práticas de ensino - em suas ementas, o que pode favorecer a desarticulação entre a teoria e a prática no desenvolvimento das disciplinas de horas de PCC como geradoras de oportunidades de aprendizagem para os futuros professores. A retirada do nome das disciplinas de prática de ensino, em favor de nomes de conteúdos específicos como, por exemplo, ensino de álgebra, pode levar à valorização, tão somente da ideia de 'ensino de álgebra' como algo descolado de aspectos sociais, históricos, culturais e de outras disciplinas. Em melhores palavras, compartimentalizando o ensino da matemática escolar.

Portanto, as práticas de ensino são as práticas que os professores utilizam para gerenciar os trabalhos em sala de aula e podem ser caracterizadas pelas categorias que elas (implícita ou explicitamente) ativam para perceber, tomar decisões e pensar, de acordo com suas orientações subjacentes, seus objetivos de contexto e as ferramentas pedagógicas utilizadas durante o ensino, por exemplo, tarefas, exercícios, movimentos do professor. Com relação às orientações subjacentes dos professores, são consideradas em termos de suas crenças sobre o ensino e a aprendizagem da matemática.

3. Metodologia da pesquisa

Este artigo trata da segunda interação de tarefas de exploração, concebidas em um projeto de pesquisa baseado em design, usando uma metodologia de estudo de caso. A visão de ensino de matemática, que se apoia em experimentos baseados em design (COBB *et al*., 2003), como neste estudo, envolve o professor e ou pesquisador desenhando, antecipando e introduzindo tarefas desafiadoras, monitorando a variedade de estratégias de solução que os alunos produzem com o auxílio do trabalho em duplas. Em seguida, propõe-se que os estudantes envolvidos discutam suas estratégias e concluam com uma discussão envolvendo a turma toda, justificando seu raciocínio e estabelecendo ligações entre as suas resoluções e a dos colegas. Um experimento de design cria um desenho inicial para apoiar os processos de aprendizagem previstos, investiga como o design funciona na prática e gera dados para testar e revisar as conjecturas inerentes ao projeto. Ao conduzir um experimento de design, na formação de professores, o pesquisador deve fazer interpretações contínuas da atividade matemática dos licenciados e do ambiente de aprendizagem, que, neste caso, informam o projeto maior.

O trabalho em si, se enquadra em um estudo de caso que, de acordo com Ponte (2006), é uma investigação que se assume particular, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica, buscando evidenciar características de modo a contribuir para a compreensão global do fenômeno de interesse e tem cunho qualitativo e interpretativo, como a maioria das pesquisas realizadas em Educação Matemática. Qualitativo, porque valoriza processos didáticos em ambiente natural (BOGDAN e BIKLEN, 1994), e interpretativo quando procura compreender, no contexto do ensino, os modos pelos quais professores e alunos constituem ambientes uns para os outros (ERICKSON, 1986).

Os dados foram recolhidos ao longo de oito encontros de uma hora e trinta minutos cada um. Os encontros, quando possível, foram gravados em áudio e vídeo, com a autorização dos estudantes e permissão de uso dos dados, sem a identificação de pessoas. No entanto, neste artigo, somente será objeto de análise, os processos de resolução entregues por escrito no tempo definido.

Participaram oito licenciandos em matemática, matriculados em disciplinas de prática de ensino de matemática que envolvem integralmente as horas de PCC. Os encontros contemplaram momentos de estudos teóricos (totalizando três horas) e momentos de trabalho mediados pelas tarefas de exploração elaboradas pela pesquisadora e professora responsável pela disciplina (no total de 12h). Duas tarefas foram planejadas: a tarefa diagnóstica (Adicionando Hexágonos) e tarefa de formação (Comparando Triângulos). (MARCATTO, 2021). Nesse artigo, são apresentados apenas os resultados da tarefa diagnóstica.

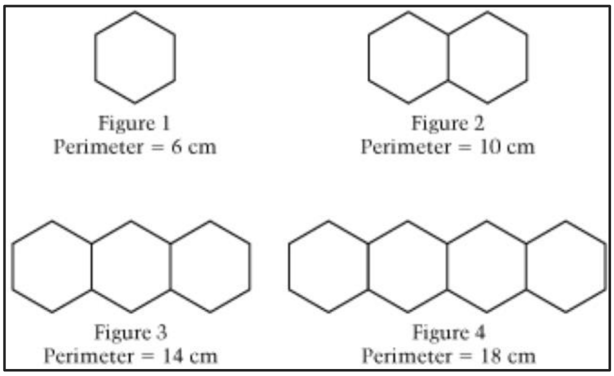
Foram definidas normas para os participantes, propostas e discutidas em um encontro inicial. Todos os alunos assinaram o termo de consentimento livre e esclarecido. Eles receberam a orientação de se reunir em duplas, expor suas ideias, explicar e justificar seu raciocínio uns para os outros; ouvir e buscar entender as explicações dos colegas; sempre indicar o seu não entendimento e quando consideravam as soluções inválidas; expor seus argumentos. (MARCATTO, 2021). A entrega da resolução das atividades foi por escrito.

Neste artigo, a unidade de análise são os registros escritos gerados pelas resoluções e algumas reflexões dos futuros professores ocorridas em um dos ciclos de Design, oriundos especificamente da Tarefa Diagnóstica, que teve, como objetivo, promover discussões sobre ideias matemáticas acerca do raciocínio matemático.

4. Apresentação e análise dos dados

A tarefa 1, diagnóstica (Figura 1), teve a intenção de tornar visível os processos de raciocínio matemático apresentados pelos futuros professores de matemática.

Figura 1 - Tarefa diagnóstica



(Adaptado de Staples, M., 2014)

Cada figura no padrão acima é feita de hexágonos que medem 1 centímetro de cada lado.

1. Desenhe e encontre o perímetro da Figura 5.
2. Se o padrão de adicionar um hexágono a cada figura continuar, qual será o perímetro da 25ª figura no padrão encontrado? Justifique sua resposta.
3. Extensão: Como você pode encontrar o perímetro de qualquer figura. (Uma figura com n hexágonos?)

Após resolver a Tarefa Hexágonos. Reflita e responda

a) Que razões o levariam a aplicar essa tarefa na sua sala de aula? Em quais anos da Educação Básica aplicaria essa tarefa? Você faria alguma alteração?
b) Que dificuldades você pode prever que os alunos evidenciariam durante a resolução?
c) Quais conceitos e conteúdos matemáticos podem ser abordados por meio dessa tarefa?

Fonte: dados da pesquisa (MARCATTO, 2021).

As resoluções das tarefas constituem as unidades de análise e permitiram a identificação dos processos de raciocínio que os licenciandos utilizam ao realizá-las. Em um segundo momento, a tarefa apresentava questões para refletirem sobre os seguintes aspectos: (i) gestão da aula; (ii) discussão das possíveis dificuldades dos alunos da Educação Básica.

Os participantes deste estudo apresentaram dificuldades em gerenciar o tempo para resolver a tarefa. Utilizaram uma representação visual para a compreensão e o registro. As representações foram utilizadas para procurar regularidades e compreender propriedades importantes dos elementos da sequência. Por outro lado, essas representações foram usadas como ferramenta de registro de seus raciocínios durante a exploração, permitindo-lhes focarem nos processos de raciocínio. Deste modo, as representações construídas facilitaram um processo indutivo de raciocínio que os conduziu à formulação das primeiras conjecturas. Todos (oito licenciandos) resolveram o item 1 da tarefa de forma indutiva. Para o item 2, dois licenciandos ainda apresentaram raciocínio indutivo, um resolveu de forma dedutiva e cinco fizeram uso do raciocínio indutivo e dedutivo. Esses alegaram não fazer sentido, para eles, resolverem o item 2 antes do item 3 (tarefa diagnóstica), corroborando com o raciocínio algorítmico (Figura 2), definido por Lithner (2017).

Figura 2 - Exemplo de resolução de um licenciando

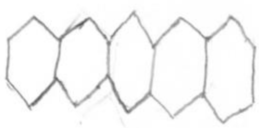
2. Sendo que o padrão será um hexágono a cada figura seguintes, logo os perímetros também segue um padrão a cada figura seguinte com razão igual a 4 cm. Sabendo-se que esta sequência é uma PA segue que perímetro será igual ao termo geral da PA ou seja $P_n = a_n = a_1 + (n-1)r$, portanto $P_{25} = 6 + (25-1)4 = 102$ cm //

Fonte: dados da pesquisa (MARCATTO, 2021).

Como se observa nos quadros 3 e 4, a utilização da linguagem natural foi articulada com a representação gráfica e pareceu facilitar a organização da informação de forma sequencial, preservando as relações temporais e lógicas, tal como eles a exploram.

Figura 3 - Exemplo de resolução de um licenciando

1 →



Vejamos que os perímetros das figuras dadas, segue um padrão (razão), tal que esta razão é 4 cm, sendo assim teremos um perímetro igual à 22 cm.

Fonte: dados da pesquisa (MARCATTO, 2021).

Figura 4 - Exemplo de resolução de um licenciando

1.

Figura 5 descrição: serão cinco hexágonos conectados lado a lado em linha reta

o perímetro de um hexágono

Perímetro: (5.6) - (2+2+2+2) = 22 cm

lados perdidos (conectados)

quantidade de hexágonos

Fonte: dados da pesquisa (MARCATTO, 2021).

Ao generalizar as suas conjecturas, através de raciocínio indutivo, consideraram necessária uma formalização dos resultados usando tabelas (Figura 5) e notação simbólica, mas continuaram recorrendo à linguagem natural (Figuras 4, 6).

Figura 5 - Exemplo de resolução de um licenciando

2. aumenta o numeros de hexagono se perde 2 arestas cada dois hexaganas

Figura	n	Perimetro "original"	perca de aresta	Perimetro final
1	1	6 = (6.1)	0	6 - 0
2	2	12 = 6.2	2	12 - 2 = 10
3	3	6.3 = 18	4	18 - 4 = 14
n	n	6.n	2.(n-1)	((6.n) - (2(n-1)))

(6.25) - (2(25-1)) =

= 102

Fonte: dados da pesquisa (MARCATTO, 2021).

A combinação da linguagem natural com a algébrica parece ser benéfica para o uso do raciocínio dedutivo no processo de generalização e justificação formal de conjecturas.

Figura 6 - Exemplo de resolução de um licenciando

(2) À partir da figura 2 podemos ver o número da figura, subtrair um, multiplicar por 4 e o resultado somar 4, ou seja, se for a figura 4:
$[(4-1).4]+6 = [3.4]+6 = 12+6 = 18$, que é o perímetro de tal figura (18 cm).

Assim para a figura 25 temos:
$[(25-1).4]+6 = [24.4]+6 = 96+6 = \underline{102 cm}$ //

Fonte: dados da pesquisa (MARCATTO, 2021).

Os participantes também utilizam linguagem natural para apresentarem os seus raciocínios e as suas conjecturas. Essa linguagem foi articulada com a representação gráfica e pareceu facilitar a organização da informação de forma sequencial, preservando as relações temporais e lógicas, tal como eles a exploram. A utilização de diferentes tipos de representação, geométrica, linguagem natural, algébrica e tabelar são frequentes nas soluções dos licenciandos (Figura 7).

Figura 7 - Exemplo de resolução de um licenciando

(2)

FIGURA	Nº DE LADOS	PERÍMETRO
1	$n = 6$	6
2	$n = 11$	10
3	$n = 16$	14
4	$n = 21$	18
5	$n = 26$	22

NOTE QUE: $n = 6q - (q-1)$ (*)

SENDO q A QUANTIDADE DE HEXÁGONOS EM CADA FIGURA, NOTEI QUE: (CONSIDERE P_i SENDO O PERÍMETRO DA FIGURA i, COM $i = 1, 2, 3, \dots$)

FIGURA $1 \Rightarrow q = 1$ e $n = 6$

$P_1 = n - (q-1) = 6 - (1-1) = 6 - 0 = 6$

FIGURA $2 \rightarrow q = 2$ e $n = 11$, $P_2 = 11 - (2-1) = 11 - 1 = 10$

$\vdots$

$q = 25$ e $n \overset{(*)}{=} 6.q - (q-1) = 6.25 - (25-1) = 150 - 24$

$n = 126$

$P_{25} = n - (q-1) = 126 - (25-1) = 126 - 24 = 102$

VERIFICAÇÃO: $5 + 5 + \underbrace{4 + 4 + \dots + 4}_{23 \text{ VEZES}} = 5.2 + 4.23 = 10 + 92 = 102$

TIRA AS ARESTAS EM COMUM

POIS DE 2 HEXÁGONOS DA PONTA DE 25, CONTA-SE APENAS 5 DO PERÍMETRO E VEZES 2, POIS SÃO 2 HEXÁGONOS DA PONTA. JÁ OS OUTROS 23 HEXÁGONOS DO MEIO, CONTA-SE APENAS 4 DE CADA, LOGO NO TOTAL VÃO SER 4.23.

ASSIM, O PERÍMETRO GERAL VAI SER $5.2 + 4.23 = 102$ (O PERÍMETRO DA DAS PONTAS MAIS AS DO MEIO)

Fonte: dados da pesquisa (MARCATTO, 2021).

Ao refletirem sobre as questões que envolvem a gestão da aula e as possíveis dificuldades dos alunos da Educação Básica, os futuros professores de matemática parecem carecer de maturidade profissional necessária, não apenas no conhecimento de matemática e didática da matemática, mas, também, no que diz respeito ao seu desenvolvimento pessoal e social. Apresentando, além disso, um conhecimento limitado sobre o currículo de matemática da Educação Básica, dos objetos de aprendizagem e dos modos de agir em situações de dificuldades dos alunos.

5. Considerações Finais

Na maioria das vezes, é necessária alguma forma de perturbação no contexto do ensino e da aprendizagem, que desencadeie uma nova fase de desenvolvimento pessoal. Uma das intenções dos estudos de implementação em Educação Matemática é promover esta perturbação na ecologia da aprendizagem e a mudança gradual nas práticas, no sentido de acomodar o que é percebido como inovação. O curso de formação de professores de matemática, no qual este estudo foi desenvolvido, tem características do ensino tradicional, centrado no professor, baseado em palestras do titular da disciplina e na proposição de sequência de exercícios, especialmente, nas disciplinas de conteúdo específico, o que fortalece, nos licenciandos, as crenças sobre a natureza do ensino de matemática como centrada no professor.

Um aspecto que merece destaque é a mudança na dinâmica do ambiente de aprendizagem dos futuros professores nas disciplinas de prática de ensino, proporcionada pelas implementações das tarefas instrucionais, favorável ao compartilhamento de ideias, discussões matemáticas entre alunos e entre aluno e professor, a possibilidade de entrar em mundos matemáticos imaginados pessoalmente, conectando experiências, culturas e, desta forma, dando o protagonismo ao estudante. Outro aspecto significativo foi a falta de motivação de alguns licenciandos, que envolvem a pouca persistência com as tarefas desafiadoras e o engajamento com o trabalho colaborativo. Este é um aspecto que contribui na pesquisa, pois proporciona a revisão do ciclo do experimento de design. Envolve também características do processo de implementação, que é a interatividade e a revisão das tarefas e todo o processo, de modo que a inovação desejada atenda às necessidades da turma.

As tarefas instrucionais, como as TEDAEs, governam não apenas a atenção dos estudantes a aspectos particulares do conteúdo, mas, também, as formas de processamento de informações, as características do ambiente instrucional e têm potencial de fornecer os contextos intelectuais para a colaboração, compartilhamento de ideias matemáticas e, consequentemente, para o desenvolvimento matemático e mudanças nas crenças sobre a natureza do ensino de matemática daqueles que interagem com ela.

Na formulação de conjecturas específicas, os futuros professores usam, com frequência, o raciocínio indutivo baseado na identificação de padrões através da observação de dados ou construindo os seus próprios esquemas visuais ou numéricos, que desempenham uma dupla função de compreensão e de registro. Também, utilizaram o raciocínio dedutivo baseado em definições e propriedades matemáticas, utilizando a representação algébrica para formularem conjecturas. Neste caso, a representação algébrica é usada como ferramenta de exploração e de apresentação de conjecturas e justificações formais.

O estudo evidencia que os futuros professores envolvidos se apoiam tanto no raciocínio indutivo como no dedutivo, o que pode indicar o potencial das tarefas instrucionais de promover o raciocínio e a mudança nas crenças que envolvem a natureza do ensino e da aprendizagem matemática.

A utilização da linguagem informal e, muitas vezes, um híbrido de linguagem formal e informal para produzir argumentos aceitáveis e validar conjecturas parece ser a preferência para os estudantes quando comparada com o modo algébrico de representação.

Este estudo faz parte de um projeto de pesquisa e seus resultados parciais devem ser acompanhados da leitura de outras publicações que envolvem o mesmo projeto. Suas limitações envolvem a dificuldade de generalizar os resultados nesta fase do estudo, uma vez que tem um número reduzido de estudantes envolvidos, contexto específico e o fato de ter sido desenvolvido em um semestre. Por outro lado, traz importante contribuição e significado para responder sobre o potencial das tarefas na formação de professores e informa o projeto como um todo para a constituição de uma base de dados.

Referências

BRASIL. **Resolução CNE/CP No 2**, de 20 de dezembro de 2019. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Diário Oficial da União, Brasília, 15 de abril de 2020, Seção 1, p. 46-49.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

COBB, Paul *et al*. Design Experiments in Education Research. **Educational Researcher.** V.32, no. 1, p. 9-13, jan/fev. 2003.

COBB, Paul; JACKSON, Kara. Analyzing Educational Policies: A Learning Design Perspective. **The Journal of the Learning Sciences**, 21:4, p. 487-521, 2012.

ERICKSON, Frederick. Qualitative methods in research on teaching. In: Wittrick, M. C.(org.). **Handbook of research on teaching**. New York: Macmillan, p. 119-161, 1986.

ERNEST, Paul. The Philosophy of Mathematics Education: An Overview. *In*: Ernest, P. (eds). **The Philosophy of Mathematics Education Today**. ICME-13 Monographs. Springer, Cham, 2018.

JANKVIST, Uffe Thomas *et al*. Launching Implementation and Replication Studies in Mathematics Education (IRME), **Implementation and Replication Studies in Mathematics Education**, *1*(1), p.1-19, 2021.

JEANNOTTE, Doris; KIERAN, Carolyn. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. **Educational Studies in Mathematics** 96, 1–16, 2017.

JOHNSON, Eather Lynn; COLES, Alfa; CLARKE, David. Mathematical tasks and the student: navigating “tensions of intentions” between designers, teachers, and students. **ZDM Mathematics Education** 49, p. 813–822, 2017.

LESTER JR, Frank K.; CAI, Jinfa. Can Mathematical Problem Solving Be Taught? Preliminary Answers from Thirty Years of Research. *In*: FELMER, P., KILPATRICK, J., e PEHKONNEN, E. (Eds.). **Posing and solving mathematical problems: Advances and new perspectives**. Buenos Aires: Springer, p. 2-30, 2015.

LITHNER, Johan. Principles for designing mathematical tasks that enhance imitative and creative reasoning. **ZDM Mathematics Education** 49, 937–949, 2017.

MARCATTO, Flávia S. F. **A prática como componente curricular em projetos pedagógicos de cursos de licenciatura em matemática**. Tese (doutorado). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. IGCE/UNESP, Rio Claro, 151p., 2012.

MARCATTO, Flávia S. F. O Desenvolvimento Profissional do Professor de Matemática para Promover o Raciocínio Matemático. **Revista de Educação Matemática**, [S. l.], v. 18, p. e021013, 2021.

MOSCHKOVICH, Judit N. Issues regarding the concept of mathematical practices. *In:* Y. Li & J. N. Moschkovich (Eds.), **Proficiency and beliefs in learning and teaching mathematics: Learning from Alan Schoenfeld and Günter Toerner**. Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers, pp. 257–275, 2013.

MOSCHKOVICH, Judit N. Scaffolding student participation in mathematical practices. **ZDM Mathematics Education** 47, 1067–1078, 2015.

PONTE, João Pedro da. **Estudos de caso em educação matemática**. Bolema, Rio Claro, n. 25, p. 55-81, 2006.

PONTE, João Pedro da; MATA-PEREIRA, Joana; HENRIQUES, Ana. O raciocínio matemático nos alunos do ensino básico e do ensino superior. **Práxis Educativa,** Ponta Grossa, PR, v. 7, n. 2, 2012.

POST, Monika; PREDIGER, Susanne. Teaching practices for unfolding information and connecting multiple representations: the case of conditional probability information. **Mathematics Education Research Journal**, 2022.

REZAT, Sebastian; STRÄßER, Rudolf. From the didactical triangle to the socio-didactical tetrahedron: artifacts as fundamental constituents of the didactical situation. **ZDM Mathematics Education** 44, 641–651, 2012.

ROBUTTI, Ornela *et al.* ICME international survey on teachers working and learning through collaboration: June 2016. **ZDM Mathematics Education** 48, 651–690, 2016.

ROTT, Benjamin. Teachers’ Behaviors, Epistemological Beliefs, and Their Interplay in Lessons on the Topic of Problem Solving. **Int J of Sci and Math Educ** 18, 903–924, 2020.

SAADATI, Farzaneh; REYES, Cristián. Collaborative Learning to Improve Problem-Solving Skills: A Relation Affecting Through Attitude Toward Mathematics. *In*: Felmer, P.; Liljedahl, P.; Koichu, B. (eds). **Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher Professional Development. Research in Mathematics Education**. Springer, Cham, 2019.

SKOVSMOSE, Ole; PENTEADO, Miriam G. Mathematics Education an Democracy: An Open Landscape of Tensions, Uncertainties and Challeges. **Handbook of International Research in Mathematics Education.** By. Lyn D. English. David Kirshner, 792-825, 2016.

TATTO, Maria Teresa. **Developing teachers' research capacity: the essential role of teacher education.** Teaching Education, 32:1, p.27-46, 2021.

WENGER, Etienne. **Communities of practice:** learning, meaning, and identity. Cambridge university press, 1999.

YANG, Xi *et al*. Relationship between pre-service mathematics teachers' knowledge, beliefs and instructional practices in China. **ZDM Mathematics Education** 52, 281–294, 2020.

Enviado em: 17/novembro/2022 | Aprovado em: 20/julho/2023