Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

CARACTERIZAÇÕES DO PENSAMENTO ALGÉBRICO EM TAREFAS REALIZADAS POR ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL I

Daniele Peres da Silva[1]
Universidade Estadual de Londrina, UEL

Angela Marta Pereira das Dores Savioli[2]
Universidade Estadual de Londrina, UEL

Resumo

Tomando a *Early Algebra* como área de pesquisa que visa uma abordagem para o ensino e aprendizagem da álgebra inicial, este artigo apresenta uma análise das atitudes, indagações e produções escritas, enfim, o comportamento de crianças em resolução de tarefas. O objetivo foi identificar e analisar características do pensamento algébrico em tarefas aplicadas a estudantes do Ensino Fundamental I. Mais especificamente, buscamos compreender como trinta e cinco estudantes do 5º Ano do Ensino Fundamental I de uma escola pública do município de Apucarana-PR lidam com tarefas que promovem o desenvolvimento do pensamento algébrico. Para organização e interpretação dos dados, empregamos procedimentos à luz da Análise de Conteúdo, sendo esta uma modalidade de pesquisa qualitativa. Por meio das respostas apresentadas e das indagações e afirmações dos estudantes durante a resolução das tarefas, o estudo mostrou que embora as resoluções nem sempre estivessem corretas, estas evidenciam indícios de pensamento algébrico, uma vez que os participantes desse estudo perceberam e tentaram expressar as estruturas aritméticas das situações-problema, assim como, descreveram seus processos de pensamento. Portanto, esses estudantes do Ensino Fundamental I têm condições de lidar e de desenvolver aspectos relacionados ao pensamento algébrico, mesmo não apresentando uma linguagem simbólica algébrica.

Palavras-chave: Pensamento algébrico; Ensino fundamental; *Early Algebra*.

Agência financiadora: CAPES

---

[1] Bolsista do Programa Observatório da Educação – CAPES – Projeto Educação Matemática de Professores que Ensinam Matemática – UEL. Mestranda do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina UEL. Especialista em Educação Matemática-UEL.
E-mail: dani-peres@hotmail.com

[2] Membro do Observatório da Educação – CAPES - Projeto Educação Matemática de Professores que Ensinam Matemática – UEL. Prof[a]. Dra. do Departamento de Matemática e membro do PECEM - Universidade Estadual de Londrina-UEL. E-mail: angelamarta@uel.br

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

CHARACTERIZATIONS OF ALGEBRAIC THINKING IN TASKS PERFORMED BY STUDENTS OF ELEMENTARY EDUCATION

Abstract

Taking Early Algebra as a research area that seeks an approach to the teaching and learning of early algebra, this paper presents an analysis of attitudes, questions and written productions that provide clues about the behavior of children in solving tasks. The objective was to identify and analyze characteristics of algebraic thinking in tasks applied to elementary school students. More specifically, we aimed to understand how thirty-five students from the 5th year of elementary school in a public school in the city of Apucarana-PR deal with tasks that promote the development of algebraic thinking. For organizing and interpreting data, we used procedures in the light of Content Analysis, which is a form of qualitative research. By means of responses, questions and statements from students during the resolution of tasks, the study showed that although the resolutions were not always correct, they show signs of algebraic thinking, since the study participants noticed and tried to express the arithmetic structures of problem situations, as well as described their thought processes. Therefore, these elementary school students are able to cope and develop aspects related to algebraic thinking, while not presenting a symbolic algebraic language.

Keywords: Algebraic thinking; Content analysis; Early Algebra.

CARACTERIZAÇÕES DO PENSAMENTO ALGÉBRICO EM TAREFAS REALIZADAS POR ESTUDANTES DO ENSINO FUNDAMENTAL I

1. INTRODUÇÃO

Este artigo relata uma pesquisa cujo objetivo foi identificar, analisar e discutir características do pensamento algébrico em tarefas[3] aplicadas a estudantes do Ensino Fundamental I. Ou seja, que características de pensamento algébrico são manifestadas por estudantes do Ensino Fundamental I na resolução de tarefas contemplando esse pensamento?

O contexto da investigação se deu em uma escola pública do município de Apucarana-PR, a qual está envolvida no Programa Observatório da Educação[4].

[3] De acordo com Ponte (1997), as tarefas são aquelas em que os estudantes se envolvem, e podem ser do tipo problemas, investigações, projetos, exercícios, ensaios, relatórios, etc., sendo estas, na maioria das vezes, apresentadas pelo professor. Já as atividades, que podem ser mentais ou físicas, se referem ao estudante, a aquilo que ele pratica durante um processo de ensino-aprendizagem. Assim, considera-se que a tarefa é uma indicação que pode levar um indivíduo a desempenhar a atividade por meio de ações.

[4] Programa Observatório da Educação – CAPES – Projeto Educação Matemática de Professores que Ensinam Matemática – UEL.

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

Deste modo, temos como objeto de estudo o pensamento algébrico manifestado por uma turma do 5º Ano, composta por 35 estudantes. Para tanto, no segundo semestre de 2011 aplicamos oito tarefas a esta turma, tendo a finalidade de investigar como essas crianças que não tiveram contato com uma linguagem simbólica algébrica lidam com tarefas que promovem o desenvolvimento desse pensamento, analisando as atitudes, indagações, produções escritas, enfim, o comportamento desses estudantes durante a resolução das tarefas. Porém, para este artigo foram analisadas apenas duas das oito tarefas.

As tarefas foram realizadas na perspectiva da *Early Algebra*, sendo esta uma área de pesquisa que visa uma abordagem para o ensino e aprendizagem da álgebra inicial. *Early Algebra* é um projeto que foi criado em 1998, a qual conta com uma equipe de psicólogos e educadores matemáticos, em que se destacam Analúcia D. Schliemann, Bárbara M. Brizuela e David W. Carraher, que trabalham com professores e estudantes colaborando com escolas de Boston. Neste projeto são desenvolvidos materiais sobre a álgebra do Ensino Fundamental que tratam de vários temas matemáticos, como por exemplo, números, símbolos, comparações, etc., focando na aprendizagem e raciocínio dos estudantes.

Portanto, a partir de pesquisas realizadas com estudantes do Ensino Fundamental, tendo em vista que cada turma é acompanhada durante três anos uma a duas vezes por semana, esta área de pesquisa expõe que introduzir a álgebra nas séries iniciais é altamente viável, uma vez que uma profunda compreensão da aritmética requer generalizações matemáticas e compreensão dos princípios algébricos. Assim, aritmética e álgebra elementar estão intimamente interligadas.

Vale ressaltar que uma discussão que tem provocado reflexões entre pesquisadores da área de Educação Matemática é acerca de aspectos que envolvem o pensamento algébrico. Há tempo se discute com relação à que fase escolar iniciar esse pensamento. Da mesma forma, outra discussão presente na literatura de Educação Matemática é estabelecer o que seja pensar algebricamente, pois não há um consenso. No entanto, vários estudos trazem elementos caracterizadores do pensamento algébrico dos estudantes. Araújo (1999) observa que pesquisadores estão preocupados com a educação algébrica que se tem ensinado aos estudantes, e esses afirmam que talvez fosse apropriado iniciar a educação das crianças no pensamento algébrico, desde os ciclos iniciais.

Compartilhando de mesmas ideias, autores como (BLANTON e KAPUT, 2005; BRIZUELLA e SCHLIEMANN, 2004; CARPENTER; FRANKE e LEVI, 2003; CARRAHER et all, 2006; LINS e KAPUT, 2004;) têm recomendado a conexão da aritmética com a álgebra já nas primeiras séries do Ensino Fundamental. Suas pesquisas têm apontado que crianças desde os nove e dez anos de idade podem desenvolver o pensamento algébrico, utilizar símbolos para generalizar relações aritméticas ou padrões geométricos, bem como a noção algébrica para representar alguma relação.

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

Da mesma forma, Kieran (2004) afirma que o pensamento algébrico pode não apresentar necessariamente ferramentas de uma linguagem simbólica, porém pode auxiliar como uma base à introdução da álgebra nas séries posteriores. Igualmente, para Franke e Levi (2003), destacando a importância da integração da aritmética com a álgebra nas séries iniciais do Ensino Fundamental, os estudantes podem "aprender aritmética de maneira produtiva de modo que esse conhecimento sirva de base para o aprendizado da álgebra" (CARPENTER; FRANKE E LEVI, 2003, p.137).

De tal modo, consideramos que o pensamento algébrico pode ser desenvolvido antes de o estudante apresentar uma linguagem simbólica algébrica, pois isso advém, principalmente, quando

> [...] a criança estabelece relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos; percebe e tenta expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema; produz mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema; ou, reciprocamente, produz vários significados para uma mesma expressão numérica; interpreta uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas; transforma uma expressão aritmética em outra mais simples; desenvolve algum tipo de processo de generalização; percebe e tenta expressar regularidades ou invariâncias; desenvolve/cria uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente [...] (FIORENTINI, FERNANDES e CRISTÓVÃO, 2005, p. 5)

Deste modo, o pensamento algébrico deve ser considerado como uma ponte de conexão entre conceitos existentes na matemática inicial e tópicos da matemática posterior, diferentemente de um novo assunto no currículo de matemática (CARRAHER, SCHLIEMAN E SCHWARTZ, 2007). É nessa perspectiva que segue nossa pesquisa.

Na sequência apresentamos uma breve fundamentação acerca da Análise de Conteúdo, sobre os procedimentos adotados na pesquisa e algumas interpretações que emergiram das resoluções dos estudantes à luz do referencial teórico adotado.

2. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Tanto para a organização, como também para análise e interpretação dos dados, adotamos como método investigativo a Análise de Conteúdo, a qual se configura como uma das modalidades da pesquisa qualitativa.

Este método de análise tem como finalidade a inferência sobre o fenômeno em estudo, bem como, procura compreender os sujeitos, o contexto e o intervalo de tempo. Busca entender o que está por trás das palavras. Envolve a subjetividade do pesquisador, suas impressões, sendo que vai além

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

de uma leitura superficial, abarca um esforço, a procura de sentidos e compreensões mais aprofundadas.

A pesquisa que fundamentou este artigo contém um acervo composto de oito tarefas, dentre as quais, para este trabalho, escolhemos para serem submetidas à análise, duas delas. Portanto, a partir da pré-análise constituímos um *corpus* de 70 registros escritos.

Os instrumentos utilizados foram diário de campo e protocolos escritos, produzidos pelos estudantes na resolução das tarefas propostas. O diário de campo foi importante durante a investigação, pois por meio dele foi possível registrarmos informações fundamentais do contexto em questão. Concordamos com Fiorentini e Lorenzato (2006) quando afirmam que o diário de campo é um dos instrumentos mais ricos na coleta de informações, pois é "[...] nele que o pesquisador registra observações de fenômenos, faz descrições de pessoas e cenários, descreve episódios ou retrata diálogos" (p.118-119).

No desenvolvimento das tarefas, os estudantes foram direcionados a resolverem individualmente sem a nossa interferência. A seguir apresentamos as tarefas quatro e cinco, escolhidas para compor este trabalho. Ainda, seguida das tarefas, listaremos os objetivos propostos, os quais foram indicados pelo site da *Early Algebra.*

Tarefa 4

Nome: ______________________________ Data:________

João e Maria têm uma caixa de doces cada um.
João tem uma caixa e um doce em cima dela.
Maria tem uma caixa e três doces em cima dela.
Dentro das duas caixas têm exatamente o mesmo número de doces.

Desenhe ou escreva algo que compare quantos doces João e Maria têm.

Fonte: http://ase.tufts.edu/education/earlyalgebra/default.asp

Objetivos da tarefa:

- Trabalhar com a relação parte-todo.
- Interpretar histórias.
- Relacionar as informações numéricas contidas no problema.
- Trabalhar com uma representação visual das relações entre as quantidades do problema.

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

Tarefa 5

Tarefa 5

Nome: ______________________________ data: ______

	Saída		
Entrada	Adicione 3 a entrada	Subtraia 2 a entrada	Multiplique por 3 a entrada
3			
7			
10			
	9		
		9	
			9
100			
101			
N			

Qual é a primeira regra? ______________________________

Qual é a segunda regra? ______________________________

Qual é a terceira regra? ______________________________

Fonte: http://ase.tufts.edu/education/earlyalgebra/default.asp

Objetivos da tarefa:

- Interpretar funções simples de adição e suas inversas.
- Interpretar e produzir tabelas.
- Produzir expressões algébricas.

3. O PROCESSO DE ORGANIZAÇÃO E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS

No que diz respeito à exploração do material, esta etapa é muitas vezes longa e enfadonha, pois é nesta fase em que, a partir de uma intensa impregnação, surgem as unidades de registro bem como, os agrupamentos compostos por elementos considerados semelhantes, na qual pode ser definido *a priori* ou então, emergir dos dados. Deste modo, na sequência, seguem as unidades de registro (agrupamentos), que emergiram da tarefa quatro e cinco respectivamente, a partir de uma investigação.

Cabe lembrar que a intenção das tarefas aplicadas aos estudantes é promover revelações sobre algumas características e situações que envolvem o pensamento algébrico e que suscite reflexões particulares a respeito do tema em questão.

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

Agrupamentos-tarefa 4

A- Desenha uma caixa de doces para João e outra caixa de doces para Maria (*17 registros escritos*).

A_1- Desenha a mesma quantidade de doces dentro da caixa de João e de Maria. Relaciona os doces que estão em cima das caixas, ou seja, desenha os doces em cima das caixas.
A_2- Desenha quantidades diferentes de doces dentro da caixa de João e de Maria. Não relaciona os doces que estão em cima das caixas, ou seja, não desenha ou registra algo que informa os doces que estão fora das caixas.
A_3- Desenha a mesma quantidade de doces dentro da caixa de João e de Maria. Não relaciona os doces que estão em cima das caixas, ou seja, não desenha ou registra algo que informa os doces que estão fora das caixas.
A_4- Desenha quantidades diferentes de doces dentro da caixa de João e de Maria. Relaciona os doces que estão em cima das caixas, ou seja, desenha os doces em cima das caixas.
A_5- Não desenha uma quantidade específica de doces dentro de cada caixa. Fica explícito que dentro das duas há exatamente o mesmo número de doces. Relaciona os doces que estão em cima das caixas, ou seja, desenha os doces em cima das caixas.

B- Desenha mais de duas caixas de doces (*5 registros escritos*).

B_1- Considera que Maria e João têm duas caixas de doces cada um, ou seja, Maria tem uma caixa com doces dentro dela, e outra caixa com três doces em cima. Analogamente para João.
B_2- Considera que João tem uma caixa de doces e que Maria tem três caixas de doces.

C- Escreve que João e Maria têm a mesma quantidade de doces. Não especifica quantidades (*1 registro escrito*).

D- Faz uma multiplicação e considera o resultado como a quantidade de doces de João e Maria (*2 registros escritos*).

E- Escreve que João e Maria têm a mesma quantidade de doces. Especifica uma quantidade de doces (*5 registros escritos*).

F- Relaciona uma divisão dos doces entre João e Maria. Não faz desenho nem operação (*1 registro escrito*).

G- Outros (*4 registros escritos*).

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

Agrupamentos-tarefa 5

A- Completa o quadro utilizando um padrão. Aplica as regras ao valor da coluna anterior e não ao valor de entrada, ou seja, apenas a primeira regra é aplicada ao valor de entrada *(17 registros escritos)*.

A_1- Completa o quadro sempre recorrendo aos valores numéricos da coluna anterior e não ao valor de entrada, e para o valor de entrada “N”, expressa uma linguagem matemática algébrica. Demonstra generalização. No entanto, a regra expressa para o valor de entrada “N” não corresponde ao padrão adotado no restante do quadro. Descreve as regras do quadro.

A_2- Completa o quadro sempre recorrendo aos valores numéricos da coluna anterior e não ao valor de entrada, e para o valor de entrada “N”, expressa uma linguagem matemática algébrica. Demonstra generalização. No entanto, a regra expressa para o valor de entrada “N” não corresponde ao padrão adotado no restante do quadro. Não descreve as regras do quadro.

A_3- Completa o quadro sempre recorrendo aos valores numéricos da coluna anterior e não ao valor de entrada, e para o valor de entrada “N”, completa com números, não demonstrando generalização. Descreve as regras do quadro.

B- Não evidencia um padrão ao completar o quadro e ou ao descrever as regras do quadro *(8 registros escritos)*.

C- Completa o quadro utilizando um padrão. Aplica as regras ao valor de entrada, não recorrendo aos valores numéricos da coluna anterior. No entanto, para o valor de entrada “N”, completa com números ou então não completa, não demonstrando generalização. Descreve as regras do quadro *(2 registros escritos)*.

D- Não evidencia um padrão ao completar o quadro. Mistura duas regras, ou seja, ora aplica as regras somente ao valor de entrada, ora aplica as regras ao valor anterior e não ao valor de entrada. Descreve as regras do quadro *(2 registros escritos)*.

E- Outros *(6 registros escritos)*.

Da mesma forma como nas outras tarefas, cada resolução recebeu um número como código.

Para estas tarefas, os agrupamentos foram excludentes, ou seja, cada resolução só se encaixa em um agrupamento. Esta escolha também não foi prévia, e sim emergiu dos dados. Além disso, durante a exploração do material surgiram agrupamentos e subagrupamentos, nos quais foram intitulados de A_1, A_2,..., B_1, B_2.

Por meio do processo de análise, detectamos que embora as resoluções dos estudantes nem sempre estivessem corretas, estas evidenciam

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

indícios de pensamento algébrico, bem como algumas das características mencionadas anteriormente. A maior parte dos protocolos investigados verbalizou processos de pensamento matemático. Esta ideia também é evidenciada por Bárbara M. Brizuela em um dos capítulos do livro *"Desenvolvimento Matemático na Criança: Explorando Notações"* (BRIZUELA, 2006) ao refletir a respeito das resoluções de uma estudante de 3ª série que está desenvolvendo notações de problemas que tratam de frações, na qual, embora

> [...] as notações de Sara não sejam notações algébricas convencionais, elas realmente constituem uma internalização de uma notação convencional aceita no contexto de sua sala de aula, e a gradual apropriação dessas notações apoia e desenvolve o seu raciocínio algébrico. (BRIZUELA, 2006, p. 81)

Compartilhando da mesma ideia, como afirma Kieran (2004), o pensamento algébrico muitas vezes pode não apresentar necessariamente ferramentas de uma linguagem simbólica, porém pode auxiliar como uma base à introdução da álgebra nas séries posteriores.

Análise- Tarefa 4

Tarefa 4

Nome: ______________________________ Data:________

João e Maria têm uma caixa de doces cada um.
João tem uma caixa e um doce em cima dela.
Maria tem uma caixa e três doces em cima dela.
Dentro das duas caixas têm exatamente o mesmo número de doces.

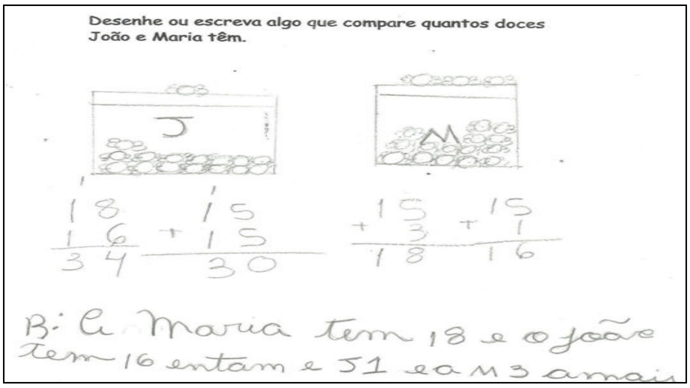
Desenhe ou escreva algo que compare quantos doces João e Maria têm.

Fonte: http://ase.tufts.edu/education/earlyalgebra/default.asp

A resolução do estudante E. 21 referente à tarefa quatro aponta para algumas características do pensamento algébrico, bem como: a criança estabelece relações/comparações entre as informações da tarefa; percebe e tenta expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema; produz mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema. Estes aspectos são verificados, tendo em vista que o estudante se utilizou de três representações para a tarefa, ou seja, por meio de desenho, de operações aritméticas e também da escrita. Ainda, expressa por meio das representações, uma relação referente às informações descritas na tarefa, utilizando-se de uma linguagem mais sincopada ao representar a quantidade de doces em cima da

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

caixa de Maria, por M3 e de maneira análoga, por J1 a quantidade de doces em cima da caixa de João.



Protocolo do participante E. 21- Tarefa 4

No entanto, fica evidente que não somente nesta resolução, mas também na maioria delas, os estudantes apresentaram dúvidas com relação ao processo de generalização, uma vez que desenharam ou escreveram quantidades específicas, diferentes ou iguais de doces dentro da caixa de João e de Maria.

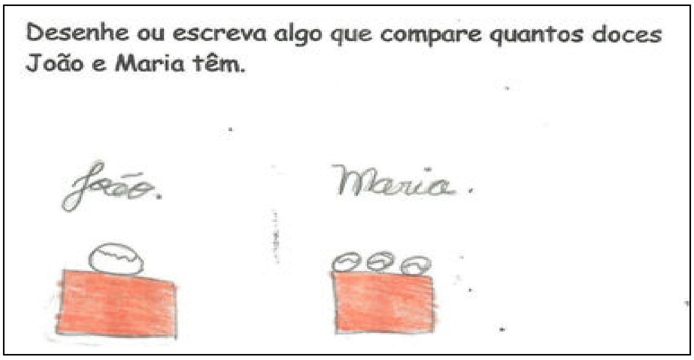
Com relação às várias notações, ou representações para uma mesma situação problema, o NCTM (2000) reconhece esta importância no processo de aprendizagem, ao afirmar que:

> [...] diferentes representações, em geral, iluminam diferentes aspectos de um conceito ou de uma relação complexa... Portanto, a fim de compreender profundamente um conceito matemático específico – e muitos outros conceitos na matemática escolar – os alunos precisarão de uma variedade de representações que apoiem a sua compreensão. (p. 68)

Neste sentido, encontram-se nas resoluções dos estudantes as representações por meio de desenho, de operações aritméticas e por meio de linguagem natural.

Vale ressaltar o estudante E. 26, pois este se distinguiu dos demais por pintar as caixas de doces de João e Maria, demonstrando um tipo de processo de generalização, pois diferentemente dos outros, não desenhou uma quantidade específica de doces dentro de cada caixa. Fica explícito que dentro das duas caixas há exatamente o mesmo número de doces. Também, relaciona os doces que estão em cima das caixas, ou seja, desenha os doces em cima das caixas.

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação



Protocolo do participante E. 26 - Tarefa 4

Análise- Tarefa 5

Tarefa 5

Nome: ______________________ data: ______

	Saída		
Entrada	Adicione 3 a entrada	Subtraia 2 a entrada	Multiplique por 3 a entrada
3			
7			
10			
	9		
		9	
			9
100			
101			
N			

Qual é a primeira regra? ______________________

Qual é a segunda regra? ______________________

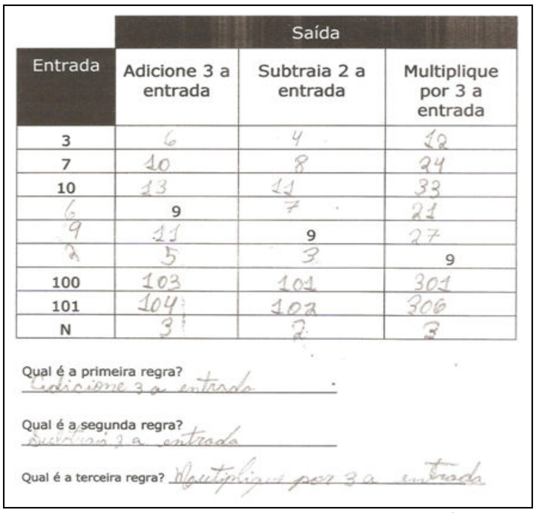
Qual é a terceira regra? ______________________

Fonte: http://ase.tufts.edu/education/earlyalgebra/default.asp

No que diz respeito à tarefa cinco, como já referido, os estudantes evidenciaram dúvidas durante a resolução. Logo que entregamos a folha contendo a tarefa, nos interrogaram: *"tem que fazer a conta?", "como eu faço este, professora?", "tem que pôr números no espaço?", "e esse N, o que é isso?".* Da mesma forma, com frequência nos perguntaram: *"e quando não tem o valor de entrada?", "por que do número três já pula para o número100?", "o que é esse N?*". Cabe lembrar que o "N" na última linha do quadro causou dúvidas e um considerável estranhamento. Com relação ao questionamento *"por que do número três já pula para o número100?",* podemos inferir que estes estudantes ainda têm uma forte influência das propriedades do conjunto dos números naturais, como por exemplo, de ordenação, uma vez que é nesta fase de escolaridade que os estudantes ampliam os conceitos com relação a esse conjunto numérico.

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

Vale ressaltar que uma considerável parcela de estudantes (48,5%), ao completar o quadro, aplicou as regras aos valores da coluna anterior e não ao valor de entrada. Este fato se revela nas resoluções dos estudantes E. 1, E. 2, E. 3, E. 4, E. 5, E. 6, E. 7, E. 18, E. 21, E. 24, E. 25, E. 27, E. 28. E. 29, E. 30, E. 31 e E. 33.



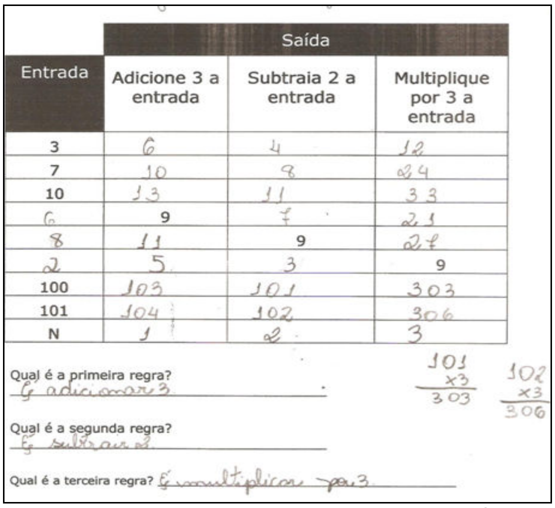
Entrada	Saída: Adicione 3 a entrada	Saída: Subtraia 2 a entrada	Saída: Multiplique por 3 a entrada
3	6	4	12
7	10	8	24
10	13	11	33
6	9	7	21
9	11	9	27
2	5	3	9
100	103	101	301
101	104	102	306
N	3	2	3

Qual é a primeira regra? adicione 3 a entrada

Qual é a segunda regra? subtraia 2 a entrada

Qual é a terceira regra? Multiplique por 3 a entrada

Protocolo do participante E. 30- Tarefa 5



Entrada	Saída: Adicione 3 a entrada	Saída: Subtraia 2 a entrada	Saída: Multiplique por 3 a entrada
3	6	4	12
7	10	8	24
10	13	11	33
6	9	7	21
8	11	9	27
2	5	3	9
100	103	101	303
101	104	102	306
N	1	2	3

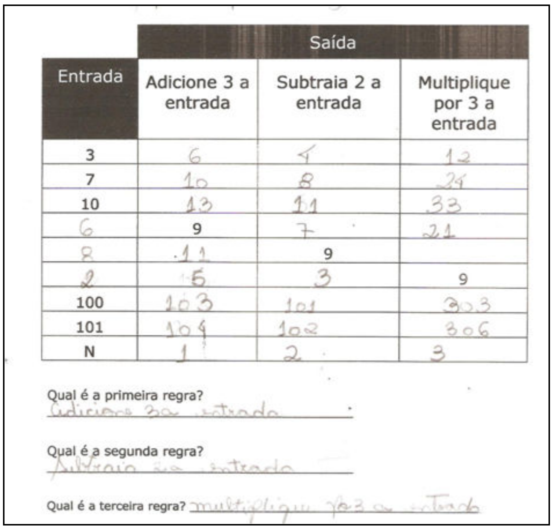
101 × 3 = 303 102 × 3 = 306

Qual é a primeira regra? É adicionar 3

Qual é a segunda regra? É subtrair 2

Qual é a terceira regra? É multiplicar por 3

Protocolo do participante E. 29- Tarefa 5



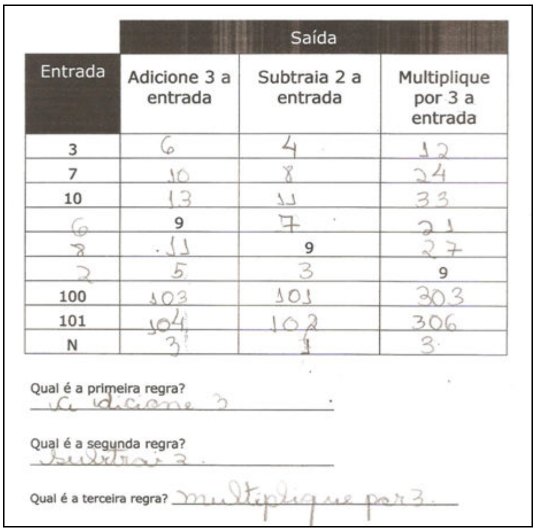
Entrada	Saída: Adicione 3 a entrada	Saída: Subtraia 2 a entrada	Saída: Multiplique por 3 a entrada
3	6	4	12
7	10	8	24
10	13	11	33
6	9	7	21
8	11	9	
2	5	3	9
100	103	101	303
101	104	102	306
N	1	2	3

Qual é a primeira regra? adicione 3a entrada

Qual é a segunda regra? subtraia 2a entrada

Qual é a terceira regra? multiplique po 3 a entrada

Protocolo do participante E. 28- Tarefa 5



Entrada	Saída: Adicione 3 a entrada	Saída: Subtraia 2 a entrada	Saída: Multiplique por 3 a entrada
3	6	4	12
7	10	8	24
10	13	11	33
6	9	7	21
8	11	9	27
2	5	3	9
100	103	101	303
101	104	102	306
N	3	1	3

Qual é a primeira regra? adicione 3

Qual é a segunda regra? subtrai 3

Qual é a terceira regra? multiplique por 3.

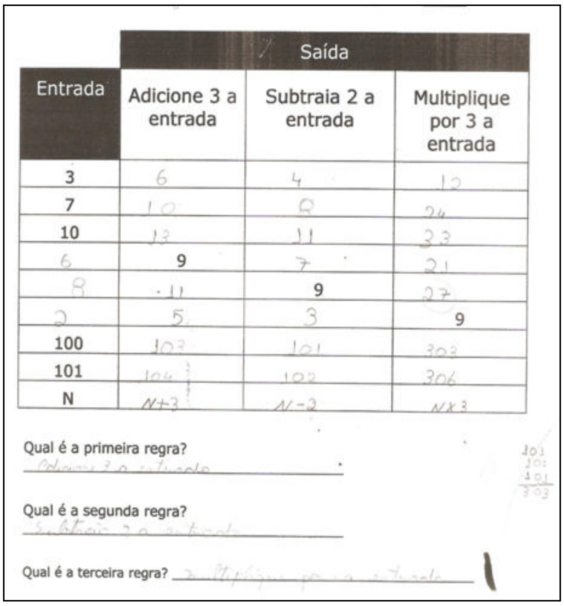
Protocolo do participante E. 25- Tarefa 5

Fazendo referência à resolução do estudante E. 31, e tomando como exemplo a primeira linha de valores do quadro, podemos observar que o estudante adicionou três ao valor de entrada, obtendo como resultado seis, no entanto, aplica a segunda regra ao resultado seis, e não ao valor de entrada, pois subtraiu dois de seis, obtendo quatro. Assim, fica evidente no restante do quadro que este estudante, e os demais, aplicam apenas a primeira regra ao valor de entrada.

Da mesma forma, as resoluções dos estudantes E. 1, E. 2, E.3 e E. 4 também apontam para a utilização das regras aos valores da coluna

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

anterior ao completarem o quadro. No entanto, para o valor de entrada "N", expressam uma linguagem matemática algébrica. Assim, há evidências de pensamento algébrico, pois estes estudantes "[...] desenvolvem algum tipo de processo de generalização; percebem e tentam expressar regularidades ou invariâncias; desenvolvem/criam uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente [...]" (FIORENTINI, FERNANDES e CRISTÓVÃO, 2005, p. 5)



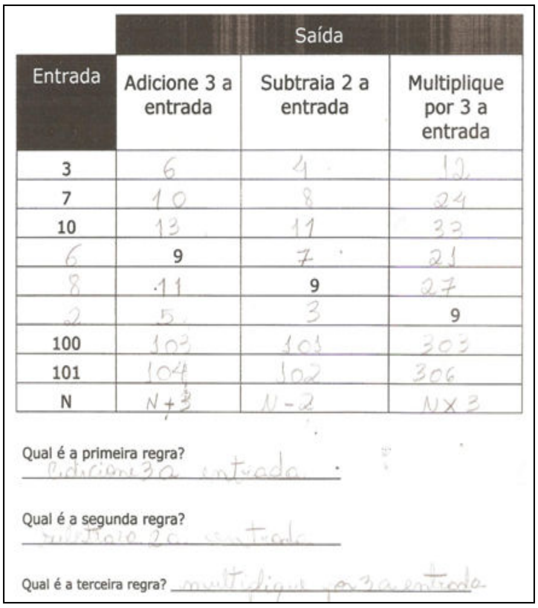
Entrada	Saída: Adicione 3 a entrada	Subtraia 2 a entrada	Multiplique por 3 a entrada
3	6	4	12
7	10	8	24
10	13	11	33
6	9	7	21
8	11	9	27
2	5	3	9
100	103	101	303
101	104	102	306
N	N+3	N-2	NX3

Qual é a primeira regra?

Qual é a segunda regra?

Qual é a terceira regra?

Protocolo do participante E. 1- Tarefa 5



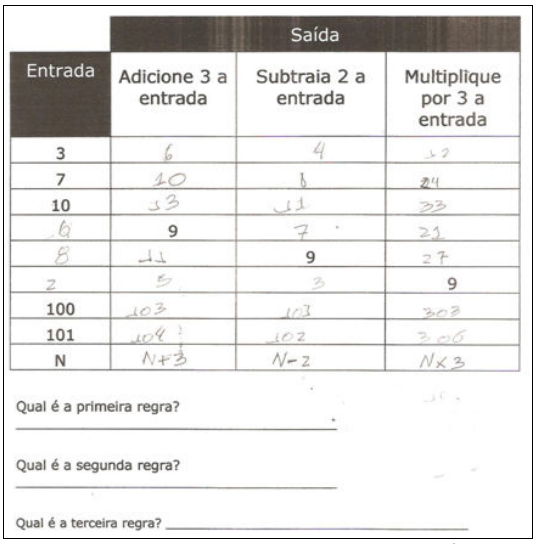
Entrada	Saída: Adicione 3 a entrada	Subtraia 2 a entrada	Multiplique por 3 a entrada
3	6	4	12
7	10	8	24
10	13	11	33
6	9	7	21
8	11	9	27
2	5	3	9
100	103	101	303
101	104	102	306
N	N+3	N-2	NX3

Qual é a primeira regra? adicione 3 a entrada

Qual é a segunda regra? subtraia 2 a entrada

Qual é a terceira regra? multiplique por 3 a entrada

Protocolo do participante E. 1- Tarefa 5



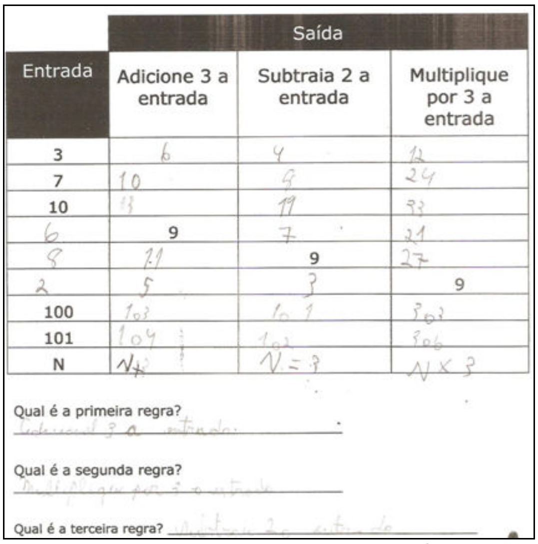
Entrada	Saída: Adicione 3 a entrada	Subtraia 2 a entrada	Multiplique por 3 a entrada
3	6	4	12
7	10	8	24
10	13	11	33
6	9	7	21
8	11	9	27
2	5	3	9
100	103	103	303
101	104	102	306
N	N+3	N-2	NX3

Qual é a primeira regra?

Qual é a segunda regra?

Qual é a terceira regra?

Protocolo do participante E. 3- Tarefa 5



Entrada	Saída: Adicione 3 a entrada	Subtraia 2 a entrada	Multiplique por 3 a entrada
3	6	4	12
7	10	8	24
10	13	11	33
6	9	7	21
8	11	9	27
2	5	3	9
100	103	[illegible]	303
101	104	102	306
N	N+3	[illegible]	NX3

Qual é a primeira regra?

Qual é a segunda regra?

Qual é a terceira regra?

Protocolo do participante E. 4- Tarefa 5

Outra ocorrência interessante nestas resoluções é que mesmo os estudantes aplicando as regras aos valores da coluna anterior, para o valor de

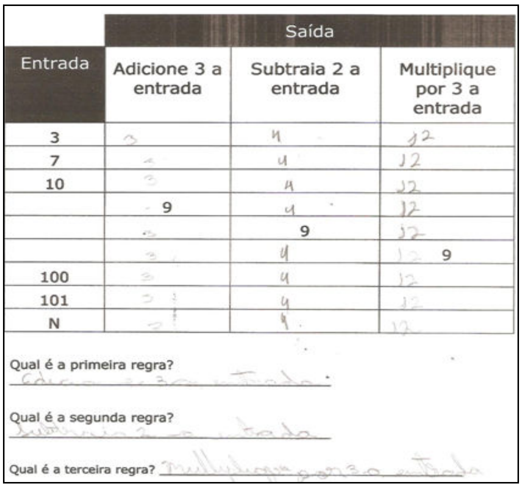
Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

entrada "N", estes generalizaram, porém, diferentemente do padrão que utilizaram para completarem a tabela. Podemos inferir que o fato de um número considerável de estudantes completar o quadro dessa forma, ou seja, recorrendo ao número da coluna que o antecede, pode ter sido por distração, uma vez que o quadro dispõe de vários campos a fim de serem preenchidos. Ainda, em vários momentos, ao atendermos os estudantes em suas carteiras, recebemos a afirmação: *"ahhh, então se a regra é adicione três à entrada e o valor é N, então fica N+3!"*.

Por meio desta afirmação e das resoluções elencadas, podemos entender que há características de pensamento algébrico, uma vez que este pensamento

> [...] aborda o estabelecimento de relações matemáticas gerais, exprimindo-se em formas cada vez mais sofisticadas como as atividades de movimento e de visualização de padrões de geometria, número e medida para determinar as soluções para os problemas cada vez mais complexos. (BOOKER, 2009, p. 10, tradução nossa)

Dando sequência às investigações referentes às resoluções da tarefa cinco, os protocolos dos estudantes E. 16 e E. 17 merecem destaque, pois se diferenciam dos demais.



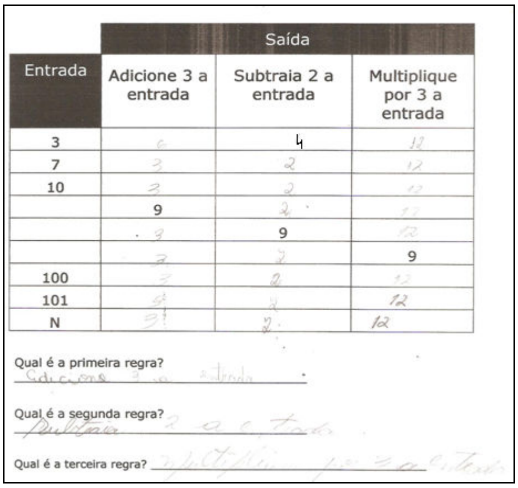
	Saída		
Entrada	Adicione 3 a entrada	Subtraia 2 a entrada	Multiplique por 3 a entrada
3	3	4	12
7	[illegible]	4	12
10	3	4	12
	9	4	12
	3	9	12
	3	4	12 9
100	3	4	12
101	3	4	12
N	3	4	12

Qual é a primeira regra?

Qual é a segunda regra?

Qual é a terceira regra?

Protocolo do participante E. 16- Tarefa 5



	Saída		
Entrada	Adicione 3 a entrada	Subtraia 2 a entrada	Multiplique por 3 a entrada
3	6	4	12
7	3	2	12
10	3	2	12
	9	2	12
	3	9	12
	3	2	9
100	3	2	12
101	3	2	12
N	3	2	12

Qual é a primeira regra?

Qual é a segunda regra?

Qual é a terceira regra?

Protocolo do participante E. 17- Tarefa 5

Como exposto, na primeira linha do quadro, esses estudantes demonstram aplicar às regras aos valores da coluna antecedente, como já explanado antes. No entanto, o padrão não segue no restante do quadro, de modo que apenas repetem os valores para as próximas linhas.

Considerando as análises, julgamos ser importante enfatizar que, mesmo um número elevado de resoluções não apresentaram generalizações para o valor de entrada "N" (trinta e uma resoluções), pois a maior parte completou com números ou então não completou, dezenove protocolos, ou seja, mais de cinquenta por cento demonstram um padrão ao concluírem o quadro. Igualmente, concordamos com Kieran (2004) ao afirmar que a manifestação do pensamento algébrico não requer necessariamente uma linguagem simbólica algébrica.

Conforme as análises realizadas, e considerando que estes estudantes foram alfabetizados recentemente, podemos afirmar que, de modo geral, estes não trazem sérios erros de gramática. Verificamos, em geral, erros de concordância. Também, cabe destacar que as tarefas presentes neste trabalho, não utilizam de uma linguagem simbólica algébrica, pois tendo em vista a etapa escolar dos participantes, estes não tiveram contato com este tipo de linguagem. Segundo Kieran,

> [...] pensamento algébrico pode ser interpretado como uma abordagem a situações quantitativas que enfatiza os aspectos gerais relacionados com ferramentas que não são necessariamente linguagem simbólica, mas que em última instância pode ser usado como apoio cognitivo à introdução da álgebra e para sustentar o discurso mais tradicional de álgebra escolar. (KIERAN, 1996, p. 275, tradução nossa)

Portanto, compete-nos concluir que esses estudantes investigados têm condições de lidar e de desenvolver aspectos relacionados ao pensamento algébrico, de modo que este pode ser desenvolvido antes de o estudante apresentar uma linguagem simbólica algébrica.

4. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta investigação partimos do objetivo de refletir sobre características do pensamento algébrico em uma tarefa aplicada a estudantes do Ensino Fundamental I, bem como responder a questão norteadora: que características de pensamento algébrico são manifestadas por estudantes do Ensino Fundamental I na resolução de tarefas contemplando esse pensamento?

Desse movimento interpretativo construímos sete agrupamentos e subagrupamentos no que diz respeito à tarefa quatro, e oito agrupamentos e subagrupamentos com relação à tarefa cinco. Sendo assim, a partir dessa classificação das resoluções dos estudantes e também de uma impregnação e análise dos dados compomos algumas inferências e interpretações, mediante os protocolos das trinta e cinco crianças que foram submetidas às investigações.

Diante das considerações apresentadas, podemos inferir que os participantes deste estudo evidenciaram características de pensamento algébrico por meio de suas resoluções. Em grande parte das resoluções verificamos que os participantes estabelecem relações e comparações entre as informações descritas na tarefa; produzem mais de uma representação para uma mesma situação-problema; desenvolvem algum processo de generalização; desenvolvem uma linguagem mais concisa ou sincopada ao

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

expressar-se matematicamente. Ainda que não apresentem uma linguagem simbólica algébrica, ou então resolvam as tarefas corretamente, os estudantes perceberam e tentaram expressar as estruturas aritméticas da situação-problema, assim como, descreveram seus processos de pensamento. Como descreve Kieran (2004), o pensamento algébrico pode ser desenvolvido antes de o estudante apresentar uma linguagem simbólica, de modo que esse pensamento compreende o desenvolvimento de formas de pensar, incluindo, por exemplo, analisar relações entre quantidades, perceber mudanças, observar estruturas, resolver problemas, etc.

5. Referências

ARAUJO, Elizabeth Adorno de. **Influências das habilidades e das atitudes em relação a matemática e a escolha profissional.** Tese de doutorado. FE – UNICAMP: Campinas/SP, 1999.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo.** Lisboa: Edições 70, 1977.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. 3 ed. Lisboa: Edições 70, 2004.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education,** v.36, n.5, p. 412-443, nov. 2005.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Qualitative Research for Education: an introduction for to theory and methods.** Boston: Allyn and Bacon, 1982.

BOOKER, G. **Algebraic thinking: generalizing number and geometry to express patterns and properties succinctly**. Teaching Primary Mathematics [Fourth Edition] Sydney: Pearson Education Australia, 2009, p. 10-21.

BRIZUELA, B.; SCHLIEMNN, A. ten-year-old students solving linear equations. **For the Learning Mathematics,** v.24, nº 2, 2004.

BRIZUELA, B. M. **Desenvolvimento matemático na criança**: explorando notações. Porto Alegre: Artmed, 2006.

CARPENTER, T. P.; FRANKE, M. L.; LEVI, L. **Thinking mathematically**: integrating Arithmetic & Algebra in Elementary School. Portsmouth, NH: Heinemann, 2003.

CARRAHER, D. W. et all. Arithmetic and algebra in early Mathematics Education. **Journal for Research in Mathematics Education** nº 37, v.2, p.87-115, Março, 2006.

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D.; SCHWARTZ, J. **Early algebra is not the same as algebra early**. In: KAPUT, J.; CARRAHER, D.; BLANTON, M. (Eds.), Algebra in the Early Grades. Mahwah, NJ: Erlbaum, 2007, pp. 235-272.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. I. P.; CRISTOVÃO, E. M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico.** Campinas: FE/Unicamp, 2005.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

KIERAN, C. The changing face of school algebra. In: ALSINA, C.; ALVAREZ, J.; HODGSON, B.; LABORDE, C., PÉREZ, A. (Eds.), **8th International Congress on Mathematical Education: Selected lectures** (pp. 271-290). Seville, Spain: S.A.E.M. Thales. 1996.

______. Algebraic thinking in the early grades: what is it? **The Mathematics Educator**, 2004, vol. 8, 139-151.

LINS, R. C.; KAPUT, J. The early development of algebraic thinking. In: STACEY, Kaye; CHICK, Helen. (Org.). **The future of the teaching and learning of algebra**. Dordrecht: Kluwer, 2004, p. 47-70.

NCTM. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar.** (1.ed. 2000) Tradução Portuguesa dos Principles and Standards for School Mathematics. 2. ed. Lisboa: APM, 2008.

Enviado em: 05-04-2012

Aceito em: 23-05-2012