Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Ensaios*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA ENSINAR: PAPEL DA PLANIFICAÇÃO E DA REFLEXÃO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Maria de Lurdes Marquês Serrazina[1]
Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Lisboa

Resumo

Neste ensaio discuto o conhecimento matemático para ensinar, em particular no caso do professor que ensina matemática nos primeiros anos de escolaridade, nomeadamente, o papel que a sequência planificação – ação – reflexão pode ter no desenvolvimento e consolidação desse conhecimento. Começo por discutir o que se espera do professor como professor de Matemática, ilustrando com exemplos concretos, que pretendem mostrar que não basta ao professor saber a Matemática que ensina, mas tem também de saber como a ensinar e como avaliar as aprendizagens que daí resultam. Discuto depois o papel da planificação da atividade letiva e da reflexão sobre a prática para o desenvolvimento do conhecimento profissional do professor. Relativamente à planificação é discutido o constructo “trajetória de aprendizagem” e as suas componentes, em especial as sequências de ensino e o papel do professor no seu desenvolvimento. A reflexão sobre a prática, tendo como referência a planificação realizada previamente, é fundamental neste processo. O ensaio termina com a apresentação e discussão de um caso, o da professora Maria, uma professora com uma larga experiência, formanda do Programa de Formação Contínua em Matemática, analisando, a partir do seu portefólio escrito, a planificação e correspondente reflexão sobre duas aulas num 2.º ano de escolaridade.

Palavras-chave: Conhecimento matemático para ensinar; Planificação; Reflexão; Práticas.

MATHEMATICAL KNOWLEDGE FOR TEACHING: THE ROLE OF PLANNING AND REFLECTION IN THE TRAINING OF TEACHERS

Abstract

In this paper I discuss the mathematics knowledge for teaching, particularly the case of the teacher who teaches mathematics in the early years of schooling,

[1] Professora coordenadora na Escola Superior de Educação de Lisboa. Doctor of Philophy em Educação Matemática pela Universidade de Londres (Reino Unido). Coordenadora do Programa de Formação Contínua em Matemática em Portugal (2005-2011). Experiência de orientação de dissertações de mestrado e de doutorado em Didáctica da Matemática. Experiência na formação de professores (inicial e continuada) desde 1977, em especial em Matemática e de professores dos anos iniciais. lurdess@esselx.ipl.pt

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Ensaios*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

specifically the role of the sequence planning – action – reflection may have in the development and consolidation of this knowledge. First I discuss what is expected of the teacher as a mathematics teacher, illustrated with concrete examples, which intend to show that for a teacher it is not enough to know the mathematics he/she has to teach, but also how to teach it and how to assess pupils' learning. Then I discuss the role of the planning of the class activity and the reflection about the practice to the development of teacher's professional knowledge. Relating to planning, the "learning trajectory" construct is discussed as well as its components, particularly the teaching sequences and the teacher's role in their development. The reflection on practice, with reference to the planning done in advance is essential to this process. The paper ends with the presentation and discussion of the case of teacher Maria, a teacher with a great teaching experience, graduated in the In-Service Teacher Training in Mathematics Program, analyzing, from her written portfolio, her planning and reflection about two classes in a second grade classroom.

Key-words: Mathematics knowledge for teaching; Planning; Reflection on practice.

CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA ENSINAR: PAPEL DA PLANIFICAÇÃO E DA REFLEXÃO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Ser professor sempre foi uma profissão complexa. Esta complexidade tem tendência a acentuar-se com a incerteza e imprevisibilidade que caracteriza este início do sécuclo XXI. Daí que a tarefa que se exige ao professor e, em especial ao dos primeiros anos de escolaridade, é cada dia mais exigente. Para a levar a cabo o professor necessita, para além de outras características, possuir uma formação sólida em diferentes áreas, nomeadamente na que se prende com o ensino da Matemática.

Que formação deve ter o professor para enfrentar todos os desafios que se lhe apresentam, é uma questão que tem merecido a atenção de muitos formadores e investigadores, e para a qual não existe uma resposta única. Pensando, em particular no conhecimento do professor que ensina Matemática nos primeiros anos de escolaridade, identificam-se, nas últimas décadas, muitos estudos sobre o tema, por exemplo, Ball, 1991, Rowland, 2008, Serrazina, 1999. Tem pois havido uma discussão aprofundada sobre que formação matemática e em ensino da Matemática um professor do ensino elementar deve ter. Se parece haver um relativo consenso sobre a necessidade de uma profunda formação matemática, esse consenso é mais difícil quanto ao modo de fazer essa formação.

Concordo com os que afirmam que o professor tem de ter oportunidades de viver experiências matemáticas do tipo das que se espera que proporcione aos seus alunos, pois só assim poderá cumprir uma das suas funções como professor de Matemática, a de fazer com que os seus alunos aprendam e apreciem a Matemática. Desta ideia resulta que, na formação de

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Ensaios*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

professores não basta pensar no que deve ser ensinado, é necessário também equacionar o como o ensinar.

Neste artigo discuto a questão do conhecimento matemático para ensinar interligado com os outros conhecimentos (didático, curricular, dos recursos, dos alunos e do contexto). Em particular, abordo a formação continuada de professores do ensino elementar e, em especial, o papel da planificação da atividade letiva e da reflexão sobre as práticas no desenvolvimento do conhecimento profissional do professor.

Conhecimento matemático para ensinar

Quando se fala em conhecimento do professor há acordo quanto ao ser indispensável saber os conteúdos matemáticos que tem de ensinar. No entanto, este conhecimento não é suficiente, para além de conhecer os conteúdos a ensinar, é também necessário ao professor saber como ensiná-los.

Ball e Bass (2003) enunciam um conjunto de aspetos que se espera que o professor que ensina Matemática tenha em conta e que são, nomeadamente:

(i) encontrar explicações corretas do ponto de vista da matemática mas que sejam compreendidas pelos seus alunos. É sabido que o conhecimento que o professor possui não pode ser "passado diretamente" para os seus alunos. O professor tem de "desmontar" o conhecimento matemático, isto é torná-lo acessível, de modo que os seus alunos o possam compreender. Por exemplo, o professor tem a noção de número, mas para que os seus alunos possam adquirir esta noção têm de recorrer a contagens de objetos concretos, comparar o número de elementos de diferentes grupos, ordená-los, estabelecer classes de conjuntos equicardinais, etc. Outro exemplo, o professor domina o algoritmo da divisão na sua forma mais simplificada, mas quando o vai ensinar aos seus alunos precisa de apelar aos diferentes aspetos nele contidos, nomeadamente o valor de posição na escrita dos números, a decomposição dos números no sistema de numeração decimal, a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e a propriedade distributiva à esquerda da divisão relativamente à adição. Deste modo, e se houver um domínio dos procedimentos de cálculo no que se refere à subtração e à multiplicação, o algoritmo pode fazer sentido para quem o está a aprender.

(ii) utilizar definições matemáticas adequadas e compreensíveis. Um professor tem de perceber o que é essencial numa definição e ser capaz de fazer uma análise crítica do que encontra nos livros de texto. Por exemplo, quando um manual propõe como definição de polígono:

> *Uma forma bidimensional fechada cujos lados são segmentos de reta.*

Se aceitarmos esta definição todas as figuras representadas na figura 1 são polígonos.

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Ensaios*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

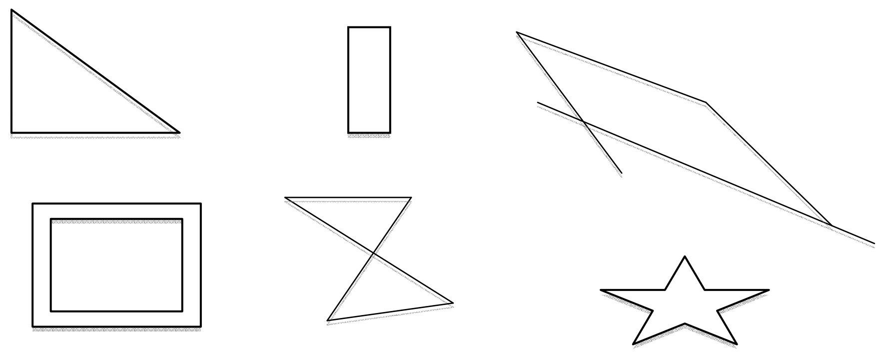

Figura 1: Quais das figuras representam polígonos?

Com os alunos o professor pode construir uma definição de polígono, de modo a que faça sentido:

> *Uma superfície plana limitada por uma sequência de três ou mais segmentos de recta, cada um terminando onde o outro começa, terminando o último onde o primeiro começa. Excepto os vértices os segmentos de recta não têm mais nenhum ponto em comum.*

O professor tem de avaliar, arranjar exemplos e contra-exemplos, de modo a chegar a uma definição que seja adequada e compreensível. Na sua construção deve ter em atenção que as definições têm de ser baseadas em ideias já definidas e compreendidas pelos seus alunos. Neste caso devem estar familiarizados com termos como: "segmentos de reta", "extremos de um segmento de reta" "pontos comuns a dois segmentos de reta", pois se uma definição inclui termos que o aluno desconhece ela perde toda a utilidade. Assim, é fundamental que o professor conheça as definições, mas também tenha a sensibilidade necessária para compreender quando e como as pode trabalhar com os seus alunos.

Outro exemplo, não basta ao professor saber que um número par é um número que é múltiplo de 2 e que se pode representar por $2n$ e um número ímpar é todo o número que se pode representar na forma $2n+1$, é preciso que seja capaz de perceber como pode levar um aluno do 1.º ano de escolaridade a compreender quando é que um número é par ou ímpar. Assim, para além de saber as definições de modo correto, precisa de perceber como adequá-las a uma determinada etapa do percurso escolar das crianças.

(iii) representar ideias matemáticas de diferentes formas, fazendo a correspondência entre as representações concretas, icónicas e simbólicas. Ensinar implica usar representações. No início da escolaridade é normal e muitas vezes desejável, utilizar material manipulável para tarefas de contagem, que progressivamente vai sendo substituído por representações icónicas e mais tarde apenas pelo registo simbólico. Por exemplo, para a noção de par ou ímpar podem ser usadas molduras do 10. Mais tarde, uma representação

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Ensaios*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

possivel para introduzir o algoritmo da multiplicação é desenhar em papel quadriculado um retângulo cujas dimensões são os números para os quais se quer calcular o produto e verificar que esse produto é a área do retângulo. Decompor cada um dos números em dezenas e unidades e determinar as diferentes áreas dos diferentes retângulos. Cada uma destas áreas corresponde a um produto parcial. Deste modo, está também a estabelecer conexões entre as várias areas da Matemática, neste caso entre os números, a geometria e a medida. Esta forma pode posteriormente ser simplificada, repetindo o processo, utilizando um retângulo e respetivas decomposições, já não sendo necessário estar desenhado em papel quadriculado (ver figura 2 para o cálculo de 13 x 24). A partir desta representação pode caminhar-se na construção do algoritmo da multiplicação.

	20	4
10	200	40
3	60	12

$$\begin{array}{r} 24 \\ \underline{\times 13} \\ 12 \\ 60 \\ 40 \\ \underline{200} \\ 312 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 24 \\ \underline{\times 13} \\ 72 \\ \underline{240} \\ 312 \end{array}$$

Fig.2: Representações de 13 x24

(iv) interpretar e julgar do ponto de vista matemático e didático as questões, as resoluções, os problemas e as observações dos alunos (quer os previsíveis quer os não previsíveis). O professor tem de interpretar as respostas dadas pelos alunos, daí a importância de, ao planificar a sua atividade letiva, pensar nas respostas possíveis que os alunos podem apresentar para determinada tarefa. Mesmo tendo esse cuidado, o professor é por vezes surpreendido por respostas que não esperava e às quais também é necessário responder.

Por exemplo, nas resoluções dos alunos representadas na Figura 3. A questão que se coloca ao professor é não só o de perceber se todas as resoluções estão corretas e todas são generalizáveis, mas também a de conseguir discuti-las com os alunos de modo que as compreendam.

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Ensaios*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

Aluno A	Aluno B	Aluno C
35	35	35
×25	×25	×25
125	175	25
+75	+700	150
875	875	100
		+600
		875

Figura 3: Diferentes resoluções dos alunos (adaptado de Ball & Bass, 2003)

(v) ser capaz de responder às questões e curiosidades matemáticas dos seus alunos. Responder às questões dos alunos de imediato é outro desafio que o professor enfrenta. O professor não tem de dar a resposta no momento, mas tem de a procurar dá-la em tempo útil.

(vi) avaliar a qualidade matemática dos materiais de ensino disponíveis e modificá-los quando o considerar necessário. A panóplia de materiais disponíveis, nomeadamente na Internet, é cada vez maior. O professor tem de ter capacidade para selecionar com espírito crítico quais os materiais que vale a pena usar ou não. Em Portugal, uma das tarefas que se coloca aos professores é a de avaliar e selecionar o manual escolar (o livro de texto), a adotar pela escola e que ele virá a utilizar com os seus alunos.

(vii) ser capaz de fazer boas perguntas e apresentar bons problemas de matemática aos seus alunos de modo que estes progridam na sua aprendizagem matemática. O tipo e a qualidade das perguntas que o professor consegue fazer aos seus alunos é um fator determinante do ambiente de aprendizagem que lhes proporciona. O professor não pode fazer apenas perguntas de confirmação, mas deve conhecer a importância de outros tipos de perguntas, nomeadamente as de focalização e de inquirição (PONTE e SERRAZINA, 2000). Bons problemas de matemática são aqueles que despertam nos alunos a vontade de os resolver e que permitem o desenvolvimento do seu conhecimento matemático.

(viii) avaliar as aprendizagens matemáticas dos alunos e tomar decisões sobre como continuar o seu ensino. O processo de avaliação é um processo continuo, pois novas tarefas devem ser propostas a partir da avaliação daquelas que entretanto foram resolvidas e tendo em conta a forma como foram resolvidas.

Acresce que o professor ao ensinar não se pode limitar a introduzir cada um dos tópicos "desgarrados" dos outros, mas tem de estabelecer conexões entre os vários domínios da matemática e relacionar o que os alunos já sabem com aquilo que vão aprender, não esquecendo aquilo que irão aprender no futuro. Por exemplo, ao trabalhar a noção de área, o

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Ensaios*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

professor pode começar por estabelecer conexões entre geometria e aritmética, como já referido, levando os alunos a compreender, por exemplo, que 15 x 18 representa 15 grupos de 18 objetos, mas que este produto também pode ser representado por um retângulo de 15 por 18 quadradinhos, e que, por sua vez, aquele produto representa a área do retângulo. Esta ideia de disposição retangular pode ainda ser usada para mostrar que 15 x 18 = 18 x 15, isto é a propriedade comutativa da multiplicação. E mais tarde, pode ajudar os alunos a compreenderem o significado de $x^2 + y^2$ e a perceberem que é diferente de $(x + y)^2$.

Para além de conhecer a matemática que ensina, o professor tem de conhecer o currículo a ensinar, não se limitando ao conhecimento do ano/ciclo onde está a trabalhar. Deve possuir uma visão global do currículo a ensinar no ensino fundamental e um conhecimento aprofundado do ciclo de ensino em que trabalha, de modo a que conheça como as ideias matemáticas se vão ampliando e como as relacionar. Por exemplo, muitas vezes aquando da introdução da subtração, no conjunto dos números naturais é incutida nos alunos a ideia que “não se pode subtrair um número mais pequeno de um maior”. Esta afirmação, verdadeira naquele conjunto numérico, pode causar perturbações quando o conjunto numérico passa a ser o dos inteiros, podendo dar origem a uma conceção errada. Um professor consciente da situação deve evitar incutir aquela ideia, como ideia-chave, aos seus alunos, apesar de ser válida no conjunto numérico onde está a trabalhar naquele momento.

Outra ideia, que por vezes os alunos interiorizam, é a de que “multiplicar dois números dá sempre um número maior”, que, mais uma vez, é válida no conjunto dos números naturais, mas que deixa de ser uma verdade universal quando se passa ao conjunto dos números racionais. Estas “frases-chave”, quando memorizadas como verdades pelos alunos, podem vir a transformar-se, posteriormente, em conceções erradas que estes usam de modo inconsciente quando o conjunto numérico é alargado.

É ainda função do professor ouvir os alunos, explicar-lhes sempre que necessário, observar o trabalho que fazem e avaliá-lo. Tem também de escolher os modelos e os exemplos que considera mais adequados à situação que está a ser vivida na sala de aula. Para o professor exercer de modo consciente esta função tem de ter uma profunda compreensão da matemática que ensina e conhecer um leque alargado de recursos e materiais.

Para que o professor possa desempenhar os papéis explicitados antes é necessário que a sua formação seja pensada tendo em conta que, neste caso interessa o que se ensina, mas também o como se ensina, ou dito de outro modo, na formação de professores é importante o que estão a aprender mas também como o estão a aprender. Como referido, vários autores reconhecem que os professores têm, eles próprios de viver experiências matemáticas ricas, do tipo das que se espera que proporcionem aos seus alunos e que para eles constituam um desafio intelectual. Assim, a formação deve envolver um processo de reflexão questionando as crenças e concepções dos professores envolvidos, de modo a aprofundar o seu conhecimento matemático, didático e curricular. Isto porque, o conhecimento profissional do professor, em particular o seu conhecimento didático e matemático desenvolve-se essencialmente através da reflexão antes da ação, durante a ação e pós-ação (SCHON, 1983) sobre as situações concretas e reais de ensino, que permitam analisar e identificar os fatores de sucesso, bem como a origem das dificuldades encontradas, tendo em conta as intenções e objetivos com que a ação educativa foi planificada. Assim, é na prática que os professores em formação podem fazer a integração dos diferentes vetores da competência profissional, nomeadamente quando trabalham sobre a preparação e lecionação das aulas.

Planificação

No contexto acima referido, o professor ao trabalhar na sua preparação do ensino da Matemática, deve: (i) ter presente o currículo de Matemática que tem de ensinar; (ii) identificar a matemática essencial e pertinente para trabalhar com os seus alunos naquele momento; e (iii) exigir rigor matemático, no quê e no como. Como consequência, o professor tem de selecionar/adaptar tarefas com critério, ter uma visão crítica sobre os recursos, nomeadamente os manuais escolares, pensar estratégias da aula tais como materiais a utilizar, mas também, por exemplo, formas de representação a promover, exigir rigor nessas representações, não esquecendo o nível etário dos alunos com quem está a trabalhar.

A consecução dos propósitos anteriormente definidos está intimamente ligada à planificação que o professor faz do seu ensino e ao nível de aprofundamento que coloca na mesma. Ao planificar o professor confronta-se muitas vezes com um dilema natural, dada a sua função, por um lado deseja transmitir com sucesso os conteúdos curriculares aos seus alunos, e que estes os dominem, por outro tem o desejo de se deixar guiar pelo modo como se aprende, pelas necessidades e possibilidades do aluno em causa (WOOD, 1997). Este dilema leva Kraemer (2008) a afirmar que "planificar é uma das tarefas mais difíceis do professor" (p. 4). Para este autor, "o professor deve procurar que os alunos dominem, num determinado momento, os conteúdos do programa, mas tendo em conta a sua maneira de aprender a matemática nos diferentes domínios, e também as possibilidades e necessidades de cada um:" (p.5).

Assim, para este autor, planificar as aprendizagens transforma-se em:

> (i) determinar o que é que os alunos podem aprender num determinado momento, a partir daquilo que eles já sabem e já fazem (conteúdos matemáticos a aprender);
> (ii) selecionar e/ou criar tarefas e encadeá-las umas nas outras de tal maneira que os alunos possam atingir os objetivos que o professor fixou para eles;
> (iii) explicitar aquilo que os alunos vão descobrir/aprender nestas condições e como o vão fazer. (Kraemer, 2008, p. 5).

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Ensaios*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

Cada professor ao planificar, utiliza as suas referências ou seja a sua concepção sobre o que é ensinar e aprender matemática, o seu conhecimento da matemática que ensina, designadamente, dos seus conteúdos, das trajetórias e modelos presentes nos livros que utiliza, o seu conhecimento daquilo que os alunos sabem e da sua maneira de aprender nos diferentes domínios do currículo.

Como já referido não é uma tarefa fácil, pois um dos problemas centrais no ensino da matemática é a tensão entre a abertura às ideias próprias dos alunos, aos seus raciocínios e a obrigação de trabalhar segundo metas finais definidas (GRAVEMEIJER, 2004). O professor deve ter em mente a relação entre como é o pensamento e a aprendizagem do aluno quando se envolve na realização de uma dada tarefa e a meta de aprendizagem definida. É neste sentido que Simon (1995) fala em trajectória hipotética de aprendizagem, segundo a qual o professor analisa as reacções dos alunos à luz dessa trajectória verificando se corresponde ao que inicialmente definiu. Trata-se de um constructo teórico, oriundo da investigação que integra três aspetos-chave: os objetivos de aprendizagem definidos pelo professor para os alunos, o conjunto de tarefas que correspondem ao plano de atividades do professor para as atividades de aprendizagem dos alunos e a hipótese do professor sobre como os alunos vão pensar e aprender nestas condições (Figura 4). A designação de hipotética vem exatamente de ser uma hipótese que só se tornará real depois de realizada e a trajetória real pode ou não coincidir com o que foi delineado previamente.

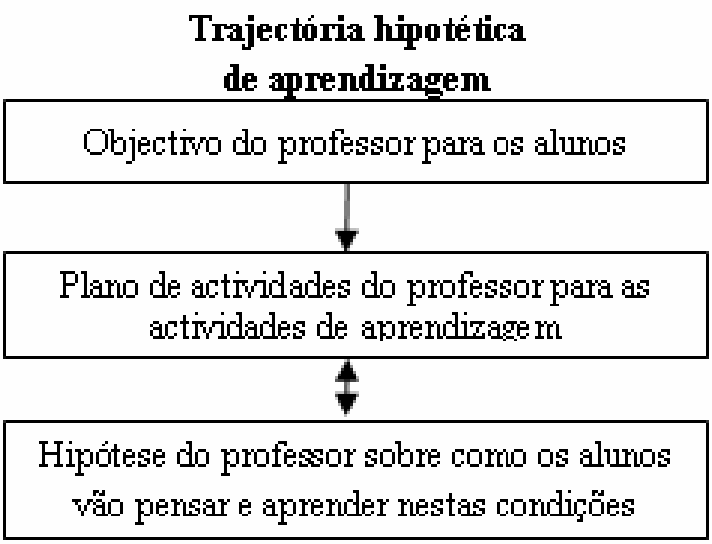

Fig 4. Trajetória hipotética de aprendizagem (SIMON, 1995)

Assim, ao definir uma trajetória de aprendizagem para trabalhar um determinado tópico, o professor começa por procurar resposta para as seguintes questões: Que objetivo? Por onde começar? Qual o caminho a seguir? A que queremos chegar? Mais especificamente definir uma trajetória de aprendizagem pressupõe ter presente:

> *objetivo*, isto é, um aspecto ou um tópico matemático que os alunos devem aprender, normalmente retirado do currículo oficial;
> *uma progressão no desenvolvimento*, ou percurso de aprendizagem, através do qual os alunos se movem nos níveis de pensamento e desenvolvem compreensão e competência num dado tópico matemático escolhido;
> *o ensino*, expresso num conjunto de tarefas, que ajuda os alunos a caminharem através daquele percurso, que normalmente se concretiza numa ou em várias sequências de ensino (SERRAZINA e OLIVEIRA, 2010).

A ideia de apresentar sequências de ensino aparece em contraponto com a de apresentação de tarefas individualizadas e, muitas vezes isoladas, para trabalhar determinado tópico. A este propósito, Gravemeijer (2004) sublinha que no desenho de tarefas é necessário ter em conta que estas devem proporcionar a transição de modos habituais de raciocínio dos alunos para modos mais avançados de raciocínio matemático. Neste sentido, é importante (re)pensar o ponto de partida sempre que se elaboram tarefas matemáticas.

Ainda para Gravemeijer, desenvolver uma sequência de ensino passa por três fases:

(i) desenvolver um desenho preliminar, isto é, a clarificação das metas de aprendizagem, a elaboração das sequências de tarefas e respectivos recursos, e um processo de aprendizagem conjecturado (trajectória hipotética de aprendizagem), que antecipe como o pensamento dos alunos pode evoluir quando se trabalham as tarefas em sala de aula.

(ii) concretizá-lo em sala de aula, consiste na aplicação de uma dada sequência de tarefas, em que cada nova aplicação possibilita uma revisão, podendo deste modo desenvolver-se uma teoria de ensino enraizada em resultados empíricos locais (GRAVEMEIJER, 2004). Este processo de vaivém de experimentação valoriza o facto das conjeturas poderem ser alteradas de acordo com o raciocínio dos alunos e as aprendizagens realizadas em sala de aula.

(iii) realizar uma análise retrospetiva. Resultante do processo interactivo cumulativo entre a elaboração das tarefas (sequências) e os dados empíricos que foram recolhidos, analisa-se e reflecte-se sobre as tarefas que na sequência influenciaram as compreensões dos alunos.

A sequência de ensino acompanha a reconstrução do conjunto das tarefas que foram pensadas para constituir, à partida, a sequência de ensino efetiva.

Para Serrazina e Oliveira (2010) em todo este processo o professor não pode estar sózinho, deve estar integrado numa equipa que

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Ensaios*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

elabora sequências de ensino assente numa teoria de ensino local conjeturada, concretiza em sala de aula e analisa e reflete com vista à reelaboração dessa sequência.

> As comunidades profissionais são fundamentais na sustentação do processo por criarem um ambiente propício à partilha de conhecimento sobre o pensamento matemático dos alunos e à construção de sequências de tarefas matemáticas conducentes a um ensino efectivo e, também, por permitirem a construção de um suporte social e emocional para lidar com a incerteza (SERRAZINA e OLIVEIRA, 2010, p. 56).

A experiência de formação continuada realizada em Portugal nos últimos seis anos (SERRAZINA, CANAVARRO, GUERREIRO, ROCHA, PORTELA & SARAMAGO, 2005), mostra a mais-valia da prática supervisionada prevendo a elaboração prévia da planificação da aula, o acompanhamento em sala de aula pelo formador e momentos de reflexão quer individual – o professor e o formador, imediatamente a seguir à lecionação, quer em grupo – o professor, o formador e o conjunto dos outros professores do grupo na sessão de formação em grupo. A organização da formação previa que os professores pudessem trabalhar em colaboração e cooperação[2]

Um dos aspetos cruciais deste programa de formação foi a vivencia do processo reflexão – planificação - experimentação e reflexão, partindo da reflexão sobre os conteúdos a ensinar para a planificação da ação. A planificação iniciava-se na sessão de formação em grupo e era muitas vezes continuada, via correio eletrónico, em diálogo com o formador. Durante o ano letivo existiam pelo menos quatro aulas acompanhadas pelo formador, cuja planificação devia ser discutida com ele previamente. No final do ano letivo, o professor entregava um portefólio reflexivo, onde incluia pelo menos duas das planificações, bem como registos das produções dos alunos, do *feedback* dado pelo professor e da reflexão sobre as suas aprendizagens, bem como as dúvidas e ansiedades que lhe surgiram e como as tentou ultrapassar.

Práticas e reflexão

Ao trabalhar na lecionação da Matemática o professor tem de (i) dar sentido e valor à Matemática, (ii) preocupar-se com a compreensão da Matemática, apostar na comunicação escrita e oral e sobretudo ouvir os alunos, (iii) valorizar os raciocínios dos alunos, olhando os processos desenvolvidos por estes, (iv) estruturar progressivamente o pensamento matemático, (v) considerar o erro e explorar as suas razões e (vi) reconhecer e aproveitar capacidades evidenciadas pelos seus alunos.

Mas também no pós-lecionação, ao refletir sobre o ensino da Matemática o professor tem de (i) interrogar-se sobre as aprendizagens

[2] A formação organizava-se em grupos de 8 a 10 professores e previa sessões de formação em grupo e sessões de acompanhamento na sala de aula do professor formando.

matemáticas realizadas, ou não, pelos seus alunos, (ii) compreender a importância das decisões que tomou no decorrer da aula e quais as suas consequências nas aprendizagens dos alunos, (iii) reconhecer surpresas que eventualmente aconteceram na aula e tentar compreendê-las, (iv) identificar aspetos que dificultaram o seu ensinar, (v) assumir as suas fragilidades e procurar superá-las, e (vi) adquirir uma atitude profissional inquiridora e confiante.

No Programa de formação referido anteriormente, a ação desenrola-se na sala de aula e durante o decorrer dessa ação há momentos de reflexão, que conduzem a ajustamentos pontuais da prática, por vezes com a intervenção do formador. Após a ação existe um primeiro momento de reflexão sobre a ação com o formador, que esteve presente na aula, os aspetos fundamentais dessa reflexão são posteriormente levados ao grupo de formação onde é feita uma reflexão sobre a reflexão na ação.

A presença de um outro profissional na sala de aula, neste caso o formador que acompanha o desenrolar da aula e tem um olhar crítico sobre as práticas revelou-se crucial. O professor manifesta abertura para partilhar a sala de aula e discutir as aprendizagens matemáticas dos alunos, seus fatores de sucesso ou insucesso, nomeadamente os que têm a ver com a ação do próprio professor.

Apresento o caso da Professora Maria, uma formanda do Programa de Formação Contínua, para ilustrar o papel que teve a elaboração da planificação e a posterior reflexão no enriquecimento do conhecimento do professor. Os dados apresentados foram retirados do seu portefólio reflexivo, apresentado no final da formação.

Professora Maria. Maria lecciona o 2.º ano de escolaridade numa turma que inclui alunos com dificuldades de aprendizagem. Maria refere que decidiu frequentar a formação pelo facto de existir um novo Programa de Matemática para o Ensino Básico, que iria entrar em vigor no ano seguinte. Esperava que após a frequência da mesma estivesse "mais preparada para trabalhar com os alunos no sentido de lhes proporcionar uma aprendizagem coerente que lhes permita compreender e construir os conceitos fundamentais da Matemática" (Portefólio, p. 3). Esperava ainda "adequar as práticas às necessidades reais dos alunos, de forma a melhorar o seu interesse e aprendizagens" (p.3). Ainda no portefólio reconhece que a formação constituiu uma mais-valia para ela e para os seus alunos e que estes mostraram um novo interesse, conhecimento e raciocínio, em especial aqueles alunos que participavam menos.

Maria apresenta no seu portefólio a planificação de uma primeira aula do tópico Operações com números naturais, subtópico Multiplicação – a tabuada do 2. Contextualiza a aula dizendo que antes os alunos realizaram atividades preparatórias que envolveram a adição, em especial a adição de parcelas iguais, a utilização do sinal *x*, a representação de quantidades em linhas e colunas, contagens de 2 em 2, a decomposição de números e a observação de regularidades nas contagens e na adição de números iguais. Define depois o tema, tópico, subtópico e objetivo, a exploração de "forma

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Ensaios*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

lúdica de situações problemáticas que conduzam à descoberta da multiplicação, nomeadamente a tabuada do 2, a partir da adição de parcelas iguais, ou seja, compreender a multiplicação nos sentidos aditivo e combinatório”

Decide que a apresentação da tarefa é feita através de material de contagem e registos na folha de trabalho. Sobre a Exploração da tarefa escreve na sua planificação:

> - Distribuição da 1ª folha com a situação problemática proposta e o material necessário à sua resolução (saquinhos com as sementes de anona). Cada grupo fará os seus registos na folha e no final partilharão a resposta encontrada com todos os grupos. A situação problemática é a mesma mas as adições e fatores da multiplicação são diferentes em todos os grupos. O resultado é o mesmo em todos os grupos mas obtidos de formas diferentes. Debater-se-ão as conclusões dos grupos no final.
> - Distribuição da 2ª folha de trabalho com o esquema da tabuada do 2, apenas com espaços em branco e com as cores de cada grupo. Cada grupo preenche os espaços com as parcelas e fatores trabalhados. No final obtém-se a tabuada completa com a colaboração de todos.
> - Distribuição da 3ª folha a cada aluno para registo individual da tabuada do 2, consolidando-se assim a aprendizagem realizada.
>
> (Portefólio, p. 6)

Na planificação prevê ainda os aspetos que quer discutir na aula:

- Contagem de 2 em 2
- Regularidades na tabuada do 2 até ao 10
- Regularidades depois do 10

Prevê também algumas estratégias dos alunos e escreve:

> Alguns dos alunos irão usar desenhos na realização da actividade nº 3, outros, penso que a maioria, irá utilizar o algoritmo da adição.

Prevê ainda que a maior dificuldade dos alunos verificar-se-á na explicação da atividade 3, como fizeram para encontrar o total.

Na reflexão sobre a aula começa por referir a anterior sessão de formação em grupo, que considera ter sido muito útil para ela e explica:

> Até então, nunca tinha pensado nestes diferentes aspectos de sentido da multiplicação. Classificar a multiplicação como uma adição repetida, como uma estrutura rectangular, como uma relação de comparações ou como estrutura combinatória, foi surpreendente e entusiasmou-me a trabalhar com os alunos e de lhes transmitir o que acabara de compreender. (Portefólio, p. 7)

Sobre a forma como conduziu a aula refere:

> [...] dado o hábito de se dizer a tabuada, durante tanto tempo começando sempre pela quantidade e não pelo número de vezes que esta se repete, levou-me a dizer em voz alta, juntamente com os alunos, de forma errada. Expliquei-lhes mais tarde o motivo deste erro o que aproveitei para referir ”a propriedade comutativa da multiplicação”, mas fazendo sempre referência ao significado dos números, o 1º é o número de vezes que se repete o 2º (Portefólio, p. 7).

Sobre o material usado reconhece que ao utilizar muitos sacos de plástico, isso não facilitou nem deu uma boa visão do que pretendia mostrar.

> Deveria talvez ter usado sacos diferentes ou outro material para colocar o total dos 10 sacos com as sementes (portefólio, p. 8)

Sobre a reflexão com a formadora refere as sugestões apresentadas e discutidas para a continuidade do trabalho, por exemplo, registos em cartazes grandes com a tabuada ao lado dos cartazes com as sementes. Outra sugestão a de fazer novas explorações do envelope que cada aluno tinha recebido (esse envelope tinha 10 sacos com 2 sementes cada) e pedir-lhes para, por exemplo, retirarem os sacos que representam 12, isto é, 6 sacos e registarem a situação, quer na sua forma aditiva, quer na multiplicative, 2+2+2+2+2+2 = 6 x 2 = 12. E continuar este processo com outros números.

A professora termina a sua reflexão sobre a aula com a seguinte afirmação:

> Esta atividade foi quase que “experimental” para mim, pois nunca tinha trabalhado a multiplicação desta forma. Reconheço que o interesse e a motivação dos alunos foram muito maiores do que quando, noutros anos, usei outras estratégias. Pelo sucesso mostrado pelos alunos será uma prática a continuar (Portefólio, p. 8).

O portefólio de Maria inclui outra aula, que vem na sequência da anterior. Na contextualização da atividade, Maria escreve:

> Na sequência da aula anterior sobre a tabuada do 2, é agora oportuna a introdução do dobro. Esta noção será um passo para a tabuada do 4 que se encontrará com a descoberta dos dobros da tabuada do 2. Para isso houve já um bom treino com as contagens de 2 em 2, 3 em 3, 4 em 4, … (Portefólio, p. 9)

Maria sente necessidade de integrar a planificação da sua aula numa sequência de ensino, contextualizando a aula, na sua planificação mais alargada, escrevendo que na aula anterior tinha trabalhado a tabuada do 2 e

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Ensaios*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

introduzido a noção de dobro para preparar a construção da tabuada do 4 a partir da do 2. Indica ainda que decidiu introduzir a tarefa utilizando cubos de encaixe, construindo torres com os cubos. A exploração da tarefa consiste em levar os alunos a estabelecerem relações entre as torres, de modo a concluirem que cada torre é o dobro da anterior. Introduz depois aquilo que designou por "Máquina dos números", onde cada número é transformado no seu dobro. A máquina é colocada no quadro e é feito o convite aos alunos para descobrirem qual a regra que a máquina usou para a saída daqueles números.

Ainda na planificação, Maria prevê algumas questões para discussão na sala de aula, designadamente a relação entre a tabuada do 2 e a adição de números naturais, efetuando a partir daqui contagens, inicialmente de 2 em 2, depois de 3 em 3 e posteriormente de 4 em 4. Prevê um conjunto de problemas ou situações do dia a dia para os alunos resolverem após o exercício de contagem, explicitando que esta resolução é feita livremente pelos alunos, sendo posteriormente discutida na sala de aula. Os alunos devem ser capazes de explicitar o seu pensamento e de explicar aos colegas a sua resolução.

Maria mostra alguma perplexidade com a forma como alguns alunos podem vir a manipular o material, nomeadamente se o vão utilizar apenas "para brincar", podendo resolver a tarefa corretamente. Expressa a sua preocupação pois receia que alguns dos seus alunos tenham "dificuldade em deixar de brincar" e sobre a dificuldade, que pensa os seus alunos vão ter, de fazer a representação das torres com cubos em papel quadriculado, implicando passar de uma representação tridimensional para o plano

Ao refletir sobre a aula escreve,

> Na aula sobre o dobro e o quase dobro, que os alunos resolveram com relativa facilidade, depois de saberem os dobros, escrevem, por exemplo, "o 9 é quase dobro de 4 porque é 4+4+1; 11 é quase dobro de 5 porque é 5+5+1, ...". Esta noção, completamente nova para mim, foi motivadora e esclarecedora (Portefólio, p. 10).

Refere ainda que a partir da tabuada do 2, pretendeu que os alunos fizessem torres, em que cada uma tinha 2 vezes o tamanho da anterior, para que o conceito de dobro sugisse:

> A manipulação dos cubos foi entusiasmante para os alunos, tendo a concretização sido muito importante para a perceção da ideia de dobro e quase-dobro, aproveitando a aprendizagem da tabuada do 2, pretendi que os alunos construíssem torres em que cada uma tinha 2 vezes o tamanho da anterior para que surgisse o conceito de dobro. A máquina dos números, a discussão oral e o registo escrito das tarefas foram fundamentais (Portefólio, p. 10).

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Ensaios*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

A reflexão feita com a formadora sobre a aula levou a que percebesse a importância de trabalhar os dobros sucessivos como ponto de partida para a tabuada do 4 e a partir desta a tabuada do 8.

> [...] consciencializei a importância de trabalhar com os alunos os dobros sucessivos, como ponto de partida para a aprendizagem das tabuadas do 4 e do 8. Deste modo compreendem que, se 4=2x2 e 8=2x2x2, assim a tabuada do 4 pode construir-se a partir da tabuada do 2. A do 8 a partir da do 4..., Ex: 4x5 = 2x(2x5)= 2x 10 = 20 (Portefólio, p. 11).

Referindo ainda que,

> [...] embora com todos estes anos de experiência nunca tinha encarado o trabalho das tabuadas deste modo. Costumava tabalhá-las isoladamente, uma de cada vez (Portefólio, p. 11).

Maria experimentou com os seus alunos uma nova forma de ensinar as tabuadas e a reação deles levou-a a concluir que conseguiu um maior envolvimento e consequentemente uma melhor aprendizagem. O facto de na planificação ter previsto que poderiam surgir algumas dificuldades fez com que tivesse um cuidado especial na forma como apresentou as propostas de trabalho e que estas resultassem em novas aprendizagens.

Maria conhecia bem as tabuadas e tinha uma longa prática de as ensinar. No entanto, ensinava-as de forma isolada e sem as relacionar entre si. O ter sido incentivada a estabelecer relações, que fizeram sentido para ela, levou-a a querer experimentar com os seus alunos e concluir que este modo de aprender fazia sentido também para eles.

Considerações finais

Conhecimento matemático envolve ser capaz de conversar sobre a Matemática, não apenas descrever os passos para fazer um algoritmo, mas também explicitar os juízos feitos, os significados e razões para certas relações e procedimentos. Por exemplo, o ser capaz de compreender e discutir as relações entre as tabuadas, mas também analisar se um dado algoritmo pode ou não ser generalizado, ou ainda quando é que uma definição faz sentido e é compreendida.

Para que na sala de aula o Professor e os alunos conversem sobre a Matemática, não apenas descrevam os passos que fizeram, mas explicitem os juízos feitos, os significados e razões para certas relações e procedimentos, é necessário que antes o professor tenha oportunidade de equacionar os possíveis aspetos que poderão surgir, isto é trabalhar na planificação da atividade letiva, desejavelmente com os seus pares em trabalho colaborativo.

Como refere Ball (1991), os professores dos primeiros anos precisam de ter uma compreensão profunda da matemática que ensinam que

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Ensaios*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

não se limite a um conhecimento tácito do tipo saber fazer, mas que se traduza num conhecimento explícito. O professor precisa de oportunidades para construir situações de aprendizagem, experimentá-las com os seus alunos na sala de aula e refletir sobre essas experiências.

Para que isso aconteça os professores têm, eles próprios, de ser envolvidos em experiências de aprendizagem de modo que experimentem o conhecimento e a "vivência pessoal" dos processos e da natureza da actividade matemática.

Referências bibliográficas

BALL, D. Research on teaching mathematics: making the subject-matter knowledge parto f teh equation. In: BROPHY, J. (Ed.), **Teachers' knowledge of subject matter as it relates to tehir teaching practice** (pp. 11-48). Greenwich: JAI Press, 1991.

BALL, D. & BASS, H. Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In: DAVIS, B. & SIMMT, E. (Eds.), **Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics education Study Group** (pp. 3-14). Edmonton, AB: CMESG/GCEDM, 2003.

GRAVEMEIJER, K. Local Instruction Theories as Means of Support for Teachers in Reform Mathematics Education. In: ENGLISH, L. D. (Ed.), **Mathematical Thinking and Learning** (p. 105-128). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, 2004.

KRAEMER, J. M. Desenvolvendo o sentido do número: cinco princípios para planificar. In: BROCARDO, J., SERRAZINA, L. & ROCHA, I. (Org.). **O Sentido do Número:** reflexões que entrecruzam teoria e prática (p. 3-28). Lisboa: Escolar Editora, 2008.

PONTE, J. P. & SERRAZINA, L. **Didáctica da Matemática do 1º ciclo**. Lisboa: Universidade Aberta, 2000.

ROWLAND, T. Researching teachers' mathematics disciplinary knowledge. In: SULLIVAN, P. and WOOD, T. (Eds.) **International handbook of mathematics teacher education: Vol.1.** Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development (pp. 273-298). Rotterdam, the Netherlands: Sense Publishers, 2008.

SCHON, D. A. **The reflective practioner:** how profissionals think in action. New York: Basic Books, 1983.

SERRAZINA, L. Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em Matemática num contexto de reforma curricular no 1.º ciclo. **Quadrante, 8***,* 139-167, 1999.

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Ensaios*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

SERRAZINA, L. & OLIVEIRA, I. Trajectória de aprendizagem e ensinar para a compreensão. Em GTI – Grupo de Trabalho de Investigação (Ed.), **O Professor e o Programa de Matemática do Ensino Básico** (p. 43-59). Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2010.

SERRAZINA, M. L., CANAVARRO, A. P., GUERREIRO, A., ROCHA, I., PORTELA, J. & SARAMAGO, M. J. (2005). Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º Ciclo. http://www.dgidc.min-edu.pt/outrosprojetos/index.php?s=directorio&pid=89#i

SIMON, M. A. Reconstructing Mathematics Pedagogy from a Constructivist Perspective. **Journal for Research in Mathematics Education, 26**(2), 114-145, 1995.

WOOD, T. Creating classroom interactions for mathematics reasoning: beyond “natural teaching”. In: ABRANTES, P., PORFÍRIO, J. & BAÍA, M. (Org.), **The interactions in the mathematics classroom, proceedings of the CIEAEM 49** (p. 34-43). Setúbal: Escola Superior de Educação, 1997.

Enviado em: 01-04-2012

Aceito em: 11-05-2012