



O ESTUDO DA MÉDIA, DA MEDIANA E DA MODA ATRAVÉS DE UM JOGO E DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

José Marcos Lopes¹; Renato Sagiorato Corral²; Jéssica Scavazini Resende³

Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", UNESP, Brasil

Resumo

O objetivo deste artigo é apresentar os resultados de uma pesquisa que procurou avaliar os resultados da aplicação de uma proposta didático-pedagógica, que utiliza um jogo associado à resolução de problemas para o estudo dos conceitos de média, mediana e moda da Estatística Descritiva. Elaboramos um jogo (original) e formulamos alguns problemas envolvendo situações de jogo que auxiliam os alunos no reforço da aprendizagem desses conceitos. A proposta de ensino foi aplicada em uma sala do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola estadual de uma cidade do interior do estado de São Paulo, Brasil. Os resultados desta investigação indicam que o uso do jogo associado à resolução de problemas pode contribuir com a aprendizagem dos alunos e também o desenvolvimento de seus próprios conhecimentos.

Palavras-chave: ensino de estatística descritiva; jogos; resolução de problemas.

THE STUDY OF THE MEAN, MEDIAN AND MODE BY MEANS OF A GAME AND PROBLEM SOLVING

Abstract

The objective of this article is to present the findings of a research that aimed to evaluate the results of a didactic-pedagogical proposition using games and problem solving for studies of the concepts of mean, median and mode in Descriptive Statistics. A game (original) was elaborated and some problems involving game situations were created to support the students on improvement of learning from these concepts. The purpose of learning was applied on a

¹ Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - IBILCE/UNESP - São José do Rio Preto, mestre em Ciências de Computação e Estatística pelo Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos - ICMSC/USP - São Carlos, doutor em Teoria do Controle e Estatística pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC/RJ. Atualmente é professor Livre Docente da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Campus de Ilha Solteira. jmlopes@mat.feis.unesp.br

² Licenciando do curso de Matemática da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - Campus de Ilha Solteira. renato_cural@hotmail.com. jessicascavazini@hotmail.com

³ Licencianda do curso de Matemática da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - Campus de Ilha Solteira. jessicascavazini@hotmail.com.



public high school classroom (seniors), in a countryside city of São Paulo State, Brazil. The results of this investigation point out that the use of games associated to problem solving can contribute to the students' learning process and also on their own knowledge development.

Keywords: Teaching descriptive statistics; games; problem solving.

O ESTUDO DA MÉDIA, DA MEDIANA E DA MODA ATRAVÉS DE UM JOGO E DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Introdução

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997), estabelecem que o trabalho com conteúdos de Estatística deve ser iniciado desde o primeiro ciclo do Ensino Fundamental e esses conteúdos aparecem dentro do bloco Tratamento da Informação.

A importância e interesse alcançados pelo Tratamento da Informação nos dias de hoje, tanto nos aspectos voltados para uma cultura básica quanto para a atividade profissional, se deve à abundância de informações e às formas particulares de apresentação dos dados com que se convive cotidianamente (BRASIL, 1998).

A sociedade contemporânea requer do cidadão habilidades que lhe permitam uma leitura ampla da realidade que vive e capacidade de intervenção nas ações sociais. O ensino da Estatística pode contribuir para isso, promovendo o desenvolvimento da capacidade crítica e da autonomia, assim como outros conceitos matemáticos, tradicionalmente trabalhados na escola (LOPES, 2008).

Ainda nessa perspectiva, o trabalho com temas dentro do eixo Tratamento da Informação “facilita a abordagem de conteúdos de interdisciplinaridade (a Matemática com outras áreas do conhecimento), transdisciplinares (a Matemática com ela mesma) e dos temas transversais como: ética, orientação sexual, meio ambiente, pluralidade cultural, trabalho e consumo” (SÃO PAULO, 2008, p. 11).

De fato, porque as raízes da Estatística estão centradas em diferentes áreas do conhecimento e essa percepção nos remete à interdisciplinaridade. Assim, adotar uma abordagem interdisciplinar requer uma revisão da prática docente, pois não bastará ao professor o domínio do conteúdo de sua disciplina; será necessário investigar os assuntos de outras áreas e integrar conceitos, procedimentos e metodologias (LOPES, 2008).

Os PCN (BRASIL, 1998) sugerem algumas formas para o estudo dos processos estatísticos. Uma primeira forma seria explorar as informações que aparecem em jornais e revistas. Deve-se priorizar assuntos que fazem parte do contexto social dos alunos, como questões relacionadas a esportes, política, saúde, alimentação e pesquisas de opinião, entre outras. Outra forma de explorar os conteúdos do Tratamento da Informação é por meio da realização de pesquisas estatísticas que tenham interesse para os alunos, como o desenvolvimento físico, considerando-se as variáveis: peso, altura, e idade entre outras.

Quando do desenvolvimento de um trabalho de pesquisa

[...] os alunos terão oportunidade de construir o conceito de amostra quando se discutir a possibilidade de fazer um recenseamento ou não com toda a população a ser pesquisada. Nesse caso, deverão ser tomadas decisões para indicar os critérios de escolha da amostra. No trabalho de coleta de dados é importante levar o aluno a perceber que, em pesquisas quantitativas, não é adequado agrupar os dados segundo cada valor assumido pela variável. Por isso se faz a distribuição de frequências por faixas ou classes de valores assumidos pela variável. O aluno deverá também concluir que a escolha do número de classes a ser considerada é uma questão de bom senso (BRASIL, 1998, p. 135).

Além de saber ler e interpretar gráficos, espera-se que os alunos sejam capazes de observar alguns aspectos que permitam confiar ou não nos resultados apresentados. O uso inadequado das escalas em gráficos pode favorecer a manipulação dos dados, o que nos leva a erros de julgamento.

Além dos recursos visuais que permitem a apresentação global da informação, a leitura rápida e o destaque dos aspectos relevantes dos resultados de uma pesquisa estatística, é fundamental a utilização e a correta interpretação das medidas de tendência central: média, moda e mediana. É importante saber qual dessas medidas é a mais adequada para a variável considerada.

Com relação a problemas sobre medidas de tendência central, São Paulo (2008, p. 45) ressalta “a importância de valorizar problemas que trabalhem mais com o significado dessas medidas do que com seu cálculo, isoladamente”.

Algumas considerações sobre o ensino de Estatística no Ensino Médio

Para o Ensino Médio, o ensino de Estatística aparece dentro do eixo ou tema estruturador “*Análise de Dados*”. Os conteúdos e habilidades propostos para a unidade temática de Estatística são:

- identificar formas adequadas para descrever e representar dados numéricos e informações de natureza social, econômica, política, científico-tecnológica ou abstrata;
- ler e interpretar dados e informações de caráter estatístico apresentados em diferentes linguagens e representações, na mídia ou em outros textos e meios de comunicação;
- obter médias e avaliar desvios de conjuntos de dados ou informações de diferentes naturezas;
- compreender e emitir juízos sobre informações estatísticas de natureza social, econômica, política ou científica apresentadas em textos, notícias, propagandas, censos, pesquisas e outros meios. (BRASIL, 2002, p. 127).

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio estabelecem que “problemas estatísticos realísticos usualmente começam com uma questão e culminam com uma apresentação de resultados que se apóiam em inferências tomadas em uma população amostral”, e que os alunos devem exercitar a crítica na apresentação de resultados de investigações estatísticas, ou seja, “é também com a aquisição de conhecimento em estatística que os alunos se capacitam para questionar a validade das interpretações de dados e das representações gráficas, ou para questionar as generalizações feitas com base em um único estudo ou em uma pequena amostra” (BRASIL, 2006, p. 78-79)

Um recurso recomendado pelos PCN (BRASIL, 1998) para o ensino de Estatística é a resolução de problemas. Na resolução de situações-problema envolvendo conceitos de Estatística,

[...] os alunos podem dedicar mais tempo à construção de estratégias e se sentirem estimulados a testar suas hipóteses e interpretar resultados de resolução se dispuserem de calculadoras eletrônicas para efetuar os cálculos, geralmente muito trabalhosos. Para isso também há softwares interessantes, como os de planilhas eletrônicas, os que permitem construir diferentes tipos de gráficos (BRASIL, 1998, p. 85).

É essencial à formação de nossos alunos o desenvolvimento de atividades estatísticas que partam sempre de uma problematização, pois assim como os conceitos matemáticos, os estatísticos também devem estar inseridos em situação e vinculado ao cotidiano deles (LOPES, 2008).

As situações-problema raramente são colocadas aos alunos numa perspectiva de meio para a construção de conhecimentos. A organização linear e bastante rígida dos conteúdos, que vem sendo mantida tradicionalmente na organização do ensino de Matemática, é um dos grandes

obstáculos que impedem os professores de mudar sua prática pedagógica numa direção em que se privilegie o recurso à resolução de problemas e a participação ativa do aluno (BRASIL, 1998).

Neste contexto, a situação-problema deve ser o ponto de partida da atividade e não a definição. Assim, na análise dessas situações pode-se utilizar recursos abordados anteriormente e utilizar-se de situações-problema para a construção e aplicação dos conceitos. Em termos metodológicos, relativos ao ensino do conteúdo, conceitos, ideias e métodos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, isto é, de situações em que os alunos precisam desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-los. A situação-problema deve expressar aspectos chaves para o conceito que se quer estudar, o aluno deve ser levado a interpretar o enunciado da questão, estruturar a situação que lhe é apresentada, utilizar o que aprendeu para resolver outros problemas, o que exige transferências, retificações e rupturas. Desse modo, um conceito se constrói articulado com outros conceitos mediante uma série de generalizações. De fato, conforme os PCN,

[...] a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode aprender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas” (BRASIL, 1997, p. 43).

Um outro recurso recomendado pelos PCN (BRASIL, 1997) para o ensino de Matemática é a utilização de jogos para o ensino e aprendizagem de um conteúdo. Para crianças pequenas é recomendado o uso de *Jogos de Exercício*, aqueles em que as ações se repetem, mas que possuem um sentido funcional. Os *Jogos de Grupos* são também importantes nesta fase pelas conquistas: cognitiva, emocional, moral e social que representam para os alunos. Para um estágio mais avançado é recomendado a utilização de *Jogos de Regras*, aqueles em que os jogadores só podem jogar em função da jogada do outro.

De um modo geral,

[...] um aspecto relevante nos jogos é o desafio genuíno que eles provocam no aluno, que gera interesse e prazer. Por isso, é importante que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor analisar e avaliar a potencialidade educativa dos diferentes jogos e o aspecto curricular que se deseja desenvolver” (BRASIL, 1997, p. 48-49).

Entendemos que o jogo também pode e deve ser utilizado para o ensino de Estatística, entretanto, é bastante escassa a disponibilidade de jogos nos materiais pedagógico, para o trabalho com o ensino e a aprendizagem de conceitos de Estatística Descritiva. No material preparado pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2009) encontramos apenas um jogo no caderno do terceiro ano do Ensino Médio. Nesse jogo, os alunos são desafiados a descobrirem o número de elementos de cada cor de uma população de 'bolinhas' de cores diferentes por meio de um processo de amostragem. O objetivo do jogo é fazer com que o aluno perceba a baixa significância da Média Aritmética enquanto medida única de análise e reconhecer a necessidade das medidas de dispersão. No caso desse jogo é utilizado o Desvio Médio como medida de dispersão.

Segundo Borin (2004) os *Jogos de Treinamento* são idealizados para auxiliar na memorização ou fixação de algum conceito a ser estudado, como exemplos: fórmulas ou técnicas ligadas a alguns tópicos do conteúdo. Já nos *Jogos de Estratégia* a meta principal é proporcionar oportunidades para o desenvolvimento do raciocínio lógico do aluno, caracterizam-se por possuírem uma estratégia vencedora e o fator sorte não deve interferir na escolha das jogadas. A meta para esse tipo de jogo é a descoberta de uma estratégia vencedora. Assim, descoberta a estratégia vencedora, o jogo estratégico perde o sentido como jogo, passando a ser considerado um problema resolvido, e pode ou não gerar outros desafios.

O Jogo dos 3Ms

Este jogo, de treinamento, foi elaborado com o propósito específico de trabalhar com os alunos o estudo das principais medidas de tendência central da Estatística Descritiva, a saber: a média, a mediana e a moda. Entendemos que se trata também de um jogo de estratégia, mas não no sentido definido por Borin (2004). Como utilizamos cartas de um baralho então o fator sorte não pode ser totalmente desprezado, mas o jogador deve estabelecer uma estratégia no sentido de procurar obter a melhor pontuação possível em sua jogada. Cada jogada será provavelmente diferente da anterior e o jogo nunca perde o sentido como jogo.

Denominamos nosso jogo de “*O Jogo dos 3Ms*”, por considerar as três principais medidas de tendência central da Estatística Descritiva. Este jogo, com suas regras, foi parcialmente apresentado em Lopes et al (2011a, 2011b). Agora, no presente artigo consideramos os resultados de sua efetiva aplicação em uma sala de aula do Ensino Médio.

Para a realização do Jogo dos 3Ms, utilizamos:

1 – Material



O jogo utiliza 36 cartas de um baralho comum numeradas de 2 a 10, com quatro cartas de cada número e uma folha de papel para anotações das jogadas. Para este jogo utilizamos apenas o número da carta e não o naipe.

2 – Objetivo

Obter o maior número de pontos. As pontuações serão obtidas em função dos maiores valores de uma das medidas de posição, dentre a média, a mediana ou a moda. Em cada rodada um dos jogadores escolhe qual dessas medidas de posição será utilizada.

3 – Regras

3.1 - pode ser jogado por dois, três ou quatro jogadores. Cada partida consiste de três rodadas. Para cada rodada serão distribuídas no sentido anti-horário cinco cartas para cada jogador. A partir dessas cartas cada jogador irá calcular a média, a mediana e a moda referente aos números das cinco cartas. Os valores da média, da mediana e da moda correspondem às pontuações do jogador naquela rodada;

3.2 - a rodada se inicia com o primeiro jogador que recebeu as cartas. Em cada rodada o jogador tem a opção de comprar até duas cartas, uma de cada vez, do maço ou dentre aquelas já descartadas sobre a mesa, porém terá que descartar uma carta para cada carta comprada;

3.3 - depois de realizada a operação de compra e descarte de cartas, cada jogador retira uma carta do maço, aquele que retirou a maior carta escolhe a medida de posição para a pontuação daquela rodada. Caso ocorram empates a operação é repetida dentre aqueles que empataram até que se defina quem vai escolher a medida de posição;

3.4 - para finalizar a rodada, todos expõem as cinco cartas sobre a mesa com os valores já calculados e anotados em uma folha de papel para as três medidas de posição: média, mediana e moda. Quando as cinco cartas são diferentes, então a moda não existe; ou seja; o conjunto é *amodal*, e neste caso, a pontuação do jogador para a medida moda será convencionalmente como sendo igual à zero nesta rodada. Será desclassificado da rodada o jogador que calculou de maneira incorreta o valor de alguma das medidas de posição;

3.5 - após a realização de cada rodada os jogadores serão classificados em primeiro, segundo, terceiro e quarto lugar, dependendo da pontuação obtida. O jogador que obteve o maior valor para a medida de posição é classificado em

primeiro lugar e recebe três pontos, o segundo colocado recebe dois pontos, o terceiro colocado recebe um ponto e o último colocado não recebe pontuação naquela rodada. Caso ocorram empates, cada jogador receberá a pontuação correspondente à sua classificação. Após a realização da terceira rodada, os pontos obtidos em cada rodada serão somados, e vence o jogo aquele jogador que obteve o maior valor.

Para uma melhor compreensão, apresentamos a seguir uma simulação de partida do Jogo dos 3Ms entre dois jogadores.

(i) *distribuição de cartas e cálculo das medidas de posição*

Cada jogador recebe cinco cartas das quais deve calcular a média, a mediana e a moda dos números das cartas em mãos (Figura 1).

Figura 1 - Cálculo da média, mediana e moda



Fonte: Produção dos próprios autores

(ii) *comprando cartas*

Cada jogador tem a opção de comprar uma ou duas cartas do maço ou da mesa, porém, para cada carta que ele comprar deverá também descartar uma carta (Figura 2).

Figura 2 - Comprando cartas

Jogador 1

Média: 7
Mediana: 8
Moda: 9

Compra apenas uma carta

Logo ele descartara uma carta

Fazendo esta jogada, o jogador 1 aumentou sua média de 7,0 para 7,8.
Jogador 1 – após comprar cartas

Média: 7,8.
Mediana: 8
Moda: 9

Jogador 2

Média: 7
Mediana: 7
Moda: Não existe

Compra duas cartas.

Logo ele descartara duas

Fazendo esta jogada, o jogador 2 aumentou sua média de 7,0 para 8,0 e sua mediana de 7,0 para 8,0.
Jogador 2 – após comprar cartas

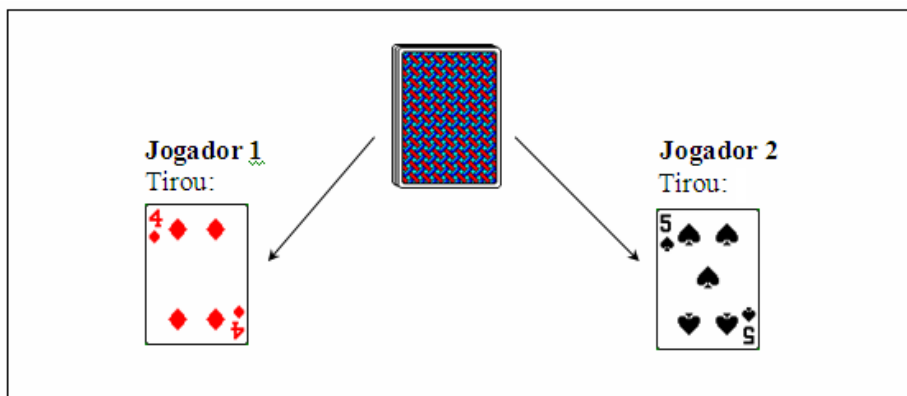
Média: 8
Mediana: 8
Moda: Não existe

Fonte: Produção dos próprios autores

(iii) escolha da medida de posição

Cada jogador tira uma carta do maço (Figura 3), quem tirar a maior carta irá escolher a medida de posição que será utilizada naquela rodada.

Figura 3 - Definição da escolha da medida de posição



Fonte: Produção dos próprios autores

(iv) finalização da rodada

Como o Jogador 2 obteve a maior carta é ele que vai escolher com qual medida de posição será realizada a disputa dentre as medidas de tendência central: média, mediana ou moda.

Caso o Jogador 2 escolha média, ele vencerá o Jogador 1 nesta rodada, pois o valor de sua média é 8 e a de seu oponente é 7,8. Se o Jogador 2 escolher mediana, ele empata com o Jogador 1 e ambos recebem neste caso três pontos. Por razões óbvias, o Jogador 2 não deve escolher a medida de posição moda, nesta rodada.

Metodologia

Os sujeitos desta pesquisa foram 30 alunos do terceiro ano (3º A - matutino) do Ensino Médio de uma escola estadual de uma cidade do noroeste paulista.

Para analisar a adequação e a viabilidade desta proposta de ensino, elaboramos um questionário com dez questões de múltipla escolha. Nas duas primeiras questões estávamos interessados no sentimento dos alunos sobre a Matemática e seu estudo. Neste nível de escolaridade os conteúdos de Estatística Descritiva são considerados como sendo um capítulo

da disciplina Matemática. As outras oito questões envolveram conceitos matemáticos presentes nas medidas: média, mediana e moda, procurando sempre, além do cálculo dessas medidas, comparar e comprovar a eficácia de cada uma delas (Anexo 1 - Questionário).

Todo o trabalho em sala de aula foi desenvolvido pela professora responsável pela turma. Trata-se de uma professora efetiva da rede estadual de ensino, com mais de vinte anos de experiência de docência no Ensino Médio. Essa professora já havia trabalhado com jogos e resolução de problemas para o ensino de conteúdos matemáticos. Realizamos alguns encontros com a professora para discutir e preparar o material que seria utilizado na sala de aula.

Inicialmente, os conteúdos de Estatística Descritiva foram trabalhados pela professora da maneira tradicional, utilizando-se o chamado “*caderninho*” – material elaborado pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2009).

Antes do trabalho com o Jogo dos 3Ms, a professora aplicou o questionário que havíamos preparado (pré-teste). Foi explicado aos alunos que se tratava de um projeto de pesquisa e seria importante que respondessem com atenção.

Posteriormente, ocorreu o trabalho com o jogo e com as situações-problema. Elaboramos 11 problemas (Anexo 2) envolvendo situações de jogo. A professora utilizou em torno de dez horas-aula para o desenvolvimento dessa proposta de ensino.

Durante as aulas foi solicitado que os alunos relatassem suas impressões sobre o trabalho com o jogo para o estudo de conceitos da Estatística Descritiva. Após o término da aplicação da proposta a professora reaplicou o mesmo questionário (pós-teste).

Aplicação da proposta em sala de aula

No primeiro semestre de 2011, antes da aplicação de nossa proposta em sala de aula, realizamos vários encontros com as três professoras de nossa escola parceira, para discutir e preparar adequadamente o material a ser utilizado. Embora, sempre participando dos encontros, duas dessas professoras não aplicaram a proposta por não estarem ministrando aulas no terceiro ano do Ensino Médio naquele momento. A proposta foi efetivamente aplicada por uma única professora, no quarto bimestre de 2011, para uma sala do terceiro ano do Ensino Médio.

Para o trabalho com o jogo, a professora o apresentou na forma escrita e fez uma breve exposição sobre suas regras. Também simulou

algumas situações de jogo calculando a média, a mediana e a moda para algumas disposições das cinco cartas.

Em seguida, formou os grupos e solicitou aos alunos que jogassem algumas partidas sem a preocupação de disputa; ou seja; sem a anotação de pontos. Esta primeira ação é para que eles compreendam e dominem as regras do Jogo dos 3Ms. Depois de compreendidas as regras do jogo, a professora solicitou que jogassem três partidas anotando as pontuações correspondentes em uma tabela. Essa tabela pode ser elaborada pelos próprios alunos ou pelo professor. Se a tabela for elaborada pelos próprios alunos isso já pode ser considerado um princípio de sistematização dos conceitos a serem estudados. Os resultados registrados de cada jogada irão facilitar no processo de resolução dos problemas propostos.

Após a realização das partidas, a professora trabalhou com as 11 situações-problema que havíamos preparado e discutido anteriormente (Anexo 2).

Análise dos dados

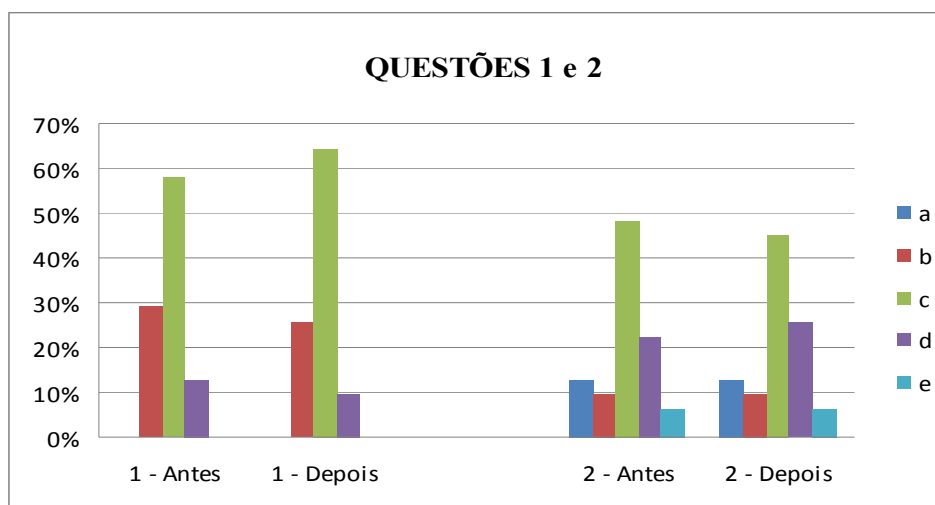
Apresentamos inicialmente uma análise quantitativa da aplicação de nossa proposta em sala de aula. Utilizamos para essa análise 30 alunos do terceiro ano do Ensino Médio que responderam o pré-teste e o pós-teste.

O Gráfico 1 apresenta em porcentagens as respostas referentes as questões 1 e 2 do questionário. Para a questão 1, nenhum aluno respondeu que considera o estudo de Matemática muito fácil, tanto no pré-teste como no pós-teste, a maioria dos alunos respondeu que considera o estudo de Matemática difícil, 58,06% no pré-teste e 64,52% no pós-teste.

Para a questão 2, a alternativa “gosto de Matemática, mas sinto dificuldades em entender seus conceitos”, foi a que recebeu o maior número de resposta, sendo 48,39% no pré-teste e 45,16% no pós-teste.

Da análise das respostas dos alunos para estas duas primeiras questões (Gráfico 1) inferimos que não ocorreram mudanças significativas do pré-teste para o pós-teste. Ainda, das respostas apresentadas acreditamos que o estudo de Matemática é considerado difícil pela maioria dos alunos. Não é nosso objetivo e nem temos a pretensão de discutir as causas dessas dificuldades no estudo da Matemática. Entretanto, acreditamos que a natureza desta ciência e, também a forma de considerar o seu ensino, desde as séries iniciais, podem resultar neste quadro.

Gráfico 1 - Porcentagens da respostas para as questões 1 e 2 (antes - pré-teste, depois - pós-teste)



Fonte: Respostas dos alunos

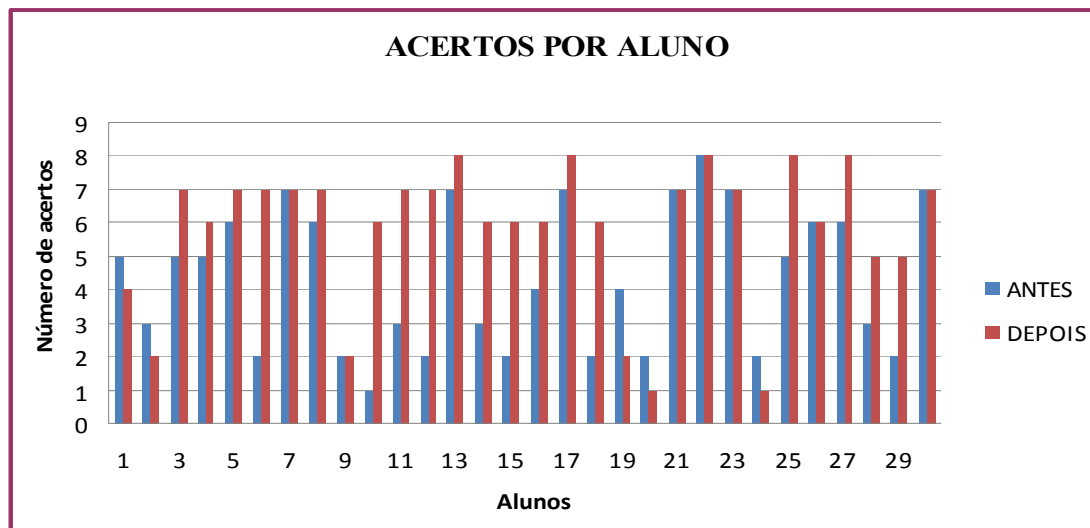
O Gráfico 2 apresenta o número de acertos para cada aluno, para as questões de número três a dez do questionário. Dos 30 alunos, 18 melhoraram, 5 pioraram e 7 mantiveram seu desempenho no pré-teste e no pós-teste. O melhor desempenho foi obtido pelo aluno de número 22 que acertou as oito questões tanto no pré-teste como no pós-teste. O pior desempenho foi obtido pelos alunos de número 20 e 24, ambos acertaram duas questões no pré-teste e apenas uma no pós-teste. No pós-teste cinco alunos acertaram 100% das questões.

O Gráfico 3 apresenta as porcentagens de acertos por questão. Para todas as questões o índice de acertos foi maior no pós-teste. Como já era esperado, a questão de número dez foi a que apresentou o menor número de acertos, sendo 22,58% e 25,81% no pré-teste e no pós-teste, respectivamente; nessa questão o aluno deveria saber interpretar os aspectos matemáticos envolvidos na média, na mediana e na moda. Mais importante do que saber calcular as medidas de posição é saber

[...] compreender e avaliar de forma crítica as principais características dessas medidas, tendo como objetivo a escolha criteriosa da mais conveniente para representar determinada situação ou resolver determinada situação-problema. (SÃO PAULO, 2008, p. 40).

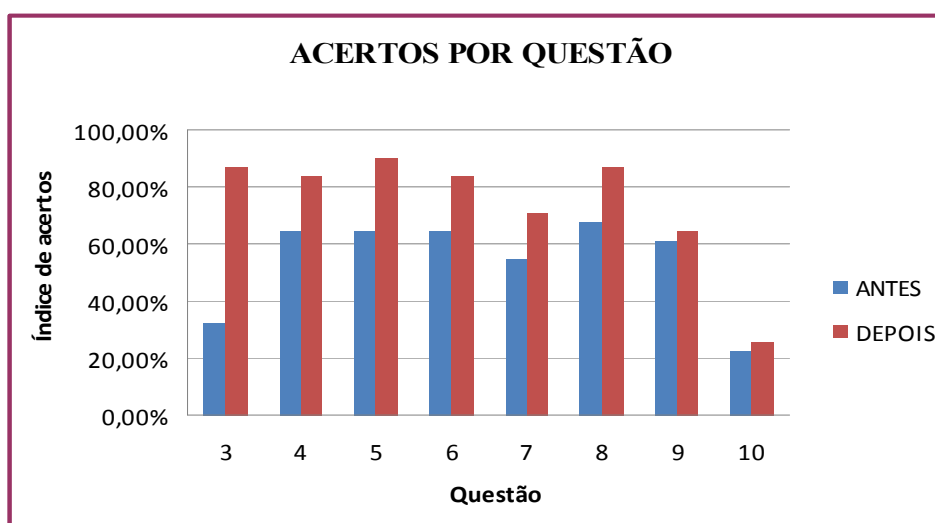
As questões de número três, quatro, cinco, seis e oito tiveram mais de 80% de acertos no pós-teste. A questão de número oito foi a que obteve o maior índice de acertos no pré-teste (67,74%) e no pós-teste a questão de número três foi a que obteve o maior índice de acertos (90,32%). O índice médio de acertos por questão foi de 54,03% e 74,19%, respectivamente, no pré-teste e no pós-teste.

Gráfico 2 - Número de acertos no pré-teste e no pós-teste para as questões de número 3 a 10



Fonte: Respostas dos alunos

Gráfico 3 - Porcentagens de acertos por questão



Fonte: Respostas dos alunos

Considerando a variável número de acertos no pré-teste e no pós-teste para cada um dos 30 alunos, realizamos o teste *t* de *Student* para dados emparelhados para comparar o antes e o depois do trabalho com o jogo e com as situações-problema, para a diferença de médias $\mu_1 - \mu_2 = \mu_d$.

Testamos a hipótese nula $H_0 : \mu_d = 0$ contra a hipótese alternativa $H_1 : \mu_d < 0$, onde $d_i = x_i - y_i$ sendo x_i e y_i o número de acertos do aluno i ($i = 1, \dots, 30$).

2, 3, ... , 30), respectivamente, no pré-teste e no pós-teste. Como o valor tabelado $t_{29,1\%} = 2,46$ e obtivemos $t_{\text{calculado}} = -3,89$, rejeitamos H_0 ao nível de 1% de significância. Assim, concluímos, nesse nível, que o uso da proposta didático-pedagógica contribuiu para o aumento no número de acertos das questões.

Consideramos agora uma análise qualitativa da aplicação desta proposta de ensino mediante recortes dos registros escritos pelos alunos. Os alunos serão identificados por A1, A2, ... , A30. O aluno A1 é aquele que aparece na primeira coluna do Gráfico 2, esse aluno acertou cinco questões no pré-teste e quatro no pós-teste.

Geralmente, os alunos gostam de participar de atividades que envolvam jogos. Dessa vez não foi diferente. A maioria dos alunos gostou do jogo e alguns destacaram a simplicidade de suas regras. O aluno A5 destacou: *“este jogo é fácil de jogar e divertido”*. O aluno A7 mencionou: *“O jogo é de fácil compreensão, além de auxiliar os alunos a trabalhar com as medidas: moda, média e mediana”*. Disse o aluno A17: *“Gostei muito de participar deste jogo, pois assim consegui ampliar meus conhecimentos em relação às medidas”*. Outras declarações foram: *“Achei super interessante esse jogo,[...] é gostoso você fazer alguma coisa diferente na aula, principalmente quando for um jogo”*, *“o jogo por ter regras claras e por ser de fácil compreensão complementa toda a parte da teoria”*, *“eu achei o jogo interessante, [...] quando estamos jogando ao mesmo tempo estamos nos divertindo e aprendendo”* e *“achei esse jogo muito legal”*.

Para Borin (2004) um dos fatores positivos do trabalho com jogos por meio da resolução de problemas em sala de aula é o desenvolvimento do raciocínio dos alunos. Para o aluno A10: *“Além de contar com a sorte o interessante do jogo é contar com a inteligência e o raciocínio”*. O aluno A13 destacou que: *“neste jogo é preciso de muita atenção, raciocínio rápido e isso faz com que o jogador passe a ter mais eficiência nos resultados”*. Para o aluno A14 este trabalho: *“ajudou também no raciocínio lógico no modo de pensar sem fazer contas na hora do jogo”*. Já o aluno A15 destacou que: *“com as questões feitas em sala de aula consegui interpretar melhor ainda o jogo”* e para o aluno A18: *“ele (o jogo) faz você raciocinar mais rápido”*.

Macedo, Petty e Passos (2000, p. 27) defendem “a ideia de que jogar favorece e enriquece o processo de aprendizagem, na medida em que o sujeito é levado a refletir, fazer previsões e inter-relacionar objetos e eventos”. A utilização do Jogo dos 3Ms além de ser divertida contribuiu com o aprendizado das medidas de posição conforme relato de alguns alunos. O aluno A4 escreveu: *“Achei o jogo muito interessante e divertido de se jogar, pois não é apenas uma brincadeira, mas algo que nos faz aprender mais”*. Para o aluno A11: *“O jogo é uma maneira rápida e prática para o aprendizado da matéria vista até o momento”*. O aluno A16 escreveu: *“Com o Jogo dos 3Ms os alunos tiveram mais facilidade de aprender, utilizando o baralho foi uma forma divertida e rápida de aprendizagem”*. O aluno A10 destacou, também, a



importância dos problemas: *“Os problemas dados foram bons, pois serviu para facilitar o jogo, e consegui entender direito. Achei esse jogo muito legal, pois essa é uma maneira divertida para aprender a Matemática”*.

Para Macedo, Petty e Passos (2000, p. 23) “jogar favorece a aquisição de conhecimento, pois o sujeito aprende sobre si próprio, sobre o próprio jogo, sobre as relações sociais relativas ao jogar e também sobre conteúdos”. Um dos alunos destacou a importância da utilização de jogos nas aulas de Matemática como forma de propiciar aos alunos a construção de seus próprios conhecimentos.

A utilização de jogos matemáticos na aplicação do conteúdo faz com que o aluno desenvolva suas habilidades e competências de modo dinâmico, fazendo com que os conteúdos sejam facilmente aprendidos devido a maneira simples e diversa que ele foi aplicado. Trazer jogos para a sala de aula torna o conteúdo menos cansativo saindo dos padrões massificados utilizados no ensino de Matemática, onde o aluno não tem a oportunidade de construir seu conhecimento (Aluno A21).

Finalizamos esta seção com os depoimentos de dois alunos. O aluno A16 relatou: *“Eu não sabia calcular a média, a mediana e a moda antes do jogo, mas agora aprendi e até ganhei o jogo, foi muito legal”* e para o aluno A15: *“com o jogo conclui que a Matemática não é tão difícil como eu achava que era”*.

Considerações finais

Apresentamos neste trabalho uma proposta didático-pedagógica com o objetivo de fortalecer e/ou reconstruir o conhecimento dos alunos sobre o estudo das principais medidas de tendência central da Estatística Descritiva. Nossa proposta pode também contribuir com a prática de professores que ensinam esses conteúdos no Ensino Médio.

De nossa experiência, com a utilização de jogos em sala de aula, temos observado que a maioria dos alunos gosta de usar um jogo durante as aulas de matemática. Entretanto, quando se passa para a resolução dos problemas a motivação dos alunos já não é a mesma.

Como todas as situações-problema formuladas (Anexo 2) envolvem situações de jogo, isto pode motivar os alunos na busca das resoluções desses problemas. As resoluções dessas situações-problema têm por objetivo contribuir para a compreensão e apreensão dos conceitos matemáticos presentes na média, na mediana e na moda.



Segundo Macedo, Petty e Passos (2000, p. 18),

[...] pode-se trabalhar com uma ampla variedade de jogos, desde que não sejam utilizados somente como fins em si mesmos, mas transformados em material de estudo e ensino (na perspectiva do profissional), bem como em aprendizagem e produção de conhecimento (na perspectiva do aluno).

Não temos dúvidas sobre o papel fundamental que a Estatística, juntamente com a Probabilidade, exercem na formação plena do cidadão em função das inúmeras situações envolvendo fenômenos aleatórios que permeiam nosso cotidiano. A utilização de um jogo em nossa proposta pedagógica teve como objetivo, em especial, tornar as aulas mais atraentes e motivadoras para os alunos. Entretanto, outras situações “*reais*” podem ser exploradas por meio da resolução de problemas nas aulas de Estatística, como exemplos: características genéticas dos alunos, número de filhos por famílias, escolaridade dos pais, censo populacional, índice de preços ao consumidor, campanhas políticas, questões relacionadas à meteorologia, loterias, etc.

Na metodologia de ensino aprendizagem mediante resolução de problemas, os alunos tornam-se ativos na construção de seus próprios conhecimentos. O que buscamos é o desenvolvimento do raciocínio dedutivo do aluno e não a memorização de fórmulas. A memorização pode ser temporária, mas o desenvolvimento do raciocínio e a apreensão do conhecimento são para toda a vida.

Referências

BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas**: uma estratégia para as aulas de matemática. 5. ed. São Paulo: IME-USP, 2004. 100 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática: ensino de primeira a quarta série. Brasília: MEC, 1997. 142 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática: ensino de quinta a oitava séries. Brasília: MEC, 1998. 148 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+**: ensino médio. Brasília: MEC, 2002. 144 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o ensino médio**. Brasília: MEC, v. 2, 2006. 135 p.



LOPES, Celi Espasandin. **O ensino de probabilidade e estatística na escola básica nas dimensões do currículo e da prática pedagógica**. Disponível em: www.iberomat.uji.es/carpeta/posters/148_celi_espasandin_lopes.doc. Acesso em: 11 jun. 2008.

LOPES, José Marcos; CORRAL, Renato Sagiorato; RESENDE, Jéssica Scavazini. O ensino dos conceitos de média, mediana e moda através de um jogo de cartas. In: PROFMAT2011 – Encontro Anual de Professores de Matemática, 2011, Lisboa. **Anais...** Lisboa: APM, 2011a. Disponível em: <http://www.apm.pt/files/SC31_4e71e4f71e6f7.pdf>. Acesso em: 11 jul. 2012.

LOPES, José Marcos; CORRAL, Renato Sagiorato; RESENDE, Jéssica Scavazini. Um jogo de treinamento para o estudo dos conceitos de média, mediana e moda. In: Congresso Estadual Paulista sobre formação de educadores, 11, 2011, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: PROGRAD/UNESP, 2011b. (Publicado em CD-ROM).

MACEDO, L.; PETTY, A. L. S.; PASSOS, N. C. **Aprender com jogos e situações-problema**. Porto Alegre: Artmed, 2000. 116 p.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria de Educação. **Caderno do professor: matemática**. São Paulo: SEE. v. 4. (Ensino Fundamental - 5ª série), 2008.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria de Educação. **Caderno do professor: matemática**. São Paulo: SEE. v. 4. 2009. (Ensino Médio - 3ª série), 2009.

Enviado em: 16/07/2012

Aceito em: 21/08/2012

Anexo 1 - Questionário

Este questionário faz parte da pesquisa “Conceitos de Estatística Descritiva por meio do uso de Jogos e da Resolução de Problemas para o Ensino Médio”, e deve ser respondido pelos alunos da terceira série do Ensino Médio. Solicitamos o seu empenho na leitura e resposta cuidadosa das questões propostas. Obrigado pela colaboração!

NOME: _____ **Idade :** ____ **Turma:** ____ **Data:** _____



1 – Considero o estudo de Matemática:
() muito fácil; () fácil; () difícil; () muito difícil.

2 – Em qual das alternativas abaixo você se sente mais identificado(a):
() gosto de Matemática;
() gosto de Matemática e tenho facilidade em entender seus conceitos;
() gosto de Matemática, mas sinto dificuldades em entender seus conceitos;
() não gosto de Matemática;
() detesto Matemática.

As questões a seguir referem-se aos conteúdos de Estatística Descritiva que vocês acabaram de estudar. Para suas anotações utilize os espaços entre as questões. Se necessário use também o verso da folha indicando o número da questão.

3 – Considerando-se as três medidas de posição: média, mediana e moda é correto afirmar que:
(a) a média é sempre maior do que a mediana.
(b) a média é sempre maior do que a moda.
(c) a moda é sempre diferente da mediana.
(d) as três medidas de posição: média, mediana e moda podem ser iguais.
(e) não sei.

Os dados a seguir referem-se às idades em anos de sete alunos da quinta série da Escola Cantinho do Céu: 11, 10, 12, 11, 11, 12 e 17. Usando estes dados responda as questões 4, 5, 6 e 7.

4 – A idade média dos alunos da quinta série da Escola Cantinho do Céu é:
(a) 10 (b) 11 (c) 12 (d) 13 (e) não sei

5 – A mediana das idades dos alunos da quinta série da Escola Cantinho do Céu é:
(a) 10 (b) 11 (c) 12 (d) 13 (e) não sei

6 – A moda das idades dos alunos da quinta série da Escola Cantinho do Céu é:
(a) 10 (b) 11 (c) 12 (d) 13 (e) não sei

7 – Daqui a três anos a idade média dos sete alunos da quinta série da Escola Cantinho do Céu será:
(a) 13 (b) 14 (c) 15 (d) 16 (e) não sei

A fábrica de biscoitos *DD – Doce Delícia* possui 8 funcionários cujos salários são: R\$ 500,00; R\$ 500,00; R\$ 560,00; R\$ 600,00; R\$ 620,00; R\$ 620,00; R\$ 700,00 e R\$ 4.700,00.

8 – Considerando-se os salários dos funcionários da fábrica DD é correto afirmar que:
(a) a moda é igual a R\$ 4.700,00. (b) a moda é igual a R\$ 550,00.
(c) temos duas modas: uma igual a R\$ 500,00 e outra igual a R\$ 620,00.
(d) a moda é maior do que a média. (e) não sei.

9 – Considerando-se os salários dos funcionários da fábrica DD é correto afirmar que:
(a) a mediana é maior do que a média. (b) a mediana é menor do que a média.
(c) a mediana é igual a média. (d) a mediana é igual a moda.
(e) não sei.

10 – Considerando-se os salários dos funcionários da fábrica DD é correto afirmar que:
(a) o valor da média é um indicador representativo da tendência dos salários dos funcionários.



- (b) o valor da média é pouco afetado pelo valor extremo R\$ 4.700,00.
- (c) o valor da mediana não é um bom representante para o conjunto de todos os salários.
- (d) o valor da moda é um indicador representativo da tendência dos salários dos funcionários.
- (e) não sei.

ANEXO 2 – Situações-problema

Apresentamos neste anexo as situações-problema utilizadas em sala de aula.

Problema 1. No Jogo dos 3Ms poderão ocorrer valores iguais para a média e a mediana? Justificar sua resposta.

Problema 2. No Jogo dos 3Ms poderão ocorrer valores iguais para a mediana e a moda? Justificar sua resposta.

Problema 3. No Jogo dos 3Ms poderão ocorrer valores iguais para as três medidas de posição? Justificar sua resposta.

Problema 4. No Jogo dos 3Ms qual o maior valor possível para a média? Justificar sua resposta.

Problema 5. No Jogo dos 3Ms qual o maior valor possível para a mediana? Justificar sua resposta.

Problema 6. No Jogo dos 3Ms qual o maior valor possível para a moda? Justificar sua resposta.

Problema 7. No Jogo dos 3Ms a mediana será sempre maior do que média? Justificar sua resposta.

Problema 8. Em quais casos do Jogo dos 3Ms o jogador poderá obter a média igual a 9,8? Justificar sua resposta.

Nos problemas a seguir trabalhamos de maneira conjunta os conceitos de média, mediana e moda associados a conceitos intuitivos de Análise Combinatória. Segundo os PCN os conceitos de Análise Combinatória devem também ser considerados desde os primeiros anos do Ensino Fundamental. No Jogo dos 3Ms utilizamos apenas o número da carta, não consideramos o naipe. É evidente que a carta 10 de copas é diferente da carta 10 de espadas. Entretanto, para esse jogo não faremos essa distinção, e ambas valem 10.

Problema 9. Em quais casos do Jogo dos 3Ms o Jogador poderá obter a média igual a 9,6? Justificar sua resposta.

Problema 10. Em quais casos do Jogo dos 3Ms o Jogador poderá obter a mediana igual a 10? Justificar sua resposta.

Comentários e sugestões

O Jogador obtém $Md = 10$ nos dois seguintes casos:

(a) obtém 10 10 10 10 , ou seja, quatro cartas iguais a 10. A quinta carta pode ser qualquer uma dentre as cartas restantes;

(b) obtém 10 10 10 , ou seja, três cartas iguais a 10. As outras duas cartas podem ser quaisquer entre as cartas restantes, mas diferente da carta 10. Caso uma dessas duas cartas seja o 10 recaímos no caso (a).



Problema 11. Em quais casos do Jogo dos 3Ms o Jogador poderá obter a moda igual a 10? Justificar sua resposta.

Comentários e sugestões

O Jogador obtém $Mo = 10$ nos seguintes casos:

(a) obtém 10 10 10 10 , ou seja, quatro cartas iguais a 10. A quinta carta pode ser qualquer uma dentre as cartas restantes;

(b) obtém 10 10 10 , ou seja, três cartas iguais a 10. As outras duas cartas podem ser quaisquer entre as cartas restantes, mas diferente da carta 10. Caso uma dessas duas cartas seja o 10 recaímos no caso (a).

(c) obtém 10 10 , ou seja, duas cartas iguais a 10. Para as outras três cartas dois subcasos devem ser considerados:

(c.1) as três cartas devem ser diferentes entre si e também diferentes da carta 10;

(c.2) duas cartas iguais e uma diferente, as três cartas devem ser diferentes da carta 10.

Observar que no caso (c), do *problema 11*, para as três cartas restantes, se uma delas for igual a 10 recaímos no caso (b) e se duas delas forem iguais a 10 recaímos no caso (a).