



Artigo

Subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino mobilizados por meio da escrita de professores

Subdomains of Mathematical Knowledge for Teaching mobilized through the writing of teachers

Subdominios del Conocimiento Matemático para la Enseñanza movilizadas a través de la escritura de profesores

*Henrique Rizek Elias¹, **Línlya Sachs²

*Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Londrina-PR, Brasil

**Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Cornélio Procópio-PR, Brasil

Resumo

O objetivo desta pesquisa é identificar subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino mobilizados por meio da prática de escrita realizada por professores em uma disciplina de um curso de mestrado profissional em Ensino de Matemática. A disciplina contou com a participação de dez professores que atuam na Educação Básica. As práticas de escrita analisadas se deram em dois fóruns de discussões realizados em um ambiente virtual de aprendizagem e em uma atividade de autoavaliação realizada por uma professora participante. Com base no quadro teórico do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT), proposto por Deborah Ball e colaboradores, foi possível identificar que todos os subdomínios do MKT foram mobilizados durante as discussões nos fóruns e, no caso da autoavaliação, alguns subdomínios foram mais evidentes, como o Conhecimento do Conteúdo no Horizonte. Conclui-se que as atividades assíncronas, especialmente o fórum, permitem que os participantes, além de praticarem a escrita, organizem seus pensamentos antes de escrever, busquem referenciais teóricos para fundamentar suas afirmações e consultem seus alunos da Educação Básica para enriquecer as discussões. Por fim, sugere-se que as escritas dos professores, quando intencionalmente organizadas levando-se em consideração os subdomínios identificados, podem ser utilizadas em processos de formação inicial ou continuada de professores que ensinam Matemática.

Abstract

The objective of this research is to identify subdomains of Mathematical Knowledge for Teaching mobilized through the writing practice carried out by teachers in a discipline of a professional master's course in Mathematics Teaching. The discipline had the participation of ten teachers who work in Basic Education. The writing practices analyzed

¹ Docente do Departamento Acadêmico de Matemática (DAMAT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR – *Campus Londrina*), Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Membro do grupo de pesquisa “MEPPE – Matemática escolar: práticas, pesquisas e estudos”. ORCID id: <https://orcid.org/0000-0002-9660-7303>. E-mail: henriqueizek@hotmail.com.

² Docente do Departamento Acadêmico de Matemática (DAMAT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR – *Campus Cornélio Procópio*), Doutora em Educação Matemática. Membro do grupo de pesquisa “Educação Matemática do Campo – Estudos e Pesquisas”. ORCID id: <https://orcid.org/0000-0001-7826-686X>. E-mail: linlyasachs@yahoo.com.br.

took place in two discussion forums held in a virtual learning environment and in a self-evaluation activity carried out by a participating teacher. Based on the theoretical framework of Mathematical Knowledge for Teaching (MKT), proposed by Deborah Ball and collaborators, it was possible to identify that all MKT subdomains were mobilized during the discussions in the forums and, in the case of self-evaluation, some subdomains were more evident, such as Horizon Content Knowledge. It is concluded that asynchronous activities, especially the forum, allow participants, in addition to practicing writing, to organize their thoughts before writing, seek theoretical references to support their statements and consult their Basic Education students to enrich the discussions. Finally, it is suggested that teachers' writings, when intentionally organized taking into account the identified subdomains, can be used in processes of initial or continuing education of teachers who teach Mathematics.

Resumen

El objetivo de esta investigación es identificar subdominios del Conocimiento Matemático para la Enseñanza movilizados a través de la práctica de escritura realizada por docentes en una disciplina de un curso de maestría profesional en Enseñanza de las Matemáticas. La disciplina contó con la participación de diez docentes que actúan en la Educación Básica. Las prácticas de escritura analizadas tuvieron lugar en dos foros de discusión realizados en un entorno virtual de aprendizaje y en una actividad de autoevaluación realizada por un docente participante. Con base en el marco teórico del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT), propuesto por Deborah Ball y colaboradores, fue posible identificar que todos los subdominios de MKT fueron movilizados durante las discusiones en los foros y, en el caso de la autoevaluación, algunos subdominios eran más evidentes, como Conocimiento del Contenido en el Horizonte. Se concluye que las actividades asincrónicas, especialmente el foro, permiten a los participantes, además de practicar la escritura, organizar sus pensamientos antes de escribir, buscar referentes teóricos para sustentar sus enunciados y consultar a sus alumnos de Educación Básica para enriquecer las discusiones. Finalmente, se sugiere que los escritos de los docentes, cuando se organizan intencionalmente teniendo en cuenta los subdominios identificados, pueden ser utilizados en procesos de formación inicial o continua de docentes que enseñan Matemáticas.

Palavras-chave: Educação Matemática, Conhecimento Matemático para o Ensino, Práticas de escrita, Formação continuada de professores que ensinam Matemática.

Keywords: Mathematics Education, Mathematical knowledge for teaching, Writing practices, Continuing training of teachers who teach Mathematics.

Palabras clave: Educación Matemática, Conocimientos Matemáticos para la Enseñanza, Práticas de escritura, Formación continua de los profesores que enseñan Matemáticas.

1. Introdução

A presente pesquisa apresenta e analisa uma experiência que envolveu a prática docente de um dos autores, docente de um curso de mestrado profissional em Ensino de Matemática em uma universidade federal, durante o período de pandemia da Covid-19. A experiência aqui analisada ocorreu em uma disciplina de nome Conhecimento Matemático do Professor, lecionada ao longo do ano de 2020. A disciplina teve início no dia 5 de março de 2020 e, após duas semanas de aula, houve a suspensão das atividades letivas presenciais por conta da pandemia, sendo que as aulas das duas semanas seguintes foram

desenvolvidas por atividades não presenciais, via plataforma *Moodle*. Após essas duas semanas de atividades não presenciais, as atividades letivas foram completamente interrompidas, retornando apenas no dia 9 de julho de 2020 em uma modalidade denominada pela universidade de Regime Letivo Especial (RLE), realizado de modo totalmente remoto.

Nessa mudança para o RLE, todo o planejamento elaborado para a disciplina precisou ser adaptado e uma das atividades avaliativas consideradas no novo formato foi o fórum de discussões da Plataforma *Moodle*. A proposta foi utilizar essa ferramenta (fórum) como um ambiente propício para discussões matemáticas considerando que, nesses fóruns, os participantes, divididos em grupos, “estabelecem interações, comunicam-se pela escrita” (PASSOS, 2013, p. 232). Como o objetivo da disciplina era discutir o conhecimento profissional docente, os fóruns de discussão foram utilizados para que cada professor participante pudesse propor um tema ou uma questão matemática de seu interesse e que, por meio da interação possibilitada pela escrita matemática nos fóruns, subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008) pudessem ser mobilizados.

Em um momento posterior aos fóruns, outra atividade avaliativa pautada na prática de escrita foi proposta aos participantes. Foi solicitada a escrita individual de um texto, chamado de autoavaliação, em que o participante deveria refletir e escrever sobre seu envolvimento ao longo da disciplina, inclusive nos fóruns.

Diversos autores (NACARATO, 2013; FREITAS, 2013; PASSOS, 2013; POWELL, 2013; POWELL; BAIRRAL, 2014) apontam para as potencialidades da prática de escrita nas aulas de Matemática. Alguns desses (FREITAS, 2013; PASSOS, 2013; POWELL, 2013; POWELL; BAIRRAL, 2014) também indicam os ambientes virtuais de aprendizagem, como é o caso da Plataforma *Moodle*, como locais possíveis para se trabalhar com a escrita no desenvolvimento do conhecimento matemático de estudantes da Educação Básica ou de professores em formação inicial ou continuada.

Assim, este artigo tem por objetivo identificar subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino mobilizados por meio da prática de escrita realizada por professores em uma disciplina de um curso de mestrado profissional em Ensino de Matemática.

O texto encontra-se assim organizado: na próxima seção, explicita-se a fundamentação teórica da pesquisa, sustentando que as práticas de escrita podem mobilizar conhecimentos matemáticos dos professores; em seguida, apresenta-se os procedimentos metodológicos, descrevendo as práticas de escrita que produziram os dados analisados, a saber: os fórum de discussões assíncronas e uma autoavaliação; na seção seguinte, realiza-se as análises dos dados trazendo trechos das escritas dos participantes que permitiram identificar os subdomínios do Conhecimento Matemático para o Ensino; por fim, as considerações finais são apresentadas, indicando pontos positivos e negativos da experiência analisada e sugerindo possibilidades de pesquisas futuras.

2. Fundamentação teórica

Conforme apontam Powell e Bairral (2014, p. 27), a “escrita força os interlocutores a refletir, diferentemente, sobre sua experiência matemática.

Enquanto examinamos nossas produções, desenvolvemos nosso senso crítico. A escrita suporta atos de cognição e metacognição”. Nessa linha, diferentes pesquisadores têm aprofundado o debate acerca da importância da leitura e da escrita no desenvolvimento do pensamento matemático de estudantes e de professores.

A prática de escrita pode tanto revelar conhecimentos matemáticos dos professores (PASSOS, 2008; RODRIGUES; TEIXEIRA, 2021) como promover aprendizagens desses conhecimentos (POWELL; BAIRRAL, 2014). Passos (2008), ao analisar diários reflexivos de futuros professores durante o estágio supervisionado, concluiu que “[...] os diários revelaram aprendizagens da base do conhecimento da docência ainda na formação inicial de professores” (PASSOS, 2008, p. 34). Rodrigues e Teixeira (2021), ao identificarem o conhecimento especializado revelado na escrita reflexiva de estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática, concluíram que a escrita reflexiva “[...] permitiu aos futuros professores organizarem os pensamentos e argumentos de maneira clara, colaborando para a (re)significação e consolidação de seus conhecimentos especializados” (RODRIGUES; TEIXEIRA, 2021, p. 22).

De acordo com Powell e Bairral (2014, p. 49), “Aprendemos por meio de reflexões sobre nossa experiência”. Para os autores, o conhecimento não se situa apenas na experiência, é necessário reflexão sobre atos mentais para promover maneiras mais eficazes de pensar e um “instrumento poderoso de reflexão sobre o pensamento é a escrita” (POWELL; BAIRRAL, 2014, p. 51). Assim, os autores defendem o uso da escrita como suporte da aprendizagem de conhecimentos matemáticos.

Diversas estratégias têm sido utilizadas para promover a escrita como um meio para desenvolvimento de conhecimentos matemáticos. Nacarato (2013, p. 78), por exemplo, cita “a escritura de cartas, a produção de tirinhas e de histórias em quadrinhos, a produção de relatórios, poemas, crônicas, criação de regras de jogo, autobiografias, elaboração de problemas, dentre outros”. Em contextos virtuais, a prática da escrita pode ser desenvolvida em diferentes espaços comunicativos, por meio de interações síncronas ou assíncronas (POWELL; BAIRRAL, 2014). No caso das interações assíncronas, Powell e Bairral (2014) apontam como possibilidades, por exemplo, os fóruns de discussão e autoavaliações ao final de uma unidade didática.

Sobre o uso dos fóruns, Passos (2013) e Freitas (2013) apresentam experiências com seu uso em contextos de formação inicial de professores que ensinam Matemática. Freitas (2013) considera que o aspecto assíncrono permite que o debate não se encerre precipitadamente, pois a discussão pode permanecer mesmo depois de finalizada uma aula. Outro benefício apontado por Freitas (2013, p. 274) é que, nas interações assíncronas, “mais tempo pode ser dedicado para reflexão, antes da elaboração do registro”.

No caso da presente pesquisa, o foco está no conhecimento matemático para o ensino, isto é, um conhecimento matemático específico do professor que ensina Matemática. A respeito das características desse conhecimento matemático docente, assume-se como fundamentação o quadro teórico do Conhecimento Matemático para o Ensino (*Mathematical Knowledge for Teaching* - MKT) proposto por Deborah Ball e colaboradores. De acordo com Ball, Thames e Phelps (2008), o MKT envolve conhecimentos matemáticos necessários para que o professor possa exercer seu papel de ensinar matemática, tratando-se,

portanto, de uma teoria baseada na prática docente, com base nas demandas matemáticas para o ensino.

De acordo com Ball, Thames e Phelps (2008), o MKT é estruturado em seis subdomínios, a saber:

- (i) Conhecimento Comum do Conteúdo, que é o conhecimento do conteúdo necessário, mas não exclusivo ao ensino;
- (ii) Conhecimento Especializado do Conteúdo, que é o conhecimento matemático necessário especificamente para fins de ensino. Avaliar rapidamente a natureza de um erro, especialmente um erro não familiar, é um exemplo desse subdomínio. Conforme apontam Ball, Thames e Phelps (2008), o trabalho docente envolve especificidades como “Apresentar ideias matemáticas, respondendo a estudantes os ‘porquês’; [...] avaliar e adaptar o conteúdo matemático de livros didáticos; modificar tarefas fáceis ou difíceis [...]; dar ou avaliar explicações matemáticas [...]” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 400, tradução nossa);
- (iii) Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes, que é o conhecimento que combina saber sobre os estudantes e saber sobre matemática. Os professores devem antecipar a forma como seus alunos podem pensar e as dificuldades que eles podem encontrar. Ter familiaridade com os erros comuns e saber a razão disso fazem parte desse tipo de conhecimento;
- (iv) Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, que é o conhecimento que combina saber sobre o ensino e saber sobre matemática. Professores precisam estabelecer uma sequência específica do conteúdo para o ensino, escolher que exemplos são mais pertinentes para introduzir um conceito e que exemplos levam os alunos a se aprofundarem no conteúdo;
- (v) Conhecimento do Conteúdo e do Currículo, que é o conhecimento a respeito da maneira como a Matemática está organizada ao longo do currículo, e está relacionado a conhecer ordens usuais no tratamento dos temas matemáticos apresentados em livros didáticos e em documentos curriculares;
- (vi) Conhecimento do Conteúdo no Horizonte, que é um conhecimento matemático que permite ao professor ter uma consciência de como temas matemáticos estão relacionados ao longo da matemática incluída no currículo.

Esses subdomínios não devem ser entendidos como compartimentos desconexos que o professor recorre para lidar com uma situação específica, como se possuísse um quadro mental em que “selecionasse” um item desse quadro para lançar mão e agir. Compreende-se que a ação docente é complexa (não se limitando aos subdomínios do MKT) e envolve diversos aspectos atuando simultaneamente e, por isso, não há como distinguir nitidamente as fronteiras de cada subdomínio. Dessa forma, os subdomínios do MKT podem ser encarados como uma potente ferramenta analítica para investigar e compreender o conhecimento matemático do professor demandado na ação docente e uma forma de manifestar esse conhecimento é por meio da escrita.

3. O contexto da pesquisa e os procedimentos metodológicos

A proposta da disciplina Conhecimento Matemático do Professor envolve apresentar e discutir, a partir de artigos científicos, quadros teóricos como o MKT (BALL; THAMES; PHELPS, 2008) ou o *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* (MTSK) (CARRILLO *et al.*, 2018). Junto a essa parte teórica e considerando que se trata de um mestrado profissional em que a maioria dos professores participantes está atuando em sala de aula, a disciplina também propõe uma parte voltada à prática docente, visando aprofundar discussões matemáticas relevantes para o ensino nas escolas.

Após a interrupção por conta da pandemia e com o retorno no modelo RLE, o planejamento teve que ser alterado³. Com isso, as leituras e conversas pautadas em artigos científicos ficaram mantidas (via *Google Meet*) e a parte prática, de discussões matemáticas, passou a se dar nos fóruns da Plataforma *Moodle*.

As orientações feitas pelo professor formador aos professores participantes foram: as atividades no *Moodle* envolveriam discussões coletivas nos fóruns, a partir de questões de/sobre matemática trazidas por eles; essas discussões deveriam envolver questões relacionadas aos conhecimentos matemáticos necessários para ensinar de um determinado tópico; cada participante seria responsável por conduzir um fórum de discussão, que teria como disparador algum tema/tarefa/dúvida/inquietação a respeito da matemática que pratica com suas turmas; cada participante deveria participar ativamente de pelo menos dois fóruns de outros participantes; o envolvimento de cada um nessas discussões também seria avaliado; cada participante deveria entregar um arquivo com comentários e sínteses das discussões do fórum sob sua responsabilidade.

Também foi solicitada a escrita livre de um texto contendo uma autoavaliação⁴, em que os participantes deveriam refletir sobre seu envolvimento e sobre seu aprendizado durante a disciplina, articulando as discussões teóricas (artigos) e as discussões realizadas nos fóruns.

A turma era composta por 10 professores participantes, sendo que quatro tinham formação inicial exclusivamente em Licenciatura em Matemática, dois em Licenciatura em Matemática e em Licenciatura em Pedagogia, dois em Licenciatura em Matemática e no Magistério⁵ e dois com formação inicial exclusivamente em Licenciatura em Pedagogia.

³ Em 2020, no planejamento inicial da disciplina, antes da interrupção por conta da pandemia, essa parte prática da disciplina estava organizada em uma atividade em grupo que considerava planejar coletivamente uma aula, desenvolver a aula na turma de um dos professores participantes da disciplina, relatar/apresentar na disciplina os detalhes das aulas desenvolvidas por cada grupo, ressaltando elementos teóricos discutidos durante a disciplina, e organizar essas informações em um texto coerente a ser entregue ao professor formador.

⁴ Assume-se autoavaliação de um indivíduo como “um processo de metacognição, entendido como um processo mental interno através do qual o próprio toma consciência dos diferentes momentos e aspectos da sua actividade cognitiva” (SANTOS, 2002, p. 2).

⁵ O curso de Magistério é uma formação de nível médio que prepara o aluno para ser professor da Educação Infantil ao 5º ano do Ensino Fundamental. Também conhecido como Curso Normal em Nível Médio, o curso de Magistério ainda é aceito em alguns concursos públicos e em escolas privadas como pré-requisito para atuar como professor. Em alguns estados, como no Paraná, ainda há escolas que oferecem esse curso.

Foram, portanto, 10 fóruns diferentes, que ficaram abertos para debate do dia 20 de julho até o dia 10 de setembro de 2020. Os temas foram diversos: 1) Ensino de potenciação no 6º ano do Ensino Fundamental; 2) Radiano como unidade de medida de arcos de circunferência; 3) Construção do Pensamento Algébrico nos anos iniciais; 4) Raciocínio Matemático; 5) Processos de Divisão; 6) A Matemática e as relações étnico-raciais; 7) Ambientes virtuais de aprendizagem e conhecimento matemático do professor; 8) Construção do Pensamento Geométrico; 9) Sequências Numéricas; 10) Matemática Financeira.

Antes de iniciar os fóruns, o professor formador designou os dois participantes que deveriam participar ativamente dos fóruns sob responsabilidade de outro. O professor formador (primeiro autor deste artigo) participou dos 10 fóruns. Dessa maneira, cada fórum contou com um participante responsável (que tinha o papel de criar o tema disparador e estimular a discussão, fazendo perguntas e provocações), dois participantes ativos e o professor formador. Outros professores participantes, mesmo que não estivessem designados como participantes ativos de um determinado fórum, poderiam participar das discussões.

Para este artigo, foram selecionados dois fóruns para análise. A escolha pelos fóruns cujos temas foram Raciocínio Matemático e Processos de Divisão se deu por terem sido fóruns com boa interação entre os participantes e por ter possibilitado discussões relevantes para o desenvolvimento do MKT (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Esses não foram os únicos com essas características, mas, por questões de limite de espaço, foi necessário delimitar a quantidade de dados a serem analisados.

Os dois fóruns selecionados para análise foram conduzidos por professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental (professoras que tinham Licenciatura em Pedagogia ou Magistério). O professor formador, na hora de escolher quem seriam os dois participantes que deveriam participar ativamente dos fóruns, optou por indicar professoras dos anos iniciais como participantes ativas desses dois fóruns. Sendo assim, as análises estão centradas, quase que exclusivamente, nas escritas das professoras Elza, Nara e Bethânia, todas professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os nomes aqui utilizados são fictícios, visando preservar o anonimato das participantes.

Os dois fóruns foram analisados separadamente. Primeiramente, foram utilizados fragmentos de interações por escrito no fórum proposto pela professora Bethânia, sobre Raciocínio Matemático. Na sequência, foram utilizados fragmentos de interações por escrito no fórum proposto a professora Nara, sobre os Processos de Divisão.

Elza foi uma professora designada a participar ativamente dos dois fóruns analisados. Em sua autoavaliação, Elza fez reflexões pertinentes a respeito desses fóruns, por isso, essa atividade de autoavaliação de Elza também foi objeto de análise.

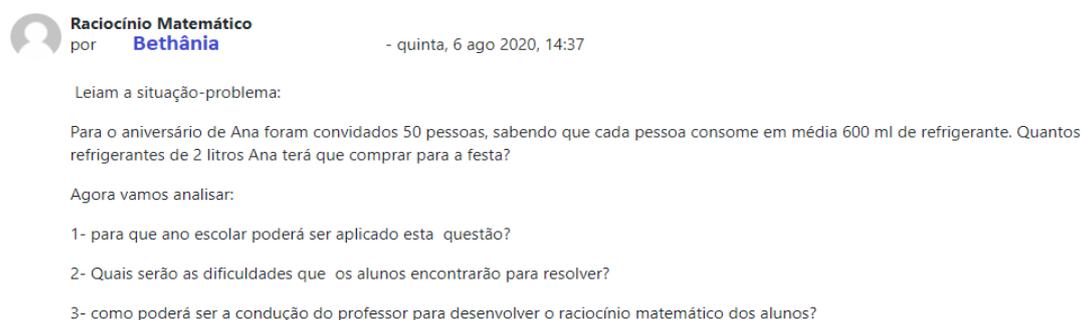
As análises dos dados (os dois fóruns e a autoavaliação de Elza) foram realizadas sob a perspectiva do quadro teórico do MKT (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Buscou-se identificar os subdomínios mobilizados nas interações escritas decorrentes da postagem inicial proposta pelas professoras Bethânia e Nara e na reflexão feita por Elza em sua autoavaliação.

4. Análises

4.1 O fórum de Bethânia – Raciocínio Matemático

O fórum sob responsabilidade de Bethânia teve 34 postagens e envolveu oito pessoas diferentes. A Figura 1 ilustra a primeira postagem feita pela professora Bethânia, isto é, a postagem disparadora da discussão do fórum, cujo tema (escolhido por ela) foi Raciocínio Matemático. Bethânia abre seu fórum com uma tarefa matemática e propõe algumas questões.

Figura 1 - Postagem disparadora do fórum Raciocínio Matemático



Raciocínio Matemático
por **Bethânia** - quinta, 6 ago 2020, 14:37

Leiam a situação-problema:

Para o aniversário de Ana foram convidados 50 pessoas, sabendo que cada pessoa consome em média 600 ml de refrigerante. Quantos refrigerantes de 2 litros Ana terá que comprar para a festa?

Agora vamos analisar:

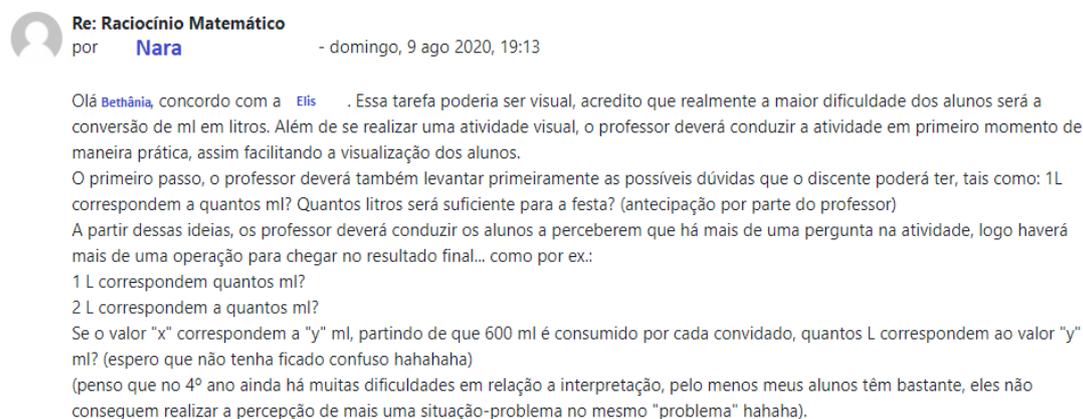
- 1- para que ano escolar poderá ser aplicado esta questão?
- 2- Quais serão as dificuldades que os alunos encontrarão para resolver?
- 3- como poderá ser a condução do professor para desenvolver o raciocínio matemático dos alunos?

Fonte: dados da pesquisa (2020).

A tarefa matemática apresentada por Bethânia na Figura 1 (Para o aniversário de Ana, foram convidadas 50 pessoas. Sabendo que cada pessoa consome, em média, 600 ml de refrigerante, quantos refrigerantes de 2 litros Ana terá que comprar para a festa?), pode ser classificada como uma tarefa de natureza exploratória. Segundo Ponte (2005), tarefas exploratórias são tarefas matemáticas “relativamente abertas e fáceis” (p. 8). Abertas, pois comportam alguma indeterminação no que é dado no enunciado ou no que é pedido, podendo aceitar mais do que uma resposta. Fáceis, pois apresentam um grau de desafio reduzido para os alunos (PONTE, 2005).

Após a postagem, cinco outros professores participantes interagiram e todos foram na mesma direção: a dificuldade estará na conversão de litros. A Figura 2 ilustra uma dessas postagens, feita pela professora Nara.

Figura 2 - Postagem da professora Nara



Re: Raciocínio Matemático
por **Nara** - domingo, 9 ago 2020, 19:13

Olá **Bethânia**, concordo com a **Elis**. Essa tarefa poderia ser visual, acredito que realmente a maior dificuldade dos alunos será a conversão de ml em litros. Além de se realizar uma atividade visual, o professor deverá conduzir a atividade em primeiro momento de maneira prática, assim facilitando a visualização dos alunos.

O primeiro passo, o professor deverá também levantar primeiramente as possíveis dúvidas que o discente poderá ter, tais como: 1L correspondem a quantos ml? Quantos litros será suficiente para a festa? (antecipação por parte do professor)

A partir dessas ideias, os professor deverá conduzir os alunos a perceberem que há mais de uma pergunta na atividade, logo haverá mais de uma operação para chegar no resultado final... como por ex.:

1 L correspondem quantos ml?
2 L correspondem a quantos ml?

Se o valor "x" correspondem a "y" ml, partindo de que 600 ml é consumido por cada convidado, quantos L correspondem ao valor "y" ml? (espero que não tenha ficado confuso hahahaha)

(penso que no 4º ano ainda há muitas dificuldades em relação a interpretação, pelo menos meus alunos têm bastante, eles não conseguem realizar a percepção de mais uma situação-problema no mesmo "problema" hahaha).

Fonte: dados da pesquisa (2020).

Na postagem apresentada na Figura 2, é possível ver que Nara concorda com outra professora (Elis) com relação às possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos ao resolverem a tarefa proposta. Também houve uma certa convergência entre os participantes a respeito de como superar essas dificuldades: propondo uma “atividade visual” (nas palavras de Nara) ou “utilizando material concreto” (nos termos de outra professora). Nesse momento, é possível perceber que as professoras participantes estão mobilizando o Conhecimento do Conteúdo e do Estudante, na medida em que identificam possíveis dificuldades dos estudantes, e o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, quando propõem formas de superar essas dificuldades.

Também foi mencionado pelos professores participantes do fórum que a tarefa matemática poderia ser trabalhada no 4º ou 5º ano do Ensino Fundamental, se fosse utilizado material concreto. Outros professores mencionaram que seria mais adequado de se trabalhar no 6º ano, desde que fosse feita uma revisão de conversão de unidades de medida. Pode-se considerar que, estimulados pela primeira pergunta feita por Bethânia (Figura 1), os participantes discutem como e quais ideias matemáticas são podem ser trabalhadas com a tarefa matemática proposta ao longo dos anos escolares, manifestando o Conhecimento do Conteúdo e do Currículo.

Na Figura 3, é apresentada uma intervenção feita pelo professor formador, com o intuito de evidenciar qual foi o papel deste durante as interações no fórum.

Figura 3 - Uma interação do professor formador



Re: Raciocínio Matemático

por **professor formador** - terça, 11 ago 2020, 20:56

Olá, pessoal!

Concordo com as colocações dos demais.

Fique com algumas dúvidas:

- 1) Em que ano se trabalha a conversão de unidades de medidas de volume?
- 2) Quem costuma trabalhar com o ensino dessa conversão, como costuma trabalhar? Poderia compartilhar com a gente?
- 3) Os alunos têm mais facilidade em converter de litros para mililitros ou de mililitros para litros? Pergunto isso, pois vendo a resposta do **Chico**, fiquei pensando que a proposta dele pode ser um pouco mais complicada para determinados alunos. É possível trabalhar esse problema sem usar vírgulas, não?

Acho que podemos pensar nas diferentes formas de resolver esse problema e discutir a especificidade de cada uma dessas formas...

Fonte: dados da pesquisa (2020).

O professor formador buscava, a todo momento, levantar questionamentos para incentivar o debate. A proposta de Chico, problematizada pelo professor formador, era conduzir o estudante a fazer a transformação de 600 ml para 0,6 L e fazê-lo chegar na ideia de que, como eram 50 pessoas, bastava fazer a multiplicação de 50 por 0,6 para chegar no consumo total de 30 litros que, em seguida, poderia ser dividido por 2 (uma vez que a garrafa de refrigerante era de 2 litros) e resultar em 15 garrafas de refrigerante.

No dia seguinte a essa postagem do professor formador, Bethânia traz uma novidade. Ela apresentou a tarefa matemática para seu filho, que cursava no 5º ano do Ensino Fundamental, resolver. Diferentemente do que os participantes do fórum cogitavam, o filho de Bethânia não teve problemas com a conversão de unidades, mas, sim, com a divisão. A Figura 4 ilustra isso.

Figura 4 - Postagem da professora Bethânia

 **Re: Raciocínio Matemático**
por **Bethânia** - quarta, 12 ago 2020, 21:32

O meu filho está no quinto ano, acabei de falar para ele esse problema. Ele pensou assim 50 convidados, 600 ml cada um, e colocou 2000 ml representando os dois litros ao lado, após ele fez o cálculo $50 \times 600 = 30.000$, então ele falou vai precisar de 30.000 ml, agora tenho que dividir 30.000 por 2000 e tentou fazer mas se perdeu, foi abaixando os zeros, mas não concluiu. Então percebi que ele consegue transformar Litro em mililitros, pensou de forma correta, mas teve dificuldade no cálculo de divisão para concluir.

[Link direto](#) [Marcar como não lida](#) [Mostrar principal](#) [Editar](#) [Interromper](#) [Excluir](#) [Responder](#)

 **Re: Raciocínio Matemático**
por **Bethânia** - quarta, 12 ago 2020, 21:36

Após a segunda tentativa, ele conseguiu chegar a resposta de 15 litros.

Fonte: dados da pesquisa (2020).

A partir dessa intervenção de Bethânia, os participantes do fórum passaram a discutir o algoritmo da divisão. Por iniciativa própria, Bethânia disponibilizou um vídeo em que seu filho realizava a resolução, o que possibilitou uma compreensão maior, por parte do grupo, a respeito da dificuldade apresentada. Diferentes aspectos da divisão puderam ser discutidos quando, por exemplo, o professor formador perguntou no fórum *“Sobre a divisão, quais os motivos da dificuldade dele? Que outra orientação poderia ter sido dada, diferente da que a [Bethânia] deu no segundo vídeo, para fazê-lo resolver a situação?”*, ao que Elza respondeu *“Acho que a seguinte pergunta poderia ajudá-lo a refletir sobre o erro cometido: quantas garrafas de 2000 ml podemos encher com 10.000 ml de refrigerante?”*. Nesse caso, a possibilidade de utilizar o significado de divisão como medida (quantas vezes cabe?) para levar a criança a superar aquela dificuldade indica a manifestação do Conhecimento Especializado do Conteúdo, uma vez em que a professora Elza mostra ir além de conhecer o algoritmo da divisão, mas, também, seus diferentes significados.

Depois de algumas postagens nessa direção (conversão de unidades de medida e dificuldades com a divisão), a professora Elza surge com outra novidade, conforme a Figura 5.

Figura 5 - Primeiro relato sobre o raciocínio da aluna Maria Rita

 **Re: Raciocínio Matemático**
por **Elza** - quinta, 20 ago 2020, 19:23

Colegas,

Pedi para minha aluna do 4o ano resolver esse problema, em uma aula pelo meet utilizando o Google Docs para ela registrar o raciocínio dela.

Mas ela também utilizou o caderno para fazer alguns desenhos.

Ela fez o seguinte raciocínio que vou descrever aqui copiando algumas partes das justificativas dela:

Maria Rita:

“Quantos refris de 2 litros?
50 pessoas - 600 ml de refri para cada pessoa.
1 litro precisa de quantos ml? ”

Eu:

Pode pesquisar no Google.

Maria Rita: pesquisou no Google e me disse:
“1L é 1000 mililitros.
E continou:
“600ml...quantos faltam até chegar no 1000?
 $6 + 4 = 10$
Então faltam 400 ml.”

Fonte: dados da pesquisa (2020).

Elza propôs a tarefa para uma aluna de 4º ano do Ensino Fundamental que fazia aulas particulares de Matemática com ela, utilizando o *Google Meet*. Essa aluna é aqui chamada de Maria Rita. Conforme Elza descreve, Maria Rita pôde pesquisar no *Google* como transformar litro em mililitro, fazendo com que essa conversão de unidades não fosse um problema para ela, permitindo que seu raciocínio fluísse. A Figura 5 indica que Elza descreveu o raciocínio apresentado por Maria Rita. Como a descrição foi longa e para reduzir o espaço que seria ocupado por uma figura com toda a postagem, apresenta-se uma síntese do raciocínio apresentado pela jovem Maria Rita.

Maria Rita considerou, a todo momento, que 1000 ml equivalem a 600 ml + 400 ml. Esse pensamento permitiu que Maria Rita tirasse a seguinte conclusão: “10 litros vão dar para 10 pessoas beberem. 20 L vão dar para 20 pessoas”. Em seguida, vem a intervenção da professora Elza: “10 L dá para 10 pessoas beberem refri, aí este caso vai dar exatamente ou vai sobrar refri?”. Disso veio a resolução de Maria Rita, apresentada na Figura 6.

Figura 6 - Continuação da descrição do raciocínio da aluna Maria Rita

Maria Rita:

1L = 600 ml + 400ml

2L = 600 ml + 400ml + 600 ml + 400ml

Aí sobra 800 ml

Tira 200 ml, aí fica 600 ml que dá para mais uma pessoa beber.

1 garrafa de 2 litros dá para 3 pessoas beberem refrigerante. E sobra 200 ml.

Eu: Então para 50 pessoas beberem 600 ml de refri cada uma, quantas garrafas vai precisar?

Ela fez o seguinte esquema de palitinhos, | representa 1 garrafa de 2L.

| = 3 pessoas e sobra 200 ml

Maria Rita foi juntando 200ml + 200ml + 200ml e concluiu que dava para mais uma pessoa beber.

Então daria para 33 pessoas beberem e ainda sobrava 200 ml.

E adicionando de 3 em 3 pessoas ao 33 pessoas. A cada vez que ela somava 3 pessoas, ela aumentava uma garrafa.

E aí ela ia juntando 200ml + 200ml + 200ml para formar 600ml e para contar mais uma pessoa. Até chegar em 50 pessoas e verificar a quantidade de garrafas.

E seguindo este raciocínio ela conseguiu chegar ao resultado final. Levou tempo, claro! rs

Fonte: dados da pesquisa (2020).

A forma de resolver descrita por Elza, com base no raciocínio de Maria Rita, foi o ponto alto das discussões no fórum. Todos os professores pareciam convergir para alguns consensos a respeito das dificuldades com a conversão e com a divisão de números grandes. Propor essa tarefa a alunos de 4º ano? Os participantes pareciam concordar que seria possível somente com o auxílio de materiais concretos. De fato, materiais concretos são importantes para a aprendizagem da Matemática (principalmente) nos anos iniciais, mas, neste caso específico, Maria Rita parece ter provocado o Conhecimento Matemático para o Ensino daqueles participantes do fórum e, em particular, o Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes.

A professora Elza propôs uma reflexão, por meio de sua escrita no fórum, a esse respeito quando afirmou:

“Quero colocar isso em foco aqui para pensarmos: muitas vezes optamos em não explorar certas tarefas matemáticas, pois o aluno ainda não aprendeu tal conteúdo ou porque ainda não sabe fazer a conversão, como neste problema. Ficamos pensando em uma ordem de conteúdos necessários para depois abordar outros conteúdos. Podemos refletir sobre essa necessidade que temos, e aparece nos livros didáticos, de primeiro trabalhar as 4 operações, depois passamos um tempo trabalhando unidade de medidas de tempo, depois só unidade de medidas de comprimento e assim vai. O que pensam a respeito?”

A professora parece problematizar e manifestar aspectos do Conhecimento do Conteúdo no Horizonte, quando coloca em discussão a maneira como o professor percebe a relação entre temas matemáticos ao longo da matemática escolar.

A contribuição trazida por Elza, a partir do raciocínio de Maria Rita, desencadeou discussões teóricas no fórum a respeito do que se entende por raciocínio matemático, trazendo para o debate o texto de Araman e Serrazina (2020), que analisa processos de raciocínio matemático evidenciados por estudantes ao resolverem tarefas exploratórias.

Dias depois, após novo encontro com Maria Rita, a professora Elza trouxe novas informações, por meio de sua escrita no fórum, sobre o raciocínio da aluna. A Figura 7 mostra a escrita de Elza sobre as novas descobertas de Maria Rita.

Figura 7 - Segundo relato sobre o raciocínio da aluna Maria Rita

 **Re: Raciocínio Matemático**
por **Elza** - sexta, 28 ago 2020, 20:40

Bom, na quinta feira agora me encontrei com ela novamente.
Como havia passado uma semana eu comeci lembrando o problema com ela e o processo do raciocínio que ela tinha me apresentado com a intenção de articular com as operações de multiplicação e divisão.

Antes de eu terminar a minha fala sobre o próprio raciocínio dela...ela me interrompeu e me disse o seguinte: 20 garrafas vão dar.

Aí ela me explicou: se cada um vai beber 600 ml e 10 garrafas dá para 33 pessoas...olha 20 garrafas vai dar para (fez um monte de calculo oralmente - errou, achou o erro, corrigiu)...66 pessoas. Como vão 50 pessoas na festa, já vai dar.

Aí eu me atentei ao enunciado do problema: Para o aniversário de Ana foram convidados 50 pessoas, sabendo que cada pessoa consome em média 600 ml de refrigerante. Quantos refrigerantes de 2 litros Ana terá que comprar para a festa?

Disse a ela então que eu iria reformular o problema: Para o aniversário de Ana foram convidados 50 pessoas, sabendo que cada pessoa consome em média 600 ml de refrigerante. Quantos refrigerantes de 2 litros, **no mínimo**, Ana terá que comprar para a festa para que todos possam beber 600 ml cada um?

Aí ela retomou o raciocínio dela, mas desta vez pensando de 3 em 3 garrafas que daria para 10 pessoas. E chegou ao número 15 de garrafas.

Masss... **Maria Rita** me disse que não poderia ser 15 garrafas, pois ela iria comprar refrigerante para uma festa e ela mesma não iria beber? Só os convidados? Ela ficou satisfeita com a resposta de pelo menos 16 garrafas. Eu aceitei. Essa guerra não lutarei!
E fim...acabou nosso tempo.

Fonte: dados da pesquisa (2020).

Nessa postagem, Elza descreve como Maria Rita a surpreendeu e fez com que modificasse o rumo do que havia planejado. Inicialmente, Elza pensava em retomar a tarefa matemática para articular com as operações de multiplicação e divisão. No entanto, Maria Rita apresentou um raciocínio que não havia sido antecipado nas discussões no fórum: o enunciado da tarefa não dizia nada sobre um mínimo de garrafas de refrigerante. Elza foi pega de surpresa e precisou agir no improviso, sugerindo reformular o enunciado.

Em seguida, Elza escreve como Maria Rita, com seu raciocínio desprendido de qualquer regra ou algoritmo, a surpreendeu novamente. Dessa vez, Maria Rita percebe que, ao invés de fazer as contas considerando 50 pessoas convidadas, era necessário considerar 51 pessoas, pois a aniversariante também beberia refrigerante. Com isso, a aluna fica satisfeita com a resposta de pelo menos 16 garrafas e Elza fica sem reação.

A tarefa em seu enunciado original, por ser de natureza exploratória, comportava um certo grau de indeterminação (PONTE, 2005), pois permitia mais do que uma resposta. No entanto, nem a professora Elza nem nenhum professor participante do fórum antecipou as diferentes formas de pensar manifestadas por Maria Rita, o que poderia ser caracterizado como Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes. Como não antecipou a forma de Maria Rita lidar com a tarefa (o que fica evidente quando Elza escreve “*Aí eu me atentei ao enunciado do problema*”), Elza precisou improvisar e modificar o enunciado da tarefa, tornando-a menos aberta do que originalmente, uma vez que restringiu as possibilidades de respostas ao incluir o termo “no mínimo” no enunciado.

Apesar de parecer ser uma mera descrição do que ocorreu em seus encontros com a aluna Maria Rita, a escrita de Elza revela mais do que isso, pois se trata de uma escrita intencional, uma organização e seleção dos fatos ocorridos e registrados por ela no fórum. Nessa postagem (Figura 7), percebe-se a manifestação do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, na medida em que se nota a preocupação com o enunciado de uma tarefa que se deseja trabalhar com o raciocínio matemático. Por mais que alterar o enunciado da tarefa tenha modificado sua natureza, tornando-a mais fechada, o fato de Elza ter feito a alteração a fim de que Maria Rita, naquele momento, chegasse a uma resposta pretendida (15 garrafas), indica a manifestação do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino.

Outras postagens aconteceram após essas. No entanto, para este artigo, consideramos oportuno apresentar trechos do texto escrito por Elza em sua autoavaliação, pois evidenciam reflexões sobre o fórum. Quando cita o fórum criado por Bethânia, em sua escrita, Elza relembra discussões teóricas feitas nas aulas síncronas. Nas palavras de Elza:

“discutimos em aula sobre a importância do professor compreender como determinado conteúdo que está trabalhando é desenvolvido nos anos seguintes e anteriores. Como por exemplo, no fórum da [Bethânia] foi interessante ver esta situação”. Em seguida, após descrever brevemente as diferentes formas de resolver a tarefa matemática que surgiram no fórum, Elza escreve: “Acho que com isso tivemos uma pequena visão longitudinal do conteúdo, será? Para um professor que trabalha, por exemplo, com o 6º ano (fundamental II) é importante saber como professores e alunos trabalham a

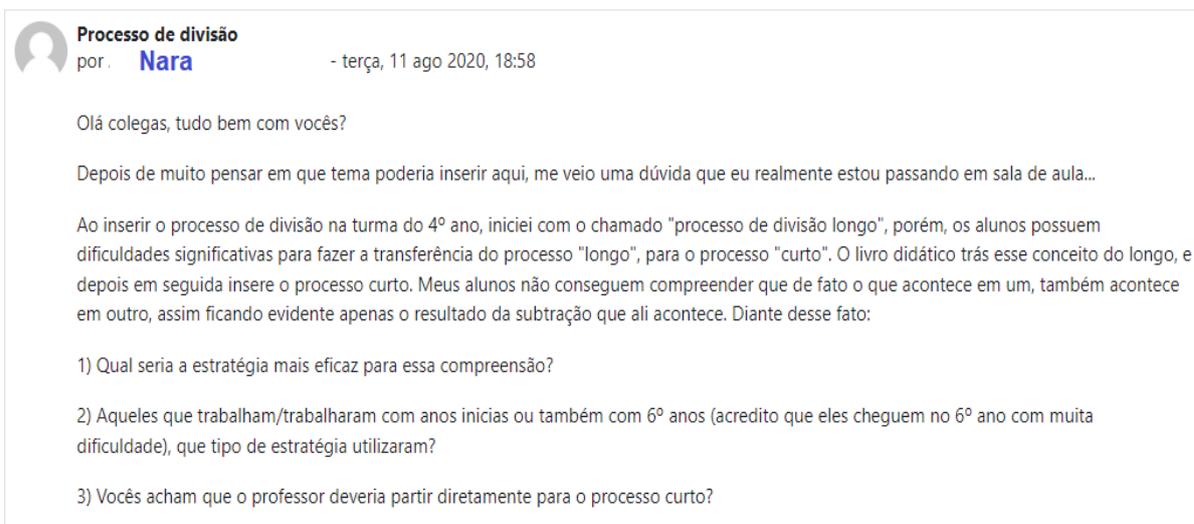
conversão de unidades de medidas nos anos iniciais e também para o professor dos anos iniciais é interessante ter uma visão sobre o conteúdo nos anos seguintes para guiarmos nossas discussões em sala de aula. Acho que um aluno do 5º ano pode chegar na resolução que o [Chico] propôs, mas antes talvez este aluno precisará percorrer outros caminhos como alunos que colocamos no fórum”.

Nesses trechos da autoavaliação feita por Elza, uma escrita reflexiva, é evidente a compreensão do Conhecimento do Conteúdo no Horizonte enquanto um aspecto importante para o conhecimento matemático do professor.

4.2 O fórum de Nara – Processos de Divisão

O Fórum sob responsabilidade de Nara teve 34 postagens e envolveu sete pessoas diferentes. A Figura 8 ilustra a primeira postagem feita pela professora Nara, isto é, a postagem disparadora da discussão do fórum, cujo tema (escolhido por ela) foi Processos de Divisão. Nara abre seu fórum com uma demanda da própria prática a respeito dos processos (curto ou longo) da divisão e, em seguida, faz algumas questões.

Figura 8 - Postagem disparadora do fórum Processos de Divisão



Processo de divisão
por: **Nara** - terça, 11 ago 2020, 18:58

Olá colegas, tudo bem com vocês?

Depois de muito pensar em que tema poderia inserir aqui, me veio uma dúvida que eu realmente estou passando em sala de aula...

Ao inserir o processo de divisão na turma do 4º ano, iniciei com o chamado "processo de divisão longo", porém, os alunos possuem dificuldades significativas para fazer a transferência do processo "longo", para o processo "curto". O livro didático trás esse conceito do longo, e depois em seguida insere o processo curto. Meus alunos não conseguem compreender que de fato o que acontece em um, também acontece em outro, assim ficando evidente apenas o resultado da subtração que ali acontece. Diante desse fato:

- 1) Qual seria a estratégia mais eficaz para essa compreensão?
- 2) Aqueles que trabalham/trabalharam com anos iniciais ou também com 6º anos (acredito que eles cheguem no 6º ano com muita dificuldade), que tipo de estratégia utilizaram?
- 3) Vocês acham que o professor deveria partir diretamente para o processo curto?

Fonte: dados da pesquisa (2020).

Após a postagem, dois professores respondem no sentido de indicar o processo longo como o mais apropriado, pois, aos poucos, os próprios alunos vão percebendo a necessidade de não fazer o processo longo. Na mesma linha, o professor formador pergunta: para que ensinar o processo curto? Ao responder, Nara explica a motivação de suas dúvidas, conforme Figura 9.

Figura 9 – Explicando melhor a dúvida



Re: Processo de divisão

por **Nara**

- quarta, 12 ago 2020, 18:05

Professor, a minha dúvida maior também é: se há uma orientação de um método certo para realizar?

Em um local que eu trabalhava no ano passado, aos alunos desde o 3º ano do fundamental I até os anos finais, os professores (e auxiliares também) eram orientados a trabalhar somente o processo curto, sem apresentar o processo longo, dizendo que era para estimular o "raciocínio" do aluno.

No material que trabalho atualmente, há essa transição sem ao menos uma orientação para o aluno (e também para nós professores). Questionei minha pedagoga, e ela só me disse para seguir o livro (confesso que fiquei perdida, e a "orientação" não me ajudou em muita coisa).

Também já tive experiência em escolas que trabalhei, que não havia essa padronização, e cada professora ensinava de um jeito ai era uma confusão danada.

Nos cursos de licenciatura em matemática, há uma orientação que diz respeito a como conduzir esse raciocínio, não a divisão propriamente dita... mas algo de conteúdo pedagógico? Como uma metodologia?

Fonte: dados da pesquisa (2020).

Pela mensagem postada por Nara, percebe-se que sua dúvida vem de suas experiências em escolas e com materiais didáticos. Em uma escola, a orientação era somente trabalhar com o processo curto; em outra escola, não havia um padrão, "era uma confusão danada"; no livro didático, havia uma transição rápida de um método para o outro, "sem ao menos uma orientação para o aluno". Dadas essas experiências, Nara estava em busca da "orientação de um método certo para realizar" e queria saber se essa orientação não poderia vir dos cursos de Licenciatura em Matemática, uma vez que Nara era formada em Licenciatura em Pedagogia.

Na sequência do diálogo, Caetano, professor com formação em Licenciatura em Matemática e que não atua nos anos iniciais do Ensino Fundamental, perguntou "O que é processo curto e longo?". Esse contraste merece destaque. Se, por um lado, Nara parece não ter confiança em seu conhecimento matemático para decidir como abordar a divisão e procura uma validação externa (talvez vinda de um curso de Licenciatura em Matemática), por outro, Caetano desconhece os processos para ensinar divisão nos anos iniciais, uma vez que atua nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

A explicação dos processos longo e curto veio de Elza, conforme Figura 10, por meio da divisão de 212 por dois.

Figura 10 – Os processos longo e curto, de acordo com a explicação de Elza



Re: Processo de divisão

por

Elza

- quarta, 12 ago 2020, 23:30

Caetano, vou colocar aqui um exemplo de processo longo e curto. Pode ser que existam outras configurações.

The image shows two handwritten division problems on a grid background. The first, labeled 'Longo', shows the division of 212 by 2. It starts with 2 over 212, then shows 2 over 106, and finally 2 over 106. The second, labeled 'Curto', shows the division of 212 by 2. It starts with 2 over 212, then shows 2 over 106, and finally 2 over 106.

Fonte: dados da pesquisa (2020).

tentar responder, foi em busca de artigos científicos que a ajudasse e sugeriu o texto de Costa *et al.* (2018), que investiga como os algoritmos da divisão de números naturais são abordados em livros didáticos de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Para superar essa dificuldade, Elza considera que o processo longo é mais adequado, pois detalha cada passo. Pode-se notar que, por um lado, a professora identifica uma dificuldade comum entre os estudantes (manifestando o Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes) e, por outro, propõe um método mais apropriado para evitar tal dificuldade (manifestando o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino).

Figura 12 – Continuação da postagem sobre o método das subtrações sucessivas

Ao trabalhar com o algoritmo convencional, gosto do processo longo, pois detalha cada passo e não ficam processos "escondidos" que o aluno não possa visualizar. Principalmente quando o quociente vem com um zero no meio, por exemplo, $212 : 2 = 106$ (veja a imagem). Muitos alunos colocam como resultado dessa divisão o quociente 16.

$$\begin{array}{r}
 \text{C D U} \\
 2 \overline{) 212} \\
 \underline{2} \\
 01 \\
 \underline{0} \\
 13 \\
 \underline{12} \\
 1
 \end{array}$$

Fonte: dados da pesquisa (2020).

Além do método das subtrações sucessivas (Figura 12), Elza também escreveu no fórum o método da decomposição como uma alternativa para o trabalho com a divisão, conforme Figura 13. Com isso, Elza manifestou o Conhecimento Especializado do Conteúdo de divisão ao compartilhar quatro métodos (processo longo, curto, das subtrações sucessivas e da decomposição) para o ensino da divisão.

Figura 13 – Explicação de Elza para o método da decomposição para a divisão



Re: Processo de divisão
por Elza

- quarta, 12 ago 2020, 23:35

Trouxe aqui outros exemplos que conheci de como explorar a divisão: por decomposição e por subtrações sucessivas.

Os processos abaixo, ao meu ver, não precisam ser necessariamente ser organizados com a chave da divisão.

$$\begin{array}{r}
 212 : 2 \\
 \hline
 200 + 10 + 2 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 \frac{200}{2} + \frac{10}{2} + \frac{2}{2} = 100 + 5 + 1 = 106
 \end{array}$$

Fonte: dados da pesquisa (2020).

Faz parte do trabalho docente conhecer e selecionar diferentes ideias relacionadas a um determinado conceito de acordo com um propósito específico de ensino.

Na sequência, o professor formador fez a seguinte provocação:

“[...] Vamos pensar nesses processos que a [Elza] nos trouxe: por subtrações sucessivas, por decomposição, método longo e método curto. Suponha que você vai trabalhar esses 4 métodos com sua turma de alunos. Qual seria a ordem que você apresentaria a eles e por quê? Isto é, estabeleça uma sequência (o critério para essa sequência é você quem decide) para apresentar aos alunos”.

Duas professoras, Bethânia e Elza responderam a esse questionamento. Segundo Bethânia:

“eu iniciaria pelo método longo, porque penso que facilita a compreensão do aluno, depois mostraria que podemos também utilizar do método curto com a mesma operação para eles perceberem que chega a mesma resposta, em outro momento trabalharia por decomposição para eles perceberem que os cálculos mentais facilitam e por último por subtrações sucessivas para eles notarem que dentro daquele número existem vários números que podem ser subtraídos até chegar a resposta.”

Já Elza, propõe outra ordem⁶:

“Vejo que é interessante abordarmos as ideias da divisão por meio de esquemas, desenhos, materiais manipuláveis e cálculos mentais antes mesmo de querer ensinar qualquer algoritmo, desde a educação infantil/1o ano. A partir do momento que passamos a ensinar algoritmos, eu escolheria a seguinte sequência: 1) por subtrações sucessivas (que pode ser explorado sem utilizar a chave da divisão); 2) por decomposição; 3) pelo algoritmo convencional - método longo; 4) pelo algoritmo convencional - método curto”.

Em seguida, o professor formador faz o questionamento para a autora do fórum de discussão: “[Nara], o que você pensa sobre essas duas ordens apresentadas?” - referindo-se à sequência de ensino propostas por Bethânia e por Elza. A resposta de Nara foi:

“Acredito que que não há um método eficaz realmente para todos os alunos [...]. A respeito dessas duas ordens, acredito que o método por subtrações sucessivas possibilita ao aluno diversas maneiras de resolução da situação além de estimular o raciocínio matemático. Ao contrário do que me foi ensinado

⁶ A professora Elza descreve a justificativa para cada método estar na ordem que ela estabeleceu, mostrando ter clareza sobre a motivação de sua escolha. Por limitação de espaço, neste artigo, não foi possível detalhar essas justificativas.

(tanto na escola como na licenciatura), o algoritmo da divisão é somente imposto da maneira convencional”.

Nara parece mudar seu pensamento inicial, quando buscava uma estratégia mais eficaz (Figura 8), e passou a considerar que não há um método eficaz para todos os alunos. Nara também coloca em xeque o foco no algoritmo convencional, tal como havia aprendido em sua formação inicial. Apesar de não dizer claramente, ao valorizar o método das subtrações sucessivas, Nara parece concordar com a ordem sugerida por Elza para o ensino de divisão. Nesse sentido, é possível considerar que a discussão promovida por meio da escrita no fórum permitiu que Elza desenvolvesse seu Conhecimento do Conteúdo e do Ensino no que diz respeito à divisão, pois pôde vislumbrar formas diferentes de abordar o ensino de divisão sem ficar restrita ao processo curto ou longo.

Outras postagens aconteceram após essas. No entanto, para este artigo, consideramos oportuno apresentar trechos do texto escrito por Elza em sua autoavaliação, pois evidenciam reflexões sobre o fórum.

Elza escreve:

“Vou comentar a partir do exemplo do algoritmo da divisão que discutimos no fórum da [Nara]. Saber dividir faz parte do conhecimento necessário para o professor (saber fazer), mas para além disso há o conhecimento matemático do professor para ensinar, como: saber reconhecer várias formas de alcançar o resultado, compreender a natureza do erro do cálculo de um aluno, formular questionamentos aos alunos para guiá-los na reflexão sobre seus próprios erros e como também a partir destes questionamentos o próprio professor poder compreender o que o aluno fez para chegar em determinado resultado e avaliar se matematicamente está correto e se pode ser generalizado para outras situações. E além disso, entre outras ações, articular hipóteses e respostas dos alunos com o conhecimento matemático sistematizado. Vi que foi este caminho que começamos a trilhar no fórum da [Nara] e outros. Um caminho de construção do conhecimento matemático do professor.”

Nesse trecho da autoavaliação de Elza, percebe-se a evidente compreensão dos referenciais teóricos estudados na disciplina (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; CARRILLO *et al.*, 2018) articulando-os com o tema matemático escolhido por Nara. Sem nomear, Elza descreve, por meio da escrita, diferentes subdomínios do MKT (Conhecimento Comum do Conteúdo, Conhecimento Especializado do Conteúdo, Conhecimento do Conteúdo e do Estudante, Conhecimento do Conteúdo e do Ensino) para o ensino de divisão nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

5. Considerações finais

O presente artigo teve como objetivo identificar subdomínios do MKT mobilizados por meio da prática de escrita realizada por professores em uma disciplina de um curso de mestrado profissional em Ensino de Matemática. Para

tanto, foram analisados dados produzidos em duas atividades com base na prática de escrita: o fórum de discussões no *Moodle* e uma autoavaliação.

Das análises empreendidas, foi possível perceber que a prática de escrita realizada nos fóruns, cujos temas foram escolhidos pelos próprios participantes, possibilitou a mobilização dos seis subdomínios do MKT. Do mesmo modo, a prática de escrita solicitada por meio de uma autoavaliação também permitiu a manifestação de subdomínios, a saber: o Conhecimento Comum do Conteúdo, o Conhecimento Especializado do Conteúdo, o Conhecimento do Conteúdo e do Estudante, o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino e o Conhecimento do Conteúdo no Horizonte.

Destaca-se o fato de que uma interação assíncrona entre os participantes, por meio da escrita, permitiu, entre outras coisas, que os participantes organizassem seus pensamentos antes de escrever, que exercitassem a prática de escrita, que buscassem referenciais teóricos para fundamentar algumas afirmações e que consultassem seus alunos para enriquecer as discussões.

Também houve pontos negativos tanto nos fóruns como nas autoavaliações. Alguns professores relataram dificuldades em conduzir boas discussões no fórum sob suas responsabilidades, muitas vezes, por participações pouco produtivas dos demais, com comentários com poucas problematizações, principalmente quando o tema matemático escolhido pelo responsável não era um tema em que o professor participante do fórum estivesse trabalhando em sua prática. No caso das autoavaliações, nem todos os professores participantes articularam as descrições feitas com os artigos estudados na disciplina, como fez Elza.

Para além de identificar os subdomínios do MKT mobilizados pelos professores por meio da escrita, esta pesquisa indica possibilidades futuras de uso dos registros escritos – produzidos tanto nos fóruns como nas autoavaliações – levando em consideração os subdomínios do MKT identificados. Esses registros escritos podem ser organizados por professores formadores para se tornarem tarefas formativas⁷ visando promover o desenvolvimento do MKT de professores em formação (inicial ou continuada).

Uma experiência como essa foi realizada pelos autores deste artigo em outro momento (diferente do analisado neste artigo). A tarefa matemática (uma tarefa de natureza exploratória, de acordo com Ponte (2005)) dos refrigerantes (Figura 1) juntamente com as interações escritas realizadas no fórum de Bethânia sobre Raciocínio Matemático foram organizadas em uma tarefa formativa utilizada em uma turma de estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática, em uma disciplina ministrada pela segunda autora desta pesquisa, visando o desenvolvimento do Conhecimento Matemático para o Ensino dos futuros professores de Matemática.

Considera-se que, quando essas tarefas formativas – elaboradas intencionalmente considerando os subdomínios do MKT já previamente

⁷ Com tarefas formativas estamos nos referindo a Tarefas de Aprendizagem Profissional – TAP (SMITH, 2001; RIBEIRO; AGUIAR; TREVISAN, 2020). TAP são tarefas elaboradas com a finalidade de propiciar aprendizagens aos professores em uma situação específica e são caracterizadas, dentre outros aspectos, pelo uso de registros de prática docente, tais como, protocolos de resoluções de estudantes, recortes de propostas curriculares e planos de ensino (RIBEIRO; AGUIAR; TREVISAN, 2020).

identificados como possíveis de serem mobilizados – são levadas para futuros professores, permite-se trabalhar, em um curso de formação inicial de professores, com amostras autênticas da prática (SMITH, 2001), isto é, com uma situação real do trabalho docente que, no caso dos dados analisados neste texto, foi uma discussão entre professores em serviço.

Referências

ARAMAN, E. M. O.; SERRAZINA, M. L. Processos de raciocínio matemático na resolução de tarefas exploratórias no 3º ano de escolaridade. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 9, n. 18, p. 118-136, 2020. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6189/4212>. Acesso em: 2 nov. 2022.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, n. 59, p. 389-407, 2008.

CARRILLO, J. *et al.* The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 3, p. 236-253, 2018. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/14794802.2018.1479981?journalCode=rrme20>. Acesso em: 2 nov. 2022.

COSTA, A. P. *et al.* Abordagem de algoritmos da divisão em livros didáticos de Matemática para os anos iniciais. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 2, n. 4, jan./abr. 2018. Disponível em: <https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/59>. Acesso em: 2 nov. 2022.

FREITAS, M. T. M. A escrita em ambientes virtuais: um caminho promissor na formação do professor de Matemática e outras áreas. *In*: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Org.). **Indagações, reflexões e práticas em leituras e escritas na Educação Matemática**. Campinas: Mercado das Letras, 2013. p. 255-278.

NACARATO, A. M. A escrita nas aulas de Matemática: diversidade de registros e suas potencialidades. **Leitura: Teoria e Prática**, v. 31, p. 63-79, 2013. Disponível em: <https://ltp.emnuvens.com.br/ltp/article/view/196>. Acesso em: 2 nov. 2022.

PASSOS, C. L. B. A comunicação nas aulas de Matemática revelada nas narrativas escritas em diários reflexivos de futuros professores. **Interacções**. Lisboa, n. 8, p. 18-36, 2008. Disponível em: <https://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/view/352>. Acesso em: 2 nov. 2022.

PASSOS, C. L. B. Ler e escrever é preciso: a formação matemática de professores dos anos iniciais na modalidade a distância. *In*: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Org.). **Indagações, reflexões e práticas em leituras e escritas na Educação Matemática**. Campinas: Mercado das Letras, 2013. p. 221-254.

PONTE, J. P. **Gestão curricular em Matemática**. *In*: GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular. Lisboa: APM, 2005, p. 11-34.

POWELL, A. Desafios e tecnologias nas escritas e nas leituras em Educação Matemática. *In*: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Org.). **Indagações, reflexões e**

práticas em leituras e escritas na Educação Matemática. Campinas: Mercado das Letras, 2013. p. 149-168.

POWELL, A.; BAIRRAL, M. **A Escrita e o pensamento matemático**: interações e potencialidades. Papirus Editora, 2014. Edição do Kindle.

RIBEIRO, A. J.; AGUIAR, M.; TREVISAN, A. L. Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores ao discutir coletivamente uma aula sobre padrões e regularidades. **Quadrante**, v. 29, n. 1, p. 52-73, 2020. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/article/view/23010>. Acesso em: 2 nov. 2022.

RODRIGUES, A. L.; TEIXEIRA, B. R. Conhecimento especializado do professor de Matemática revelado na escrita reflexiva de futuros professores decorrente de simulações de aulas. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)**, v. 12, n. 3, p. 1-26, 2021. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2820>. Acesso em: 2 nov. 2022.

SANTOS, L. **Auto-avaliação regulada**: porquê, o quê e como? Ministério de Educação de Portugal. Departamento do Ensino Básico, 2002.

SMITH, M. S. **Practice-Based Professional Development for Teachers of Mathematics**. Reston, Virgínia: National Council of Teachers of Mathematics, 2001.

Enviado em: 02/novembro/2022 | Aprovado em: 10/junho/2023