



RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Mauro Carlos Romanatto¹

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, UNESP.

Resumo

Este texto procura mostrar que a metodologia através da resolução de problemas pode ser trabalhada sem grandes rupturas no trabalho docente dos professores que ensinam Matemática. Entretanto, para que isso aconteça, os professores devem, em um primeiro momento, analisar e discutir suas concepções e seus conhecimentos sobre educação, conhecimento matemático, ensino, aprendizagem, avaliação, entre outros elementos presentes no trabalho docente para verificar se são consistentes diante dessa perspectiva de ensinar e de aprender Matemática. Assim, com concepções e conhecimentos coerentes com a metodologia da resolução de problemas, os professores podem enfrentar com sucesso as situações inesperadas e não pensadas que, muitas vezes, ocorrem quando utilizam a resolução de problemas não só como uma metodologia, mas também como uma filosofia de ensino. A experiência do professor como resolvidor de problemas e a reflexão, com especialistas, sobre os resultados de uma aula de Matemática focada na resolução de problemas são condições essenciais para potencializar esse caminho metodológico bastante promissor para a educação matemática. Um problema explorando uma propriedade das frações exemplifica um possível trabalho docente com essa metodologia na busca de tornar o aprendizado matemático significativo para os estudantes.

Palavras-chave: Educação matemática; Resolução de problemas; Trabalho docente.

PROBLEM SOLVING IN MATHEMATICS CLASSES

Abstract

This text is intended to show that problem solving methodology can be worked with no big ruptures in Mathematics teaching. However, this is possible only if teachers,

¹ Licenciatura em Física pela Universidade Federal de São Carlos (1974), especialização em Metodologia do Ensino na Área de Ciências pela Associação de Escolas Reunidas (1975), mestrado em Educação pela Universidade Federal de São Carlos (1987) e doutorado em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (1997). Atualmente é Professor Assistente Doutor da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, campus de Araraquara. mauro@fclar.unesp.br



in a first moment, analyze and discuss their conceptions and knowledge about education, mathematical knowledge, teaching and learning, evaluation, among other elements in teaching work, to verify if they are consistent in this perspective of teaching and learning Mathematics. So, with conceptions and knowledge that match problem solving methodology, teachers can successfully face unexpected and unpredictable situations that, many times, happen when problem solving is seen not only as a methodology but also as a teaching philosophy. The teacher's experience as a problem solver and consideration, with experts, about results in a Mathematics class based on problem solving are essential conditions to support that way of teaching, which is very promising to Mathematics education. A problem that explores fractions properties shows a possible teaching work on that methodology that intends to make mathematical learning more meaningful for students.

Keywords: Mathematics education; Problem solving; Teaching.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

“Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolve por seus próprios meios, experimentará a tensão e vivenciará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade suscetível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter”.

(George Polya, 1978)

Introdução

Este texto procura apresentar a metodologia de ensino através da resolução de problemas como um caminho promissor para trabalhos diferenciados nas aulas de Matemática. Nessa perspectiva, o texto pretende discutir aspectos essenciais dessa metodologia, chamando a atenção dos professores para a necessidade de mudanças teóricas e práticas. Um exemplo envolvendo um conteúdo matemático também é analisado e discutido.

Inicialmente devemos caracterizar o que entendemos por problema. Entre diversas afirmações ou definições, destacamos algumas delas no âmbito da educação matemática.



Para Polya (1978), ter um problema significa buscar conscientemente por alguma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível.

Thompson (1989) afirma que um problema inclui quebra-cabeças, labirintos e atividades envolvendo ilusões com imagens e considera que problemas devem possibilitar uma variedade de abordagens para a sua solução, não devem depender só de elementos conhecidos, mas conduzir à busca e descoberta de novas ideias e, em geral, envolvem desafios, diversões e também frustrações.

Onuchic (1999) e Onuchic e Allevato (2004) apontam que um problema é algo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em fazer.

Van de Walle (2009) diz que um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não têm regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta.

Em termos filosóficos, Saviani (2000) afirma que problema é uma questão cuja resposta desconhecemos e necessitamos conhecer. Para esse autor, o conceito de problema implica tanto a conscientização de uma situação de necessidade (aspecto subjetivo), como uma situação conscientizadora da necessidade (aspecto objetivo).

Concordamos com os autores citados nos aspectos que envolvem o desconhecimento da resposta e a vontade de encontrá-la. Esses aspectos são decisivos para o trabalho docente com a metodologia da resolução de problemas nas aulas de Matemática. Então, um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la.

Quanto à expressão *resolução de problemas* também é importante a sua caracterização na perspectiva do processo de ensinar e de aprender Matemática.

Em um breve histórico temos que, desde a obra *Os Elementos* de Euclides, no século III a.C., o ensino de Matemática foi fortemente influenciado pela sequência: definições, axiomas, postulados, teoremas, exercícios e problemas. Assim sendo, a exposição (em livros) do conhecimento geométrico da época, feita por Euclides, acabou sendo tomada como um modelo para o ensino da Matemática.

Entretanto, sabemos que a criação matemática e, principalmente, a sua aprendizagem seguem caminhos bem diferentes da sequência (lógica) em que os livros foram organizados. Na aprendizagem matemática, os caminhos iniciais do aprendizado são de natureza psicológica.

É muito recente na educação matemática o recurso à resolução de problemas como estratégia metodológica no trabalho docente.



George Polya, educador matemático húngaro, em seu livro *A arte de resolver problemas*, foi o primeiro grande incentivador. Isso aconteceu ainda na primeira metade do século passado. Sua proposta era tornar os estudantes de Matemática bons resolvedores de problemas. Houve avanços e recuos em relação a essa metodologia, mas a sua essência sempre foi mantida, ou seja, ensinar o estudante a resolver problema é o grande objetivo do ensino da Matemática.

Nas décadas de 1960 e 1970, o ensino de Matemática no Brasil e em outros países foi influenciado pelo movimento conhecido como Matemática Moderna. Esse movimento não teve o sucesso esperado e assim continuou a busca por uma educação matemática de modo a preparar os estudantes para um mundo que exigia cada vez mais conhecimentos matemáticos.

A partir de década de 1990, um novo entendimento da resolução de problemas passou a ser divulgado na literatura sobre educação matemática, bem como em documentos e propostas oficiais. A proposta sugerida aos professores de Matemática tem característica própria, pois os problemas são tomados como desafios que possibilitam aos estudantes elaborar ou adquirir ideias e aspectos da Matemática. Essa perspectiva metodológica da resolução de problemas permite ao estudante a alegria de vencer obstáculos criados por sua curiosidade, vivenciando o “fazer matemática”.

Nesse sentido, o problema é o ponto de partida da atividade matemática, e não a definição. No processo de ensinar e de aprender ideias, propriedades e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os estudantes precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las.

Se a sequência “definições, propriedades, exercícios e problemas” era habitual do ensino da Matemática e com o agravante dos exercícios e dos problemas terem ênfase nos aspectos envolvendo regras, fórmulas e algoritmos, a proposta metodológica da resolução de problemas faz uma inversão significativa, qual seja, “problemas, definições, propriedades, exercícios e novos problemas”. Propomos o problema como o centro ou o início do processo de ensinar e de aprender Matemática e isso pode ser decisivo para essa disciplina adquirir um sentido para os estudantes.

A resolução de problemas como metodologia de ensino

Nessa perspectiva, a resolução de problemas significa envolver-se em uma tarefa ou atividade cujo método de solução não é conhecido imediatamente. Para encontrar uma solução, os estudantes devem aplicar seus conhecimentos matemáticos. Solucionar problemas não é apenas buscar aprender Matemática e, sim, fazê-la. Os estudantes deveriam ter oportunidades frequentes para formular, tentar e solucionar problemas desafiadores que requerem uma quantidade significativa de esforço e deveriam, então, ser encorajados a refletir sobre seus conhecimentos. Assim, solucionar problemas não significa apenas



resolvê-los, mas aplicar sobre eles uma reflexão que estimule seu modo de pensar, sua curiosidade e seus conhecimentos.

A resolução de problemas permite aos estudantes o “fazer matemática”. Sabemos que toda disciplina tem um corpo de conhecimentos e uma lógica peculiar (sua especificidade). No caso da Matemática, na perspectiva educacional, essa especificidade é a resolução de problemas. É o que postulava Descartes: “(...) não nos tornaremos matemáticos, mesmo que decoremos todas as demonstrações, se o nosso espírito não for capaz, por si, de resolver qualquer espécie de problema”.

Assim, entendemos que na resolução de problemas, os estudantes vão exercitar as suas mais diversas capacidades intelectuais como também mobilizar estratégias das mais diversas naturezas para encontrar a resposta, tais como: criatividade, intuição, imaginação, iniciativa, autonomia, liberdade, estabelecimento de conexões, experimentação, tentativa e erro, utilização de problemas conhecidos, interpretação dos resultados, etc. Enfim, é o que a Matemática pode fazer pelo estudante e não o contrário.

A resolução de problemas relaciona uma Matemática mais intuitiva, mais experimental com a Matemática formal.

A resolução de problemas, como metodologia de ensino da Matemática, pode fazer com que os conceitos e princípios matemáticos fiquem mais compreensivos para os estudantes uma vez que eles serão elaborados, adquiridos, investigados de maneira ativa e significativa. É a apropriação compreensiva do conteúdo, pois é uma Matemática mais qualitativa em destaque.

Essa metodologia de ensino permite a representação do problema que é, quase sempre, diferente da representação da solução (regras, fórmulas, algoritmos). A representação do problema (desenhos, esquemas, diagramas, etc.) ajuda a expressão dos raciocínios utilizados na resolução dos problemas propostos.

Cabe ressaltar que o papel do professor é essencial, pois deve propor bons problemas, deve acompanhar e orientar a busca de soluções, coordenar discussões entre soluções diferentes, valorizar caminhos distintos que chegaram à mesma solução, validando-os ou mostrando situações em que o raciocínio utilizado pode não funcionar.

O professor precisa trabalhar as soluções individuais, grupais e coletivas, sendo as últimas aquelas aceitas pela comunidade dos matemáticos. Assim é tarefa prioritária do professor organizar, sintetizar, formalizar os conceitos, princípios e procedimentos matemáticos presentes nos problemas apresentados.

A metodologia de ensino através da resolução de problemas traz simultaneamente as principais dimensões do trabalho docente: o ensino, a aprendizagem e a avaliação. No entanto, o envolvimento dos estudantes nas tarefas de resolução de problemas é diferente: uns mais, outros menos e alguns até indiferentes. Nesse sentido, devem ser utilizados vários tipos de avaliação até mesmo aquelas mais formais.



A resolução de problemas como metodologia de ensino explicita o trabalho docente na perspectiva de um fenômeno complexo (aquilo que é tecido em conjunto). Nesse sentido, em uma aula de resolução de problemas, o professor deve estar preparado para o aleatório, o não-pensado, pois são situações que podem ocorrer durante a busca das soluções para os problemas trabalhados.

Borba e Penteado (2001) afirmam que, em geral, professores optam por trabalhar no que eles chamam de zona de conforto, na qual quase tudo é previsível, conhecido e, por decorrência, controlável nas aulas. Para os autores, na resolução de problemas, os professores entram, quase sempre, no que eles denominam zona de risco, na qual impera a imprevisibilidade e a incerteza e por isso gera a necessidade constante de avaliação das consequências das ações propostas.

O surgimento de situações inesperadas é uma constante e o professor deve estar preparado para enfrentá-las.

Isso exige dele, segundo Carvalho e Gil-Perez (2000), um domínio bastante amplo do conteúdo matemático, ou seja:

- a) Conhecer os grandes problemas que originaram a construção de determinado assunto;
- b) Conhecer as orientações metodológicas empregadas na construção de determinada parte da Matemática;
- c) Conhecer os obstáculos epistemológicos ou didáticos relacionados aos mais diversos conteúdos da Matemática;
- d) Saber selecionar conteúdos adequados e que sejam acessíveis aos estudantes e suscetíveis de interesse;
- e) Ter algum conhecimento dos assuntos matemáticos atuais;
- f) Estar preparado para aprofundar conhecimentos assim como adquirir outros e
- g) Ter conhecimentos de pesquisas em educação matemática.

Na resolução de problemas, a postura do professor deve mudar: ao invés de pedir aos estudantes que perguntem para que ele responda o que acontece, em muitas oportunidades, é o professor quem pergunta e os estudantes quem respondem. Temos assim, o professor como problematizador de conteúdos.

Essa metodologia de ensino pode ser operacionalizada nas aulas de Matemática a partir de alguns requisitos que são considerados essenciais para o seu sucesso. Se esses requisitos não forem atendidos corre-se o risco de esse processo de ensinar e de aprender conteúdos matemáticos ser interpretado com referenciais inadequados assim como ser desenvolvido de maneira incorreta.

Assim, primeiramente, concepções e conhecimentos presentes nos mais variados aspectos que envolvem o trabalho docente precisam ser modificados se não atendem a perspectiva dessa metodologia de ensino. Então, educação, Matemática, ensino, aprendizagem, avaliação, entre outros aspectos, necessitam ser entendidos de outra maneira.



Desse modo, ao se apropriarem de concepções e conhecimentos coerentes com a metodologia de ensino através da resolução de problemas, os professores podem até mesmo em um simples exercício do tipo “*adicione 30 + 28*”, transformá-lo em um problema para os estudantes ao solicitar que eles o resolvam de várias formas e as justifiquem.

Aqui podemos identificar um ponto importante para mudanças significativas no trabalho docente dos professores que ensinam Matemática, ou seja, não há necessidade, em um primeiro momento, de transformações radicais, mas sim de postura, ou seja, a partir da própria prática podem ir acrescentando atividades não padronizadas em seu dia a dia.

Outra condição importante para o professor implantar a metodologia de resolução de problemas em suas aulas é que ele mesmo deve ser um resolvidor de problemas. Assim, antes de utilizar essa metodologia, ele deve vivenciar a resolução de problemas para experimentar etapas ou aspectos que envolvem a resolução de um problema. Por exemplo, a questão da leitura de um problema pode ser um aspecto a ser considerado no trabalho com os estudantes. Dificuldades com o vocabulário ou com o simbolismo matemático podem ser determinantes para a compreensão ou não do enunciado do problema. O exercício da mobilização de capacidades intelectuais e dos conhecimentos matemáticos é imprescindível na busca da solução de um problema. A comunicação matemática na exposição do raciocínio, que levou a resposta ao problema, precisa ser expressa para possibilitar a legitimação ou a refutação da resolução. Nesse contexto, o professor sendo também um resolvidor de problemas pode entender melhor, especialmente, as dificuldades que os estudantes enfrentam diante de uma tarefa ou atividade cuja solução é desconhecida.

Outro aspecto necessário para o trabalho com a resolução de problemas é a constante reflexão sobre os trabalhos realizados em sala de aula. Em muitas oportunidades, essa reflexão deve ser realizada com especialistas para validar as experiências bem sucedidas assim como discutir caminhos para superar dificuldades que aparecem quando se utiliza essa metodologia. Um professor que não tem esses momentos de reflexão pode desanimar diante de alguma dificuldade e deixar de trabalhar com essa metodologia, o que seria, provavelmente, um prejuízo para os estudantes.

A resolução de problema como metodologia de ensino: um exemplo

As frações trazem muitos problemas que são extremamente desafiadores para os estudantes e excelentes contextos para que os professores desenvolvam, com compreensão, conceitos, princípios e procedimentos matemáticos.



Apresentemos um desses problemas. Ele se encontra no livro – *O homem que calculava* – de Malba Tahan. Tem uma história e um herói: um matemático árabe chamado Beremiz.

O matemático Beremiz viajava com um amigo pelo deserto, ambos montados em um único camelo, quando encontraram três homens discutindo.

Eram três irmãos que haviam recebido uma herança do pai de 35 camelos, sendo a metade para o mais velho, a terça parte para o irmão do meio e a nona parte para o irmão mais moço. O motivo da discussão era a dificuldade em dividir a herança, pois nenhuma das partes era um número inteiro. Cortar camelos em partes para dividir a herança seria perdê-la. Ao mesmo tempo, nenhum dos irmãos queria doar parte de sua herança ao outro.

Mas o matemático Beremiz resolveu o problema. Vejamos o que ele propôs aos irmãos: - Encarrego-me de fazer com justiça essa divisão, se permitirem que eu junte aos 35 camelos da herança este animal que, em boa hora vos trouxe. Os camelos agora são 36 e a divisão se torna fácil: O mais velho recebe a metade de 36, que são 18 camelos, o irmão do meio recebe a terça parte de 36, que são 12 camelos e o caçula recebe a nona parte de 36, que são 4 camelos. Os irmãos nada têm a reclamar. Cada um deles ganha mais do que o pai havia lhes deixado de herança. Todos saem lucrando.

Todos lucraram mesmo? E o nosso matemático Beremiz perdeu um camelo?

Ouçamos de novo o nosso matemático: - O primeiro irmão recebeu 18 camelos, o segundo, 12 e o terceiro, 4. O total é: $18 + 12 + 4 = 34$ camelos. Sobraram, 2 camelos. Um deles pertence ao meu amigo. Foi emprestado a vocês para permitir a partilha da herança, mas agora pode ser devolvido. O outro camelo fica para mim, por ter resolvido a contento de todos esse complicado problema envolvendo uma herança.

E agora como ficamos. Os três irmãos lucraram e Beremiz também. Como isso é possível?

Vamos à explicação. Examinemos a situação sob outro ponto de vista.

Consideremos como unidade (ou total) o conjunto dos camelos que seriam repartidos entre os irmãos e vejamos se a soma das frações determinadas pelo pai equivale a 1: $(1/2 + 1/3 + 1/9 = 17/18)$. Não.

Conclusão: a herança estava mal dividida. Quando dividimos em frações uma herança, a soma dessas frações deve ser igual à unidade (ou o total). Beremiz, como matemático, percebeu o equívoco do pai e sabia que acrescentando um camelo aos 35 da herança seria fácil reparti-la. E mais, que o erro de $1/18$ equivalia agora a 2 camelos, ou seja, o que havia emprestado do amigo para realizar a partilha e um que ganharia pela resolução do problema.

Esse pai, felizmente para nossos propósitos, não sabia dividir uma herança (deixou parte dela sem dono) e mais, os denominadores das frações não eram divisores de 35, o que impossibilitou a divisão exata dos camelos.



Nesse momento, o professor pode trabalhar a ampliação do conjunto dos números naturais para o conjunto dos números fracionários e reconceituar tanto a ideia de número quanto de operações.

Quanto ao conceito de número temos que no conjunto dos naturais, a ideia de número é quantidade, enquanto no conjunto dos fracionários (historicamente a primeira ampliação dos conjuntos numéricos), o conceito de número é a síntese de duas ideias: quantidade e medida.

Quanto às operações, vamos reconceituar a divisão que nos interessa por estar envolvida no problema da herança. Enquanto na divisão com os números naturais é possível sobrar resto ($D = d \times q + r$), com os números fracionários a divisão deve ser sempre exata ($D = d \times q$).

Assim, quando uma grandeza é contínua (um retângulo, por exemplo, é possível dividi-lo em qualquer quantidade de partes iguais), entretanto, quando temos grandezas discretas (um conjunto de camelos, por exemplo) só podemos obter frações cujos denominadores sejam divisores do total conjunto.

No caso do problema dos camelos, 35 dividido por 2, 3 e 9 não resultava em uma divisão exata (o que impossibilitou os irmãos de fazerem a partilha da herança). Beremiz acrescentando um camelo aos 35 da herança conseguiu fazer a partilha conforme ordenara o pai e ainda, como a soma das frações ($1/2$, $1/3$ e $1/9$) não era igual a 1, o matemático acabou ganhando um camelo.

Desse modo, um curioso e desafiador problema permitiu discutir ideias e aspectos envolvendo um novo tipo de número, qual seja, os números fracionários.

A resolução de problemas e o trabalho docente

A resolução de problemas é uma parte integrante de todo aprendizado matemático. Não deveria ser uma parte isolada do programa matemático. A resolução de problemas na Matemática deve envolver todos os níveis de ensino da escolarização básica. Os contextos dos problemas podem variar de experiências cotidianas envolvendo a vida dos alunos ou o dia a dia escolar, bem como as ciências do mundo do trabalho. Bons problemas integrarão tópicos múltiplos e envolverão matemáticas significativas.

Sabemos que são características dessas matemáticas significativas:

- a) Ser elaboradas a partir de um conhecimento prévio;
- b) Enfatizar sobre o pensar; dar tempo para pensar;
- c) Esperar por explicações ou justificativas para as respostas ou pelo modo de pensar;
- d) Fazer perguntas e saber ouvir; reconhecer que Matemática é *parte invenção* e *parte convenção*;
- e) Trabalhar os conceitos, princípios e procedimentos matemáticos por meio da resolução de problemas.



Na abordagem da resolução de problemas, como uma metodologia de ensino, o estudante tanto aprende Matemática resolvendo problemas como aprende Matemática para resolver problemas. O ensino da resolução de problemas não é mais um processo isolado. Nessa metodologia, o ensino é consequência de um processo mais amplo.

Numa sala de aula em que o trabalho docente é feito a partir de problemas, busca-se utilizar tudo o que havia de bom nas formas anteriores de se ensinar e de aprender Matemática, a saber: a repetição, a memorização, o uso da linguagem matemática da teoria dos conjuntos, a resolução de exercícios, pois esses aspectos também são importantes.

Ainda como ilustração de trabalhos com a metodologia de resolução de problemas, podemos destacar, segundo Onuchic (2004), que para todo problema os professores podem levantar questionamentos, tais como:

- a) Isso é um problema? Por quê?
- b) Que tópicos da Matemática poderiam ser abordados nesse problema?
- c) Para que níveis escolares ele poderia ser indicado?
- d) Que diferentes abordagens poderiam ser aplicadas objetivando sua solução?
- e) Que problemas secundários (já conhecidos, mal conhecidos ou desconhecidos) poderiam surgir no decorrer do processo?
- f) Quais as estratégias ou os caminhos que poderiam ser percorridos para se chegar à solução? (processo de resolução)
- g) Qual é a resposta desse problema? Ela é única?
- h) Como observar a razoabilidade da resposta obtida?
- i) Como relacionar o problema dado com aspectos econômicos, sociais e culturais?

Por fim, com contribuições também de Onuchic (2004), vamos retomar e sistematizar algumas ideias sobre o trabalho docente a partir da resolução de problemas:

- a) Formar grupos. É fundamental o trabalho colaborativo na resolução de um problema. Lembrar que aprender é, muitas vezes, um processo colaborativo. E também lembrar que a resolução, em grupos, de problemas do dia a dia tem um índice de acerto muito superior às tentativas individuais. Progredir em direção a um objetivo é possível por meio de esforços combinados de muitas pessoas. Os estudantes precisam experimentar esse processo colaborativo e deve-se dar a eles oportunidades de aprender uns com os outros. Assim, devemos organizar os estudantes em pequenos grupos (em torno de quatro pessoas) e muito do aprendizado, em sala de aula, será feito no contexto desses grupos.
- b) A função do professor. No trabalho com a resolução de problemas, a função do professor se amplia. Ele é um observador, um organizador, um coordenador, um interventor, um incentivador da aprendizagem. O professor propõe questões desafiadoras, mas também ajuda os estudantes a se apoiarem, uns aos outros, para superar as dificuldades.



- c) Resultados dos grupos. Com o trabalho em grupo terminado, o professor anota os resultados obtidos pelos diversos grupos, destacando os resultados corretos, os diferentes caminhos que levaram à solução assim como as respostas equivocadas.
- d) Plenária. Os grupos (ou algum componente dos grupos) procuram explicar como chegaram à solução do problema. A comunicação matemática está presente nesse momento e pode ser expressa por falas, gestos, desenhos, materiais manipulativos e simbolismos matemáticos.
- e) Análise dos resultados. Nesse momento, com a participação um pouco maior do professor, são discutidas as soluções, as dificuldades, os equívocos. Pré-requisitos envolvendo conhecimentos ou problemas mais simples, que são necessários à resolução do problema em questão, são retomados. O aspecto exploratório é bastante considerado nessa análise.
- f) Consenso. A partir da análise feita e com a eliminação das dúvidas e equívocos, procura-se buscar o consenso sobre a solução do problema, mostrando que uma das características da atividade científica é a de ser consensual. E no caso da Matemática essa característica é mais forte que nas ciências naturais e humanas.
- g) Formalização. Mais uma vez, com uma participação maior do professor, faz-se uma síntese do que era objetivo de aprender a partir do problema proposto e, formalmente, são apresentadas as definições, identificadas as propriedades e feitas as demonstrações, entre outros elementos do trabalho docente com a Matemática.

Como recursos auxiliares, nessa metodologia de ensino, podem ser utilizados livros didáticos e paradidáticos, materiais didáticos, calculadoras, jogos, computadores, *softwares*, vídeos assim como as mais diversas tecnologias educacionais disponíveis aos professores.

Considerações finais

O ponto central de se trabalhar com o processo de ensinar e de aprender Matemática através da resolução de problemas fundamenta-se na concepção de que a razão mais importante para utilizar esse tipo de metodologia de ensino é ajudar os estudantes a compreenderem efetivamente os conceitos, princípios e procedimentos matemáticos. A compreensão da Matemática envolve a ideia de relacionar. Assim sendo, a Matemática não é somente um caminho para resolver problemas, mas é um caminho para pensar, organizar e modelar experiências, descobrir padrões, estabelecer conexões.

Assim, a presença da resolução de problemas nas aulas de Matemática é importante por ser um meio de adquirir conhecimento novo e por ser um processo de aplicação do que havia sido elaborado previamente.

A Matemática precisa ser concebida pelo estudante como um conhecimento que favorece o desenvolvimento e aperfeiçoamento de seu raciocínio, sua capacidade expressiva, sua sensibilidade e sua imaginação.



Portanto, o processo de ensinar e de aprender Matemática necessita transformar-se, passando de um mero treinamento técnico para um instrumento de modelar e interpretar a realidade em seus mais diversos contextos. Isso é formar para a criatividade, a criticidade, a cidadania e não para a memorização, a alienação e a exclusão.

Nessa perspectiva podemos afirmar que a resolução de problemas não é apenas outra metodologia de ensino, mas sim uma filosofia de ensino. Assim, uma situação indesejável seria a de que, pela ausência de teorias consistentes para a sua aplicação ou pelo fato de não ser um resolvidor de problemas, o professor interpretasse essa filosofia e metodologia de ensino de maneira inadequada e as levasse para a sala de aula apenas como novidade, o que induziria a um ativismo no trabalho docente sem grandes repercussões positivas para o aprendizado significativo dos conteúdos matemáticos.

Vale destacar que essas características e possibilidades de um aprendizado mais amplo e produtivo não são exclusivas somente da resolução de problemas como metodologia de ensino para a Matemática. Elas estão também presentes em outras tendências diferenciadas para processo de ensinar e de aprender Matemática. E pensamos que o aprendizado da Matemática ganhará muito se caminhos diferenciados forem trilhados desde que fundamentos teóricos e metodológicos do trabalho habitual nessa área do conhecimento sejam revistos, aplicados e refletidos. A nossa proposta diferenciada é a resolução de problemas.

Ressaltamos que essa metodologia de trabalho não é, com certeza, simples de ser implantada, em função de nossa própria formação. Mas os programas que vêm sendo desenvolvidos com a finalidade de concretizá-la mostram que a paixão do estudante em resolver problemas por seus próprios meios, a imagem que ele vai construindo de si mesmo, como alguém capaz de solucionar problemas, de “fazer matemática”, a imagem de si frente ao saber escolar, ao mundo adulto, ao futuro, valem a pena.

Referências

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2001.

CARVALHO, A. M. P.; GIL-PEREZ, D. **Formação de professores de ciências: tendências e inovações**. São Paulo: Cortez, 2000.

ONUCHIC, L. de la R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.



_____. A resolução de problemas e o trabalho de ensino-aprendizagem na construção dos números e das operações definidas sobre eles. **Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Universidade Federal de Pernambuco: Recife, 2004.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

SAVIANI, D. **Educação: do senso comum à consciência filosófica**. Campinas/SP: Autores Associados, 2000.

THOMPSON, A. G. Learning to Teach Mathematical Problem Solving: Changes in Teachers' Conceptions and Beliefs. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Eds.). **The teaching and assessing of mathematical problem solving**. Virginia: Laurence Erlbaum Associates, 1989.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Enviado em: 10-04-2012

Aceito em: 21-05-2012