Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

CONTRIBUIÇÕES DE GRUPO DE ESTUDOS SOBRE MATEMÁTICA EM CONHECIMENTOS DE PROFESSORAS

Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner[1]
Universidade Federal do Espírito Santo

Sandra Aparecida Fraga da Silva[2]
Instituto Federal do Espírito Santo, Campus Vitória

Resumo

Nesse artigo trazemos resultados de uma investigação com professoras das séries iniciais num grupo de estudos sobre matemática. Este estudo de caso longitudinal de dois anos caracterizou-se numa pesquisa qualitativa com perspectiva humanística. Nosso objetivo neste trabalho é apresentar algumas aprendizagens de conhecimento matemático e pedagógico matemático de duas professoras a partir da dinâmica proporcionada pelo grupo de estudos. Os dados foram coletados nos encontros semanais do grupo e nas aulas das quais participamos e/ou observamos. Nesse grupo, as professoras se respeitavam, ouviam e eram ouvidas em suas vitórias e anseios, opinavam, lançavam propostas e contribuíam para a construção dos diferentes conhecimentos. Esse comportamento influenciou as aprendizagens e as atitudes das professoras em relação à matemática, resultando em ressonâncias em suas práticas em sala de aula. Obtivemos evidências de melhoria e de aprendizagem de dois tipos de conhecimentos: de conteúdo matemático e pedagógico matemático. De conhecimentos dos conteúdos matemáticos aprendidos destacamos o de resolução de problemas envolvendo as quatro operações. E de conhecimento pedagógico matemático ressaltamos o que se evidenciou em ações no grupo de estudos. Notamos como um trabalho diferenciado de formação continuada em contexto, num grupo no qual atuamos como amigos críticos uns dos outros, influenciou e envolveu as integrantes.

Palavras-chave: Grupo de estudos; Conhecimento matemático; Conhecimento pedagógico matemático; Quatro operações.

[1] Professora doutora colaboradora do PPGE/CE/UFES e professora aposentada do Instituto de Matemática da UFRJ (Universidade Federal do Rio de Janeiro). Coordenadora do grupo de estudos no CNPq. profvaniasantoswagner@gmail.com
[2] Professora doutora em Educação pela UFES (Universidade Federal do Espírito Santo). Atua na licenciatura em matemática e no programa de pós-graduação EDUCIMAT no IFES e coordena PIBID/Matemática. sandrafraga7@gmail.com ou sfraga@ifes.edu.br

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

CONTRIBUTIONS OF A MATHEMATICS STUDY GROUP FOR TEACHING KNOWLEDGE

Abstract

In this article we brought results from an investigation with elementary school teachers in a mathematics study group. This longitudinal two-year case study is characterized as a qualitative research with humanistic perspective. Our aim herein is to show some learning of two teachers in terms of mathematical knowledge and pedagogical mathematical knowledge generated from the dynamics of the study group. Data were collected in the weekly group meetings and during classes which the researchers observed or participated. In this group, the teachers respected each other, listened and were listened in their victories and anxieties, gave opinion, proposed ideas and contributed for the construction of different knowledge. This behavior influenced the teachers' learning and attitudes towards mathematics, and this resonated in their classroom practices. We got evidences of improvement and learning of two sorts of knowledge: of mathematics content and of pedagogical mathematics. From the mathematical content knowledge learned we highlight problem solving involving the four operations. And from the pedagogical mathematical knowledge we highlight what was evidenced in actions in the study group. We noticed that a different work with in-service teacher training in context, in a group where we had a peer critical environment, influenced and involved all its members.

Keywords: Study group; Mathematical knowledge; Pedagogical mathematical knowledge; Four operations.

CONTRIBUIÇÕES DE GRUPO DE ESTUDOS SOBRE MATEMÁTICA EM CONHECIMENTOS DE PROFESSORAS

Sabemos que o ensino de matemática nos anos iniciais ocorre com professores que nem sempre tiveram uma boa formação inicial, por esse motivo pensamos em realizar uma formação continuada em contexto por meio da constituição de um grupo de estudos em educação matemática. Muitas foram as aprendizagens decorrentes desse trabalho em grupo, porém, detalhamos neste artigo algumas evidências de aprendizagens de duas professoras que atuam nas séries iniciais do ensino fundamental relacionadas aos conhecimentos de conteúdo matemático e o pedagógico matemático. É importante destacar que as participantes foram voluntárias para participar desse grupo de estudos. A investigação desenvolveu-se num estudo longitudinal com duração de dois anos e quatro meses, entre os anos de 2006 e 2008. Nossa motivação para esse trabalho foi compreender como professoras atuantes nos anos iniciais trabalham e concebem matemática e os processos de ensino, aprendizagem e avaliação.

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

A investigação que culminou num doutoramento baseou-se numa pesquisa qualitativa com perspectiva humanística (CHAPMAN, 2005), um trabalho *junto* com o professor e não sobre ele. Utilizamos o estudo de caso como alternativa metodológica de investigação. Focalizamos neste texto um dos objetivos que foi identificar algumas aprendizagens das professoras participantes explicitadas ou percebidas a partir de discussões no grupo de estudos e em suas práticas pedagógicas. Evidenciamos os conhecimentos de conteúdo matemático e o pedagógico matemático nas nossas discussões. Apresentamos considerações de como o grupo influenciou algumas dessas aprendizagens.

Concordamos com Jaworski (2001) quando afirma que integrantes de um grupo precisam se tornar coaprendizes. Isso ocorre em grupo de estudos longitudinais, pois existe uma maior possibilidade de cada integrante aprender de forma consciente com os parceiros e com suas próprias reflexões. Zeichner (1998) ressalta que não existe igualdade absoluta entre os participantes de pesquisas que trabalham *junto com* o professor. Mas é por causa dos diferentes conhecimentos e experiências de cada participante que a contribuição de cada uma foi importante para a formação e desenvolvimento do grupo (LLINARES, 1999; SANTOS, 1993) e para o desenvolvimento profissional de todos. No grupo constituído com professoras das séries iniciais tivemos uma paridade no relacionamento, reconhecendo e respeitando a contribuição do outro. Isso somente foi possível a partir de um estudo de dois anos, para desenvolvermos um trabalho conjunto com o professor. Necessitamos de espaços de formação em que o professor se sinta construtor do seu conhecimento e da sua aprendizagem. No qual ele participe de momentos dialógicos de reflexão crítica sobre si próprio, seu pensar e agir na prática de sala de aula, gerando assim possibilidades de construção de diferentes conhecimentos (SANTOS, 1993; 1997; SANTOS-WAGNER, 2003; SILVA, 2009). Espaços que auxiliem os integrantes a adquirir uma metacognição enquanto aprendizes e enquanto professores de matemática. Precisamos de formações continuadas para além de palestras, espaços em que professores e pesquisadores sentem junto, escutem uns aos outros, trabalhem juntos de modo a partilhar e valorizar os diferentes conhecimentos e, aprimorem outros.

Percebemos como aprendizagens de professores se constituem complexamente, sendo influenciadas por diversas vertentes: pessoais, coletivas, culturais, emocionais, cognitivas, psicológicas e sociais (LLINARES e KRAINER, 2006). Estudar aprendizagens envolveu uma análise minuciosa dessas vertentes e suas influências no grupo no qual estávamos inseridos. Nossas aprendizagens de “ser e tornar-se” professor são frutos de diferentes experiências, em diversos momentos, como alunos e como professores, e das relações que cada um pode vivenciar por meio das próprias experiências e do meio sociocultural no qual está inserido (LLINARES e KRAINER, 2006). Pontuamos aprendizagens relacionadas ao conhecimento de conteúdo matemático ou aos conhecimentos pedagógicos matemáticos evidenciados no período pesquisado. E para analisar esses conhecimentos nos baseamos em

Shulman (1986) que reformulou o foco de pesquisas que envolvem diferentes conhecimentos de professores. Em seu estudo afirmou que existe uma base de conhecimento que é um conjunto de compreensões, conhecimentos e habilidades que o professor necessita para desenvolver processos de ensinar e aprender. Shulman (1986) classificou os conhecimentos dos professores utilizando as seguintes categorias: *conhecimento do conteúdo* que se refere às escolhas e à organização dos conteúdos matemáticos pelo professor; *conhecimento pedagógico do conteúdo,* que está relacionado com os modos que o professor utiliza para trabalhar em sala de aula os conteúdos selecionados por ele; e o *conhecimento curricular,* que é mais amplo e envolve a dinâmica educacional. Outros autores fazem outras classificações, detalhando ou subdividindo essa classificação inicial de Shulman (1986), entretanto, normalmente, fazem menção à sua classificação.

Destacamos a importância em estudar os conhecimentos dos professores e concordamos com Ponte (2001) que o conhecimento usado pelo professor, na sua prática profissional, constitui um dos principais temas de interesse em diversos estudos. Pois, importa saber em que consiste o conhecimento do professor, qual a sua natureza, como os conhecimentos se desenvolvem e qual a relação entre conhecimentos e prática profissional. Quando comentamos sobre conhecimentos pedagógicos matemáticos identificamos Serrazina (2003) quando aponta que os professores devem ser capazes de:

- Ter em conta, a todo o momento da atividade matemática, o conhecimento matemático previamente adquirido pelos seus alunos;
- Priorizar as experiências dos alunos, procurando que desenvolvam uma aprendizagem da matemática baseada na ação e na reflexão;
- Contextualizar as atividades de aprendizagem da matemática de modo que os conhecimentos que pretende que os alunos adquiram sejam significativos;
- Incluir as atividades de ensino/aprendizagem da matemática em situações educativas mais amplas que lhes deem significado e onde as explicações do professor façam sentido;
- Apresentar os conteúdos matemáticos de forma relacionada, integrada e recorrente em diferentes níveis de elaboração, pois na verdade não se aprende de uma vez por todas (SERRAZINA, 2003, p. 69).

Pensamos a aprendizagem de professores que ensinam matemática como “um processo de aprendizado que dura a vida inteira que inicia com nossas próprias experiências com o ensino de matemática da perspectiva de um estudante, ou mesmo com atividades matemáticas antes da escolarização” (LLINARES e KRAINER, 2006, p. 429). E também utilizamos a reflexão crítica sobre nossas práticas para realçarmos essas aprendizagens por acreditarmos, assim como Llinares e Krainer (2006), que os professores devem ser vistos como construtores ativos dos seus próprios conhecimentos,

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

por esse motivo precisam ser encorajados a refletir sobre suas próprias práticas e modificá-las quando for apropriado. Nossa intenção em realizar no grupo momentos de discussão sobre o que acontecia em sala de aula ocorreu por acreditarmos, que a aprendizagem ocorre a partir da reflexão sobre as experiências vividas e, não apenas, pelo fato de vivermos experiências. Notamos que aprendemos a partir das experiências quando temos que parar para relembrar o que houve e tentar relatar de forma clara para os outros membros do grupo, pois precisamos reviver, analisar e reconstruir as experiências vividas, ou seja, refletir criticamente sobre nossas práticas.

Alguns trabalhos com professores com formação continuada ocorrem como uma parceria, uma colaboração entre os envolvidos, esse tipo de desenvolvimento recebeu o nome de "amigo crítico" (critical friend) por alguns pesquisadores, desde a década de 1990. Cooney e Krainer (1996) tornaram mais explícito o papel do amigo crítico, ao afirmarem que

> Um amigo crítico pode ser um pesquisador ou um colega dedicado que pode ajudar a escolher uma investigação ou ajudar a coletar e analisar dados. Amigos críticos podem encorajar um professor a gravar e analisar suas próprias experiências de um modo que elas possam ser vistas e discutidas por outros (COONEY e KRAINER, 1996, p. 1175, tradução nossa).

Constituímos um grupo de estudos, de maneira que cada participante agisse como um amigo crítico da outra integrante. A riqueza de ser um amigo crítico deve estar em partilhar saberes, de forma a se comprometer com as práticas relacionadas, com os diálogos formados e com as consequências das atitudes e das práticas oriundas dessas discussões. A proposta de amigo crítico vem sendo utilizada em diferentes países para aplicação de novas sugestões pedagógicas e para o desenvolvimento de investigações pelo e com o professor, em suas salas de aula.

A formação continuada em contexto no grupo de estudos contribuiu para uma evidência de aprendizagens, pois acreditamos que estas são construídas e reconstruídas nas interações com os outros indivíduos e o meio em que se está inserido, e agindo nesse movimento tem uma dimensão temporal e contextual. Assim como Colinvaux (2007), concebemos "aprendizagem como um processo que se organiza e realiza em torno de significações (p. 31)", que envolve e atua em movimentos individuais e coletivos. Um tempo multidimensional, que inclui o tempo individual, o coletivo e aqueles a que estamos envolvidos nas escolas e nos encontros do grupo. Portanto, os processos de ensino e aprendizagem ocorrem em movimentos em torno de significações.

Percursos metodológicos

Nossa investigação caracterizou-se como pesquisa qualitativa com perspectiva humanística num estudo longitudinal. No ano de 2006 foram

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

realizadas diferentes tentativas de constituição do grupo de estudos com professores que atuavam nas séries (anos) iniciais do ensino fundamental da prefeitura de Vitória, por causa do envolvimento da pesquisadora, como professora e coordenadora de formação continuada, nessa rede de ensino. Constituímos enfim, em agosto de 2006, o grupo com duas professoras das séries iniciais, Susana e Beatriz[3], mais três professoras de matemática.

Os dados foram coletados nos encontros semanais do grupo de estudos, que ocorreram entre agosto de 2006 a dezembro de 2008, e nas aulas das professoras Susana e Beatriz das quais participamos e/ou observamos. Na tese, escolhemos apresentar com detalhes aprendizagens das professoras que atuam nas séries iniciais e da pesquisadora, por causa dos dados relevantes obtidos nos incidentes críticos que respondiam nossas perguntas.

O estudo longitudinal pôde ser analisado em quatro grandes momentos que são: constituição e consolidação do grupo com os encontros em 2006; primeiro semestre de 2007 com discussão detalhada sobre a matemática trabalhada nas séries iniciais; segundo semestre de 2007, inclusão da observação e/ou participação nas aulas das professoras Beatriz e Susana; e ano de 2008, com o trabalho mais aprofundado enquanto grupo com características colaborativas. Tivemos um total de 73 encontros no grupo de estudos e 32 dias/aulas observadas da professora Beatriz e 36 dias/aulas da professora Susana.

Examinando alguns episódios

Embora tenhamos abordado vários conteúdos matemáticos no decorrer de nossas análises, decidimos apresentar aqueles que se tornaram incidentes críticos ou significativos que são resolução de problemas, em especial as que envolvem as quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão). Apontamos alguns momentos dos encontros no grupo que apresentam alguns conhecimentos de conteúdo matemático relacionados com os conhecimentos pedagógicos matemáticos e que evidenciam a ligação com algumas crenças e concepções das professoras participantes que influenciaram as discussões e as práticas pedagógicas observadas e/ou vivenciadas.

Em um dos nossos encontros realizamos um diálogo sobre o que seria *matemática* para cada uma das participantes. Na descrição do diálogo colocada a seguir pontuamos as falas das professoras e alguns comentários que contribuem para a explicação ou detalhamento da situação analisada.

> *Susana: [...] Logo no início eu coloquei isso. Matemática não era algo complicado para mim não. Eu me lembro dessas coisas da minha infância,... Antes de eu entrar na primeira série eu tive umas aulas particulares lá em casa, a C. e a S. que moraram lá em casa, me ensinaram. Quando eu fui para a escola eu já estava pré-alfabetizada e sabia um pouco de soma. A subtração já era um pouco mais difícil para mim, mas também não era muita novidade.* ***O problema***

[3] Nomes fictícios.

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

> ***começou quando eu não aprendi divisão*** *na escola, com aquele* ***método tradicional****, mesmo.* ***Aí eu carreguei essa dificuldade para o resto da minha vida.*** *Quando eu cheguei à* ***faculdade****, adivinha qual a* ***matéria que eu achei mais difícil****... Claro, tinha que ser a* ***estatística****, quase que eu fiquei reprovada nesta disciplina, mesmo usando a calculadora.* ***Pra você ter uma ideia de como formou um bloqueio muito grande... Agora eu coloquei assim, pra mim como professora, o melhor que eu puder,... Os métodos que eu puder usar para minimizar ao máximo as dificuldades desses meninos*** *[alunos],* ***eu vou trabalhar.*** *E também explorar o máximo deles com estes* ***desafios****, estas ideias pra quando ele chegar lá na frente olhar a matemática...* ***Porque a gente está acostumada a dar só conta de armar e efetuar e dar uns problemas para resolver,*** *num é Beatriz. E quando ele chegar lá, olha um x lá e num faz ideia do que é aquilo, num sabe o que é uma coluna, num sabe área, num sabe nada. A gente tem que se desdobrar para ensinar. O desafio agora é aproveitar melhor o tempo e ver o que mais a gente consegue dar. Por que esses meninos num sabem nada de geometria? Ah, porque dificilmente a gente num consegue trabalhar geometria.* (transcrição do áudio de 19/03/07)

Inferimos que a professora Susana expõe momentos de sua infância relatando um pouco sobre um dos motivos de seus ‘medos’ frente à matemática. As afirmações e informações da professora nos ajudaram a compreender certas atitudes dela em sala de aula e nos encontros. A partir do que destacamos no diálogo transcrito acima, compreendemos que Susana coloca como primeiro problema a sua aprendizagem de divisão pelo método tradicional, indicando que essa dificuldade a seguiu por toda a sua vida. Ela deu um exemplo da aula de estatística, na faculdade, como uma das consequências do bloqueio que se formou. Notamos que a professora estava querendo minimizar esse bloqueio, pois sabia que precisava superá-lo para trabalhar, de maneira coerente, com seus alunos. Destacou ainda, que estava acostumada a trabalhar apenas as quatro operações e alguns problemas, realidade de outros professores das séries iniciais. Cremos que a professora Susana estava disposta a modificar algumas de suas atitudes em sala de aula e se propôs o desafio de aproveitar melhor o tempo para trabalhar outros conteúdos de matemática com as crianças. Ela também apontou para a realidade da geometria estar ausente das aulas dos alunos das séries iniciais do ensino fundamental. Notamos, portanto, pela própria fala da professora, alguns indícios de sua relação com a matemática, seu ensino, aprendizagem e avaliação. Achamos que ela comentara sobre alguns tópicos de sua vida, seus medos, mas não respondera à pergunta inicial sobre o que era matemática para ela, por isso, continuamos com alguns questionamentos.

A professora Susana, desde os encontros iniciais do nosso grupo explicitou, por meio de suas falas, seu ‘bloqueio’ com a divisão. Notamos em seu relato anterior que ela afirmou que teve dificuldades em aprender a dividir. Esse episódio da sua vida escolar interfere na sua prática de sala de aula, e transparece em certas atitudes de Susana. Por exemplo, em uma aula de Susana (13/ago/2007), a professora Sara inventou alguns problemas de

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

adivinhações para os alunos conforme tinham combinado no encontro do grupo. As adivinhações foram as seguintes:

> *a) Sou um número par maior que 120 e menor que 130. A soma dos meus algarismos é 11. Que número eu sou?*
>
> *b) Sou um número impar menor que 200. Meu algarismo da dezena é 3 e a soma dos meus algarismos é 9. Que número eu sou?*
>
> *c) Sou um número ímpar. Estou entre 40 e 50. Sou divisível por 3. Qual número eu sou?*

No encontro do grupo posterior a essa aula, a professora Susana comentou sobre essa atividade e disse que Sara 'pegou pesado' com a última adivinhação. Susana falou com a outra participante: "*O último problema foi mais difícil,* ***pois eu não gosto de divisão****"*. Nesse momento, a professora Sara interveio e perguntou se ela tinha percebido o que havia feito em sala de aula. A professora Susana não percebeu que disse aos seus alunos: *"Agora prestem atenção, pois* ***chegou a parte mais difícil da minha aula****." (aula Susana, 13/ago/2007)*. Ela não percebia, mas em algumas de suas afirmações em sala de aula deixava transparecer sua concepção de que divisão é difícil, possivelmente influenciando as concepções de seus alunos em relação à divisão. A professora Susana analisou sua colocação e disse que prestaria mais atenção às suas afirmações em sala de aula.

A partir de diversos episódios desse tipo sentimos a necessidade de estudar as quatro operações, suas ideias, suas particularidades e como trabalhar isso com os alunos de maneira mais adequada. Realizamos diferentes atividades no grupo de estudos, entre elas destacamos as atividades levadas pelas professoras para discussão, atividades do livro de Avaliação de Santos (1997) e estudos de textos específicos sobre quatro operações e resolução de problemas, inclusive os que destacam estudos sobre estruturas aditivas e multiplicativas. Ao trabalharmos com as estruturas multiplicativas (multiplicação e divisão), percebemos que, normalmente, é iniciado com os alunos o significado mais simples de multiplicação que se associa com a adição de parcelas repetidas. Destacamos que esse significado pode não permitir que os alunos explorem, compreendam ou resolvam outras situações relacionadas à multiplicação, que abordamos na sequência deste trabalho. As ideias da divisão com as quais vamos trabalhar envolvem os dois significados atribuídos pela maioria dos autores que encontramos. Um significado que está associado à ação de repartir em partes iguais, ou significado de divisão equitativa ou distributiva. O outro significado de divisão está associado à ideia de quantos cabem ou divisão quotativa ou por quotas, também considerado como medida por alguns autores. Portanto, quando abordamos problemas de divisão, separamos em dois tipos: partição e quotição. É interessante destacar que a palavra quota (cota) possui significado no dicionário, já a palavra 'quotativa' aparece como uma palavra da *linguagem matemátic*a, não estando presente nem mesmo em dicionários da língua portuguesa.

Normalmente, os professores não percebem a diferença entre partição e quotição e trabalham esses diferentes tipos de problemas, sem a devida atenção às possíveis representações que podem ser feitas com cada

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

um destes. Para aprofundar e esclarecer a diferença entre essas ideias, nós buscamos, na literatura, as definições dadas pelos autores que trabalham com o assunto. Selva e Borba (2005) fazem essa diferenciação da seguinte forma:

> Problemas de partição são aqueles em que é dado um conjunto maior e o número de partes em que o mesmo deve ser distribuído, o resultado é o valor de cada parte. Problemas de quotição consistem em problemas em que é dado o valor do conjunto maior e o valor das quotas em que se deseja dividir o mesmo, o resultado consiste no número de partes obtidas (SELVA e BORBA, 2005, p. 55).

Outros autores, como Jesus (2005), realizam essa separação entre os dois sentidos da divisão, porém utilizando outros termos. Ela comenta que um dos sentidos é o de partilhar, equitativamente, um conjunto de objetos e outra é identificar o número de grupos de uma mesma quantidade formados, a partir de certa quantidade. Dessa maneira, Jesus (2005) faz a diferenciação entre divisão por partilha e divisão por agrupamento. Ela explica cada um desses sentidos da seguinte forma:

> A divisão por partilha pode ser começada a realizar mais cedo, na medida em que não exige qualquer conhecimento de contagem, rebuçado [bala ou doce] a cada um até que não haja mais rebuçados, ou até que os rebuçados não cheguem para mais uma volta. Como o total é partilhado de igual modo, chama-se divisão partitiva. Na divisão por agrupamento, também considerada como medida, a criança faz agrupamentos com igual número de elementos (JESUS, 2005, p. 94).

Quando realizamos a atividade de separação dos problemas em relação às ideias que envolviam cada um (SANTOS, 1997), tivemos algumas dificuldades porque ainda não havíamos estudado o assunto. Na época, os problemas referentes à divisão foram identificados com uma mesma ideia de parcelas iguais – distributiva. Porém, em diversas falas, reconhecemos como nós, professoras, ficamos incomodadas com alguns problemas e como, algumas vezes, tivemos dúvidas. Os problemas selecionados que envolviam ideias de divisão foram:

1) *Eu tenho 45 bombons e existem 9 crianças que irão reparti-los igualmente. Quantos bombons cada criança irá receber?*
2) *A biblioteca escolar tem 80 livros sobre cachorros e tem 10 alunos que irão retirar os livros, cada um levando a mesma quantidade. Quantos livros pode levar cada aluno?*
3) *Eu tenho 45 balas. Eu vou dar 5 balas para cada criança num grupo. Quantas crianças receberão balas?*
4) *Uma companhia aérea está anunciando 66 passagens com desconto para pessoas que comprem pares de passagens. Quantas pessoas podem comprar um par de passagens?*

Após estudos, concluímos que as ideias que envolvem os problemas de divisão são mais complexas do que pensávamos e conhecíamos no momento do debate. Os dois primeiros problemas apresentados são os que

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

envolvem a noção de partição, as quantidades precisam ser distribuídas igualmente. Porém, pessoas diferentes podem realizar estratégias e operações diferentes para chegar ao resultado. Os dois últimos problemas são relacionados à ideia de cotição (ou quotição), no qual há uma quantidade específica de cotas que se deseja distribuir. A princípio, deu-nos impressão de que essas ideias eram equivalentes, mas após estudos identificamos que a forma de resolução é completamente diferente para os dois casos. Na partição, podemos distribuir a quantidade nos grupos indicados, colocando apenas um de cada vez ou podemos colocar de 3 em 3 ou com outro valor. Nos problemas de cotição, devemos colocar exatamente a quantidade estipulada em cada grupo, não existe a abertura de realizar a ação de diferentes modos distribuindo as unidades de diferentes formas.

Outra questão que nos chamou a atenção foi a abordagem dada à resposta aos problemas de divisão, que pode ser exata ou inexata. Essa questão é fundamental para a compreensão do conceito de divisão, porquanto, na maioria das vezes, consideramos e identificamos a divisão como o inverso da multiplicação. Porém, isso apenas ocorre caso a divisão seja exata (ou com resto igual a zero), no caso de divisão inexata ou com resto não nulo, temos que a divisão se relaciona com a multiplicação e a adição. Na discussão sobre esse assunto, Carraher (1998, p. 77) afirma que "[...] na verdade, matematicamente, a divisão é definida pela multiplicação e pela adição. A divisão no domínio dos números inteiros é expressa pela equação A = qB + R, onde R é menor do que B". Por esse motivo, a divisão com resto não nulo é considerada mais complexa do que a com resto zero, e os alunos tendem a não saber como agir com relação ao resto (SELVA, 1998).

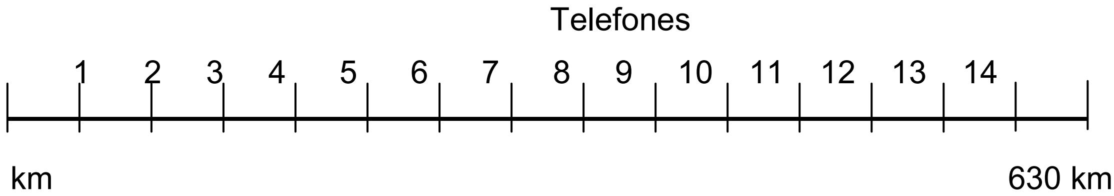
Relatamos um exemplo da inter-relação entre aulas observadas e as discussões que foram provocadas no grupo a partir da discussão sobre problemas de divisão e restos não nulos. Na aula do dia 16/mai/2008, presenciamos uma situação em que a professora Beatriz apresentou um problema no qual os alunos precisaram levantar conjecturas, buscar alternativas de resolução e não resolveram, de imediato, gerando uma discussão interessante em sala de aula, tanto no sentido professoras X alunos como alunos X alunos, realçando bem as mediações que Vygotsky (1988) comenta em seu trabalho. O problema foi o seguinte:

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

2. Numa estrada de 630 quilômetros, há 14 telefones de socorro. As distâncias entre os telefones são iguais. E também são iguais às distâncias do começo da estrada até o primeiro telefone e do último telefone até o fim da estrada. Em que quilômetros da estrada estão os 14 telefones?

Figura 1 – Retirado de uma folha fotocopiada trabalhada pela professora em 16/05/08
Fonte: Folha fotocopiada pela professora, não possuímos origem dessa atividade.

Somente o aluno A conseguiu resolver o problema em casa, então Beatriz não deixou que ele apresentasse sua solução para a turma antes de dar um tempo para os outros resolverem. Foi interessante perceber como alguns alunos, com nossa ajuda, e algumas dicas, conseguiram reorganizar suas estratégias e chegar bem próximo ao resultado do problema. Beatriz pediu que eles desenhassem a estrada e os telefones no caderno para ajudar na compreensão do enunciado. Nesse caso, os alunos teriam que ir além, eles não podiam apenas fazer uma divisão, tinham que pensar nas condições impostas pelo problema, para desenvolverem estratégias com base no que já haviam estudado. Assim, eles viram quantos espaços havia na estrada, que deveriam ser iguais:



Algumas das perguntas que fazíamos foram: *O que você quer dividir: os telefones ou a estrada? Em quantas partes devemos dividir a estrada? O que você terá que fazer? O que o seu desenho está mostrando?* A partir dos questionamentos eles chegaram à conclusão de que deveriam dividir a estrada em 15 parte iguais e não 14, como haviam pensado anteriormente. A divisão não se referia ao número de telefones, mas sim aos espaços que ficariam entre os telefones. Dividindo 630 por 15 encontravam 42 e terminavam o cálculo. Depois, no momento da correção, a professora mostrou que eles, exceto o aluno A, não tinham respondido à pergunta do problema. E concluiu com eles que deveriam localizar em que quilômetro estava localizado cada telefone, chegando ao resultado do problema. Notamos que alguns alunos queriam colocar a solução 42 como resposta, pois acreditavam que os problemas tivessem uma única solução a ser destacada.

A situação foi uma das muitas que conseguimos presenciar sobre a interação da professora com seus alunos. E observamos que a professora em diferentes momentos deu mais atenção aos processos de resolução de cada aluno, tentando levá-los a ampliar suas análises sobre os problemas e a experimentar caminhos alternativos na busca de estratégias para a resolução de problemas. A atitude da professora Beatriz foi contra ao que apontam Gonçalez e Brito (2005), ao afirmarem que:

> Em muitas salas de aula, é observado que apenas as respostas certas dos alunos são aquelas passíveis de recompensa, sendo dada pouca ou nenhuma atenção aos diferentes procedimentos que o estudante usa para resolver um problema. Ocorrendo situações como essa, o ensino pode apresentar um desvio, pois é enfatizado apenas o produto final e não o processo. Embora a resposta final correta seja desejável, o excesso de cobranças e punição quando ocorrem as respostas erradas acabam gerando atitudes negativas e alta ansiedade durante as provas e exames (GONÇALEZ e BRITO, 2005, p. 224).

Após discutirmos sobre essa situação de aula, seguimos alguns caminhos que utilizamos para reforçar as discussões no grupo de estudos. Pedimos para Beatriz comentar a aula num encontro (dia 19/maio/2008), e isso gerou discussões enriquecedoras em torno do trabalho com resolução de problemas e sobre como enunciados podem levar a diferentes interpretações. Nós utilizamos esse tipo de estratégia a fim de provocar as professoras para narrarem suas experiências, contribuindo para discussões e reflexões das situações vivenciadas e adquirindo aprendizagem por experiências, dando maior significado ao que foi vivido em sala de aula.

No encontro, pedimos que cada participante reescrevesse o problema do telefone com outros valores, modificando algumas informações e/ou perguntas. A seguir, apresentamos os problemas que elaboramos e algumas discussões que fizemos sobre as novas propostas. Essas discussões representaram aprendizagens de conhecimento pedagógico matemático e conhecimento matemático pelas participantes.

A primeira proposta de reescrita do problema do telefone apresentada pela professora Beatriz foi a seguinte:

> *Numa estrada há 5 telefones distribuídos em distâncias iguais. Se a estrada tem 125 quilômetros qual é a distância entre os telefones? (Beatriz, 19/mai/2008)*

Levantamos alguns questionamentos: Será que está claro o que significa *telefones distribuídos em distâncias iguais*? A estrada começa com um telefone (km zero) ou este é colocado num ponto posterior ao início da estrada? As distâncias são iguais apenas entre eles ou em relação ao início e ao fim da estrada, também temos que analisar? Se colocássemos um desenho ficaria mais claro para o leitor do problema?

Conversamos um pouco sobre os questionamentos e, ao longo de nossas discussões, a professora Beatriz reformulou seu problema, pensando em facilitar o entendimento de quem o ler. Com as modificações, o problema de Beatriz ficou da seguinte forma:

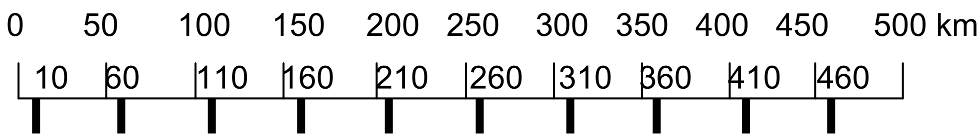
Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

> *Numa estrada há 5 telefones distribuídos em distâncias iguais. Se a estrada tem 125 km determine: a) Qual é a distância entre os telefones? b) Se o primeiro telefone estiver no início da estrada, em quais quilômetros estarão os outros? (Beatriz, 19/mai/08)*

Ela não gostou da sua reescrita do problema e acreditava que poderia melhorar, para ficar mais compreensível. Com questionamentos apresentados e outros argumentos, concluímos que nem sempre é fácil elaborar problemas ou reescrever um que já temos. Pedimos às outras professoras que também apresentassem suas reescritas. O problema da professora Susana ficou da seguinte forma:

> *Numa estrada de 500 km há 10 telefones de socorro. As distâncias entre eles são iguais. Em que quilômetros estes telefones estão localizados sabendo que eles começam no quilômetro 10? (Susana, 19/mai/2008)*

Foram interessantes os comentários da professora, pois ela apresentou o problema e já iniciou uma explicação de como ela resolveria. Susana disse que colocou 10 telefones para a conta ficar mais fácil, pois 500 divididos por 10 é igual a 50. Reiniciamos a discussão quanto aos números de telefones ou dos espaços entre eles. Solicitamos à Susana que nos respondesse como tinha pensado, ela exemplificou com um desenho semelhante ao reproduzido a seguir. A nosso pedido, a professora Susana desenhou a estrada e marcou os 500 km (traços na parte superior do desenho) e depois foi colocando os telefones a partir do km 10 e distribuiu-os de 50 em 50 km (traços mais grossos abaixo da linha horizontal).



Na fala da professora Susana ela queria que o último telefone ficasse no fim da estrada, mas não foi isso que ocorreu. Então ela acrescentou a sua explicação: *sobraram 40 km, logo 40 dividido por 10 é igual a 4, basta acrescentar 4 em cada distância entre os telefones.* Levantamos outros questionamentos: Essa é uma solução para o problema da forma como ele está escrito? O problema possui outras soluções? Se a resposta for afirmativa, quais? Temos que colocar mais alguma informação ao problema para que sua compreensão seja a obtenção de uma única solução? Precisamos sempre de problemas com uma única solução? Discutimos algumas dessas colocações e questionamentos e percebemos que ao resolvermos problemas, queremos chegar a uma resposta única. Será que isto é sempre possível? É necessário? Entendemos que não, pois, podemos trabalhar com problemas que envolvam mais de uma solução, ou que não tenham solução. Devemos desmistificar algumas crenças e concepções em relação à resolução de problemas. Depois dessa discussão ficou claro o porquê da frase do problema: *"E também são*

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

iguais as distâncias entre o começo da estrada e o primeiro telefone e do último telefone até o fim da estrada.”.

Conversamos sobre algo comentado conosco pela professora Verônica a diferença entre as diversas maneiras de reescrever um problema e as dificuldades que podem surgir dos diferentes níveis de organização mental necessária à reelaboração dos problemas. Inventar problemas nem sempre é tarefa fácil, mas muitas vezes não temos consciência disso.

Apresentamos também outra situação em que podemos destacar aprendizagens de conhecimento matemático no grupo. Essa discussão ocorreu a partir da realização da “oficina do material escolar” na aula da professora Susana no dia 03/mar/2008. Susana aproveitou algumas situações e problemas, envolvendo as quatro operações, inventados por seus alunos para abordar conceitos matemáticos sobre números, que ela julgou necessários e pertinentes para a compreensão dos números decimais e suas operações. Com a experiência e o relato desse episódio sentimos necessidade de discutir a multiplicação pelo número 10 e a representação decimal. Nossa proposta foi de levantar questionamentos para provocar a reflexão crítica, uma reflexão sobre a ação (SCHÖN, 2000) e entender os procedimentos adotados pela professora ao desenvolver a atividade.

Durante a aula de matemática citada, ocorreu um fato que nos chamou a atenção. A professora Susana propôs o seguinte problema para seus alunos:

> *Anny Gabrieli comprou na papelaria 2 cadernos de R$ 2,00 cada, 1 cx de lápis de cor por 2,00, estojo de canetinhas pelo mesmo preço, apontador e borracha por 1,00 cada, 1 régua por 1,50 e lápis por 50,00. Como você faria uma tabela disso?*

No momento da aula, ficamos em dúvida sobre o motivo que levou a professora Susana a colocar o preço do lápis como R$ 50,00. Mas ela comentou que colocou, de propósito, o valor de 50,00 para o lápis (dados dos alunos) para levantar os questionamentos sobre a lógica do preço e da escrita. Ela percebeu, numa atividade anterior, que sua aluna tinha falado cinquenta centavos, mas tinha escrito cinquenta reais (50,00). Utilizar essa forma de escrita num problema seria uma situação provocadora e interessante, para levantar algumas discussões com seus alunos.

Durante a aula, quando os alunos começaram a ler e copiar o problema proposto pela professora também começaram a questionar o valor do lápis, comentando inclusive que somente um lápis de ouro poderia custar aquele valor. A aluna, que tinha escrito isso na tarefa, explicou que ela queria ter escrito 50 centavos e não 50 reais. A professora Susana aproveitou a situação para questionar seus alunos sobre como deveriam escrever 50 centavos. Algumas propostas foram colocadas por eles, dentre as respostas, destacamos a do aluno que disse que deveria ser 00,50. Nesse momento, a professora perguntou se haveria necessidade de escrever dois zeros antes da vírgula. Outro aluno observou que o zero deveria ser colocado após o 50 ficando 0,500. Logo, a professora Susana iniciou alguns questionamentos sobre a fala do aluno: *“colocar outro zero depois do 0,50?”*. Ela comentou que

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

ficariam 500 centavos, o que assustou alguns alunos que perguntaram se com 500 centavos daria para comprar alguma coisa. A explicação dada pela professora foi que 500 centavos correspondem a 5 reais, logo dava para comprar alguma coisa. Além disso, ela afirmou que 500 centavos poderiam ser pensados como 500 moedas de 1 centavo. Assentou também que 1 centavo corresponde a 1 centésimo de 1 real, isto é, poderíamos repartir 1 real em 100 pedaços e 1 desses representa 1 centavo.

Foi interessante acompanhar o pensamento da professora, a partir dos 500 centavos e como ela conseguiu articular alguns conteúdos na abordagem. Ficamos incomodados com a escrita dos 500 centavos, que não foi abordada pela professora, sabíamos que 0,500 não representa o valor de 500 centavos. Por causa dessa inquietação, no encontro do grupo de estudos, aproveitamos a oportunidade para conversar, discutir e verificar sua justificativa e sua explicação para o fato de que não estava bem explicado: se 0,500 corresponde a 500 centavos. Destacamos aqui a dinâmica desse grupo de encontros e acompanhamento em sala de aula e das reflexões e aprendizagens provocadas nos participantes do grupo. Isso só foi possível por esse processo que aconteceu nesta pesquisa.

Seguindo a proposta de trabalho do grupo nesse mesmo dia (03/mar/2008), começamos alguma discussão comentando com os demais participantes, os acontecimentos ocorridos durante as aulas. Então, a professora Susana repetiu seu pensamento em relação à representação dos 500 centavos. Aproveitamos para levantar alguns questionamentos e perguntamos à professora, por que pensava que 0,500 significavam 500 centavos. Ela respondeu que era porque tinha acrescentado um zero e mostrou outro exemplo de que 0,10 se transformariam em 100 centavos. Para a explicação, ela realizou a seguinte multiplicação:

$$\begin{array}{r} 0{,}10 \\ \times 10 \\ \hline 0{,}100 \end{array} \quad \text{logo, 100 centavos;}$$

Na ideia da professora Susana, acrescentar um zero ao final de um número é o mesmo que multiplicar por 10, tanto que ela fez a multiplicação por 10 quando queria nos mostrar que 0,10 acrescidos de um zero ao final, ficando 0,100 seriam os 100 centavos. Discutimos sobre a sua multiplicação e o valor da vírgula, ela sabia que dava 1 real (1,00) mas não tinha conseguido observar isso na sua operação. Assim fomos desconstruindo algumas crenças e percepções da professora sobre a escrita de números decimais e sobre a multiplicação de um número por 10.

Pedimos para a professora Susana que escrevesse cinco centavos. A princípio ela escreveu 0,5 e logo percebeu sozinha que essa representação correspondia a 50 centavos e não a 5 centavos. Após, ela mesma escreveu corretamente 5 centavos = 0,05. Aproveitamos para conversar sobre os milésimos que, em algumas ocasiões, aparecem na nossa vida, como por exemplo, em competições esportivas como na natação que a diferença entre os competidores é de milésimos de segundo. Também discutimos, a partir desse evento, questões relacionadas aos decimais: leitura de números decimais, correspondência de valores (ex.: 3,02 = três unidades de real e 2 centavos, que por sua vez era igual a 302 centavos), multiplicação de um número por 10, acréscimo de zeros em um número decimal, dentre outras coisas relacionadas ao nosso sistema monetário. E conseguimos ajudar a professora Susana a (re) construir alguns conceitos sobre esses assuntos. Nossas aprendizagens sobre os conhecimentos matemáticos estavam sendo construídas, além das relacionadas às avaliações sobre as aprendizagens dos alunos.

É importante destacar como se faz necessário estarmos observando algumas regras que são apresentadas nas escolas, no caso, a multiplicação de um número por 10, 100 ou 1000. Normalmente, apresentamos uma regra prática com a qual afirmamos que, nesses tipos de multiplicações, apenas devemos acrescentar zero(s), um, dois ou três (dependendo da multiplicação) ao final da escrita do número. Em que situações isso é verdade? O que significa acrescentar zeros? Será que nós, professores de matemática, formadores de professores estamos dando atenção devida a esse tipo de colocação? Será que acreditamos que isto é algo simples e que não precisa ser explicado? São perguntas que nos levaram a refletir.

O pensamento da professora Susana sobre o acréscimo de zeros não estava errado, se estivéssemos trabalhando com números inteiros, mas reconhecemos que ela conhecia a regra, mas não sabia em quais situações poderia utilizar. Naquele encontro e, posteriormente, acreditamos que ocorreu (re) significação do conteúdo matemático e da forma como trabalhamos o assunto em sala de aula para as participantes. Em suas falas posteriores, a professora Susana disse ter entendido que a regra prática de acrescentar zeros à direita devia ser analisada melhor. Disse, também, que percebeu que em números decimais acrescentar zeros não significa mudar de valor, na verdade seria somente escrever a mesma coisa de diferente forma. E que, principalmente, os números decimais precisam ser tratados com mais cuidado, coisa que ela ainda não tinha se preocupado.

Aprendemos que algumas regras simples podem confundir quem não entende seu funcionamento, ou não presta atenção às restrições da regra, ou ainda não percebe a relação existente entre a matemática e a língua materna. Entender que acrescentar zeros possui diversos significados nos diferentes contextos. Além disso, concluímos que algumas pessoas não possuem clareza do trabalho com números decimais e que a forma como ensinamos influenciam o entendimento. Até mesmo pode levar a ‘erros’, caso realizemos afirmações em aulas, em particular de regras ditas ‘práticas’, sem o devido cuidado.

O episódio nos mostra como foram ricas as discussões no grupo de estudos de situações que aconteciam em sala de aula. Aprendemos umas com as outras que o processo de pensamento e desenvolvimento de determinadas operações é muito mais complexo do que pensamos. Refletir sobre situações práticas, em aulas de outros professores, nos proporcionou ampla reflexão crítica sobre o fato ocorrido e sobre nós mesmas enquanto professoras e aprendizes. Um fato ocorrido no final de 2008 nos chamou a

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

atenção a respeito da situação que relatamos. Em um momento de reflexão sobre nossas aprendizagens ao longo desses dois anos e quatro meses de participação no grupo de estudo, a professora Susana lembrou-se dos 500 centavos. Começou a questionar outras situações e confessou que não tinha compreendido, totalmente, a multiplicação com números decimais. Susana afirmou que compreendeu que 500 centavos representavam 5 reais, mas que ainda não tinha entendido completamente o assunto. Iniciamos uma discussão e fomos provocando a professora Susana para que pudesse (re) construir e aproveitar as ideias estruturadas sobre operações com números naturais, para construir ideias de operações com números decimais. Concluímos que, numa formação continuada, é importante dar voz ao professor e retomar questões discutidas anteriormente. Portanto, acreditamos numa formação em que os professores se sintam parceiros e 'amigos críticos'. Onde não é vergonha dentro do grupo profissional fazer perguntas sobre alguns conhecimentos matemáticos, relações sobre diferentes conhecimentos matemáticos e sobre conhecimento pedagógico matemático. Somente, assim, é que terão liberdade para exporem suas dúvidas da forma como aconteceu com nosso grupo. Mostramos que estamos trabalhando na perspectiva de formação junto com as professoras (SANTOS-WAGNER, 2003; LLINARES e KRAINER, 2006), conforme tínhamos proposto.

Algumas conclusões

As situações apresentadas são exemplos de experiências vividas em sala de aula, com resolução de problemas e ideias sobre as quatro operações, que contribuíram para nossas discussões no grupo de estudos. Com exemplos desse tipo, sentimos a riqueza e amplitude de discussões que podem gerar situações vivenciadas em sala de aula. E como podem contribuir para a construção de aprendizagens sobre conhecimentos de conteúdos matemáticos e conhecimentos pedagógicos matemáticos e sobre o ensino e aprendizagem de matemática.

Na nossa pesquisa, vivenciamos essas práticas e discussões para ajudar as professoras a refletirem sobre suas práticas com resolução de problemas. Realizando, assim, um trabalho mais produtivo com a formação de professores conforme foi apontado por Chapman (1997) ao afirmar que:

> Nós precisamos compreender o conhecimento do professor e o significado pessoal de uma perspectiva mais ampla se nós quisermos aprender deles para sermos capazes de trabalhar com professores mais eficientemente, particularmente em situações onde é necessário ajudá-los a construir e/ou reconstruir as suas experiências pessoais para aperfeiçoar e/ou mudar o ensino deles para refletir, por exemplo, recomendações de reformas atuais. Logo, com uma contribuição desta situação, o intento é sugerir uma possível interpretação holística de uma perspectiva do professor de ensino de resolução de problemas e criar consciência do potencial desta interpretação, como uma base de pesquisas

> subsequentes e programas de desenvolvimento do professor sobre o ensino de resolução de problemas (CHAPMAN, 1997, p. 204)[4] (tradução nossa).

Durante o desenvolvimento da pesquisa, as pesquisadoras aprenderam juntas, diferentes formas de conduzirem o grupo, partilhando e discutindo as metas, tivemos a possibilidade de analisar aprendizagens das professoras juntamente com elas e por elas. Conseguimos fazer com que as participantes agissem como ‘amigos críticos’. Esse modo de agir foi a principal influência do grupo de estudos nas aprendizagens das professoras, pois possibilitou toda interação e ações realizadas, levando-as às aprendizagens.

Na dinâmica que se desenvolveu no grupo realizamos atividades, ouvíamos e éramos ouvidas, valorizamos os saberes e fazeres das participantes. Dessa maneira, com a metodologia de trabalho adotada no grupo, cada uma tinha a sensação de ser, realmente, integrante e parceira, podendo opinar, lançar propostas e dar sua contribuição ao grupo. Essa atuação estava de acordo com nossa escolha metodológica de realizar uma pesquisa com perspectiva humanística, na qual “os professores são tratados como pessoas que têm algo de valor para contribuir e não como objetos de estudo. Suas ações são vistas como tendo significados em suas situações ou contextos” (CHAPMAN, 2006, p. 111).

Em diferentes momentos provocamos reflexões críticas, de modo a instigá-las, devido ao que nos apresentavam e ao que partilhavam conosco em situações de troca. Isso vai ao encontro do que Mizukami et al. (2002) comentaram sobre a abertura das salas de aulas em locais de pesquisa, gerando conhecimento local. Ampliamos a ideia de que “os professores aprendem a partir da inquirição de sua vida profissional e dentro de contextos bastante variados entre si (MIZUKAMI et al., 2002, p. 152)”, pois compreendemos que eles precisam ter consciência de suas crenças, concepções e atitudes, e como cada um desses fatores influencia suas práticas em aulas de matemática e seus conhecimentos de conteúdo matemático e os pedagógicos matemáticos.

Cremos que os resultados obtidos foram possíveis pelo envolvimento em um trabalho longitudinal. Pudemos nos conhecer e respeitar os tempos-espaços de cada profissional, interagindo de forma ampla e sensata a cada encontro. O grupo de estudos como formação em contexto nos ensinou a trabalhar em grupo, destacando o que Krainer (1998, 1994) chama a atenção para o que é ação, autonomia, reflexão, rede de suporte e troca de ideias. Esse

[4] We need to understand the teacher’s knowledge and personal meaning from a broader perspective if we are to learn from them to be able to work with teachers more effectively, particularly in situations where it is necessary to help them to construct and/or reconstruct their personal experiences to enhance and/or change their teaching to reflect, for example, current reform recommendations. Thus, as a contribution to this situation, the intent of this paper is to suggest a possible holistic interpretation of teacher’s perspective of teaching problem solving and to create awareness of the potential of this interpretation as a basis of further research and teacher development programs on teaching problem solving (CHAPMAN, 1997, p. 204).

tipo de formação continuada promoveu mudanças, a partir do trabalho *junto com* os professores, agindo como 'amigos críticos' e respeitando outros pontos de vista vivenciamos diferentes experiências e nos motivamos a superar nossos medos e receios. Dessa maneira, conseguimos fazer com que cada uma pudesse percorrer seu caminho, aflorar para novas visões e, a seu tempo, colher os frutos produzidos por essa inserção no grupo. Esse trabalho possibilitou, pelo seu tempo e desenvolvimento, a interação entre as participantes, colocando-as como 'amigos críticos', parceiras e envolvidas, de tal forma a se sentirem parte do trabalho, tendo voz ativa nas discussões e decisões de um grupo de estudos. Nosso trabalho confirma que formações continuadas realizadas em colaboração entre professores podem influenciar o desenvolvimento profissional desses.

Destacamos que, a investigação da própria prática, talvez, tenha sido uma das aprendizagens mais importante e significante que concretizamos nesse grupo. Dessa forma, precisávamos olhar para nós mesmos e identificar nossas fortalezas, fraquezas, sucessos e insucessos em relação à matemática e suas práticas. Ou seja, fomos aprendendo a desenvolver nossa consciência metacognitiva (SANTOS, 1993, 1997), sobre nós próprios, enquanto professoras e aprendizes. Praticamos em diversas situações do estudo a consciência metacognitiva, quando refletimos conjuntamente ou individualmente, para rever e refletir sobre momentos e situações de sala de aula. A constante formação e reflexão crítica possibilitada pela influência do grupo foram necessárias e importantes para o processo de aprendizagem e desenvolvimento profissional. Formadores que atuam em formações iniciais e continuadas precisam estar atentos para essa questão. Avançamos, em nossa pesquisa, o que Santos (1993) pontuou sobre a consciência metacognitiva de futuros professores, mostramos que isso deve ocorrer ao longo do desenvolvimento profissional em uma formação permanente.

Nossos estudos foram intensificados sobre a construção dos conceitos que compreendem as quatro operações fundamentais e sobre as particularidades, na forma de pensar, relacionadas aos diferentes processos de estrutura que podem ser formados por uma pessoa ao resolver problemas que envolvam tais operações. Muitas vezes, nós, professores, não damos importância às nuances das operações e, por esse motivo, deixamos de realizar um trabalho adequado com os alunos para que esses compreendam as sutilezas e diferenças de significados dentro de uma mesma operação. Isso foi percebido intensamente no trabalho realizado com a professora Beatriz sobre divisão com resto não nulo. No qual aprendemos que precisamos estar mais atentas para como os alunos resolvem esses tipos de problemas, mas se confundem ao apresentarem os resultados. Notamos também que devemos abordar, em diferentes momentos, durante o processo de ensino e aprendizagem, um mesmo conceito para que este seja construído por professores e alunos de forma significativa e adequada. Aprendemos que se faz necessário um trabalho de avaliação contínua, para identificação de dificuldades na construção dos conceitos. Ressaltamos que trabalhos como a escrita da forma de pensar um problema e sua solução, a invenção de

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

problemas pelos alunos e, ainda, a explicação para outros colegas de como o processo de solução contribui para a construção dos conceitos e superação de obstáculos de aprendizagem que porventura surjam (SANTOS, 1993, 1997; SANTOS-WAGNER, 2003). Após a execução dessas atividades, não garantimos que todos os alunos se apropriaram do conceito e conseguiram construir, de maneira adequada, o significado da divisão com resto não nulo. Porém, afirmamos que um trabalho dessa natureza concorreu para que um maior número de alunos conseguisse atingir níveis mais significativos de compreensão. Consideramos que essas formas de abordagens foram aprendizagens do conhecimento pedagógico matemático por todas nós e, em especial, por Beatriz.

O trabalho abrangendo as quatro operações, possibilitou-nos outras aprendizagens. Em relação ao conhecimento pedagógico matemático, notamos que algumas crenças e concepções das professoras induzem suas práticas, como foi o caso de Susana. Ela acreditava que o trabalho com continhas (conforme denominava), com o quadro valor de lugar (QVL) e com problemas isolados, envolvendo as operações fosse suficiente para o desenvolvimento das crianças na construção desses conceitos. Durante os encontros, ela concluiu quanto é importante se realizar outros tipos de abordagens e de aproveitar as oportunidades em sala de aula, para aprofundarmos diferentes conteúdos matemáticos. Verificamos, porém, que essa professora conseguia fazer inter-relações de várias disciplinas de maneira surpreendente, inclusive valorizando questões sociais – aprendemos essa forma de atuação com ela. No entanto, ela não tinha percebido que poderia fazer a mesma coisa com os conteúdos matemáticos. Aos poucos, ela mesma verificou que essa conexão era possível e que trazia benefícios para a aprendizagem de seus alunos e também para a própria Susana, uma visão mais ampla da integração dos conteúdos matemáticos. Questionamo-nos sobre as formações, tanto inicial como continuada, dessa professora e refletimos sobre algumas possíveis lacunas com relação às formações de um modo geral. Percebemos que o currículo de matemática foi visto como conteúdos isolados e que deveriam ser trabalhados separadamente; essa visão prejudica um trabalho adequado para a estruturação da base do edifício matemático pelos alunos (BRASIL - PCN, 1997). Ressaltamos a importância de formações continuadas em contexto, conforme nosso grupo de estudos, que pôde ouvir a professora, compreender qual sua visão, discutir e analisar outras possibilidades, além de verificar na prática como outros modos de atuação seriam possíveis. Supomos que foram situações desse tipo que levaram Susana a afirmar que o grupo foi um divisor de águas em sua profissionalização e em sua prática. A forma de visualizar e de realizar outras possibilidades para sua atuação em aulas de matemática, percebendo o currículo de matemática como um sistema amplo e com várias conexões entre seus conteúdos, contribuiu para essa visão diferenciada. Importa realçarmos que formações iniciais e continuadas precisam estar atentas para quais visões, de matemática e de seu currículo, eles já possuem e quais estão ajudando a construir. É imprescindível que se mostrem cada vez mais, aos futuros

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

professores e aos que já atuam, as inter-relações entre os conteúdos matemáticos e entre esses com os de outras disciplinas. Desmistificando e modificando, dessa forma, algumas crenças e concepções de matemática que existem, em especial com os profissionais que atuam nas séries iniciais.

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** matemática. Ensino de primeira à quarta séries. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CARRAHER, D. W. Relações entre razão, divisão e medida. In: SCHLIEMANN, A.; CARRAHER, D. W. (Org.). **A compreensão de conceitos aritméticos:** ensino e pesquisa. Campinas: Papirus, 1998, p. 73-94.

CHAPMAN, O. Metaphors in the teaching of mathematical problem solving. **Educational Studies in Mathematics**, n. 32, p. 201-228, 1997.

______. Researching mathematics teachers' knowledge and practice. **Caderno de Pesquisa em Educação**, Vitória, Centro de Educação/Programa de Pós-Graduação em Educação/UFES, v. 11, n. 21, p. 120-157, jan./jun. 2005.

COLINVAUX, D. Aprendizagem e construção/constituição de conhecimento: reflexões teórico-metodológicas. **Proposições**, Campinas, FE/UNICAMP, v. 18, n. 3 (54), set./dez. 2007.

COONEY, T. J. & KRAINER, K. Inservice mathematics teacher education: the importance of listening. In: BISHOP, A. J. et al. (Ed.). **International handbook of mathematics education.** Netherlands: Kluwer Academic Publishers, p.1155–1185, 1996.

GONÇALEZ, M. H. C. de C.; BRITO, M. R. F. de. A aprendizagem de atitudes positivas em relação à matemática. In: BRITO, Márcia Regina F. de. **Psicologia da educação matemática:** teoria e pesquisa. Florianópolis: Insular, 2005.

JAWORSKI, B. Developing mathematics teaching: teachers, teacher educators, and researchers as co-learners. In: LIN, L.; COONEY, T. J. (Ed.). **Making sense of mathematics teacher education.** Netherlands: Kluwer Academics Publishers, 2001, p. 295-320. Disponível em: <http://books.google.com/books?hl=pt-BR&lr=&id=3uDywYB7U0MC&oi=fnd&pg=PA295&dq=Journal+of+Mathematics+Teacher+Education++Barbara+Jaworski+&ots=cHtx7_mzKA&sig=M-ANYgDnzByOBsT-FtMUvZjBedU#PPA319,M1>. Acesso em: 06 mar. 2008.

JESUS, A. M. Construir o conceito de divisão, resolvendo problemas: um estudo de caso. In: GTI (Org.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática - APM, 2005, p. 91-111.

KRAINER, K. PFL - Mathematics: A teacher in-service education course as a contribution to the improvement of professional practice in mathematics instruction. In: PONTE, J. P. da; MATOS, J. F. (Ed.). **Proceedings of the 18th International Group of the Psychology of Mathematics Education Conference,** v. 3, p. 104 – 111. Lisbon: University of Lisbon, 1994.

_______. Some considerations on problems and perspectives of inservice mathematics teacher education. In: ALSINA, C. (Ed.). **8th International Congress on Mathematical Education,** 1996. Selected lectures. Sevilla: S.A.E.M. Thales , p. 303 – 321, 1998.

LLINARES, S. Conocimiento y práctica profesional del profesor de matemáticas. Características de una agenda de investigación. **Zetetiké,** Campinas, FE/UNICAMP, v.7, n. 12, p. 9-36, jul./dez. 1999.

LLINARES; S. & KRAINER, K. Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. In: Gutierrez, A., & Boero, P. (Ed.). **Handbook of research on the psychology of mathematics education:** past, present and future. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers, 2006, p. 429-460.

MIZUKAMI, M.G.N., REALI, A.M.M.R., REYES, C.R., MARTUCCI, E.M., LIMA, E.F., TANCREDI, R.M.S.P. & MELLO, R.R. **Escola e aprendizagem da docência:** processos de investigação e formação. São Carlos: EdUFSCar, 2002.

PONTE, J. P. da. A investigação sobre o professor de matemática: problemas e perspectivas do professor. **Educação Matemática em Revista**, Blumenau: SBEM, n. 11, p. 10-13, 2001.

SANTOS, V. M. P. dos. **Metacognitive awareness of prospective elementary teachers and metacognitive awareness about fractions in a mathematics content course and a look at their knowledge and beliefs**, 1993. Tese (Doctoral of Philosophy), Department of Curriculum and Instruction (Mathematics Education) in the School of Education, Indiana University. Publicado por Associação de Professores de Matemática, Coleção Teses. Lisboa: APM, 1996.

______. (Org.). **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática**: métodos alternativos. Rio de Janeiro: UFRJ, Projeto Fundão, 1997.

SANTOS-WAGNER; V. M. The role of collaboration for developing teacher-researchers. In: PETER-KOOP, A.; SANTOS-WAGNER, V. M. P. Dos; BREEN, C. & BEGG, A. (Ed.). **Collaboration in teacher education:** examples from the context of mathematics education. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2003, p. 99-112.

Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, mai. 2012. *Artigos*. ISSN 1982-7199.
Programa de Pós-Graduação em Educação

SCHÖN, D. A. **Educando o profissional reflexivo:** um novo design para o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

SELVA, A. C. V. Discutindo o uso de materiais concretos na resolução de problemas de divisão. In: SCHLIEMANN, A.; CARRAHER, D. W. (Org.) **A compreensão de conceitos aritméticos:** ensino e pesquisa. Campinas: Papirus, 1998, p. 95-119.

SELVA, A. C. V.; BORBA, R. E. de S. R. O uso de diferentes representações na resolução de problemas de divisão inexata: analisando a contribuição da calculadora. **Boletim GEPEM,** Rio de Janeiro: o grupo, n. 47, p. 51-72, jul./dez. 2005.

SERRAZINA, L. A formação para o ensino da matemática: perspectivas futuras. **Educação Matemática em Revista,** São Paulo: SBEM, Ano 10, n. 14, p. 67-73, agosto 2003.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher.** 15 (2), February, p. 4-14, 1986.

SILVA, S. A. F. da. **Aprendizagens de professoras num grupo de estudos sobre matemática nas séries iniciais.** 2009. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal do Espírito Santo, 2009.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1988.

ZEICHNER, K. M. Para além da divisão entre professor-pesquisador e pesquisador acadêmico. In: GERALDI, C. M. G., FIORENTINI, D. PEREIRA, E. M. de A. **Cartografia do trabalho docente:** professor(a)-pesquisador(a). Campinas: Mercados de Letras, 1998, p. 207-236.

Enviado em: 31-03-2012

Aceito em: 11-05-2012