



## LOS ASPECTOS DIDÁCTICOS BÁSICOS DEL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL EN LOS LIBROS DE TEXTO

**Maria Pilar Ruesga Ramos<sup>1</sup>**  
Universidad de Burgos – Espanha

**Gilda Lisbôa Guimarães<sup>2</sup>**  
Universidade Federal de Pernambuco – Brasil

### Resumo

Esse artigo buscou analisar os aspectos que interveem na aprendizagem do sistema de numeração decimal (SND) apresentados em coleções didáticas dos três primeiros anos do Ensino Fundamental. Busca-se analisar as estratégias e procedimentos das atividades referentes ao SND que são propostos nas coleções, assim como os recursos didáticos que contribuem com a apropriação do mesmo. A análise pode ser utilizada também como orientação a professores para selecionar livros didáticos ou as atividades a serem propostas em sala de aula. Por outro lado, os itens criados para essa análise se configuraram em um instrumento de análise o qual foi utilizado para avaliar três coleções espanholas e três brasileiras de grande tiragem em cada país. Os resultados mostram que 72% das atividades se dedicam a aprendizagem do SND. Porém, ficou evidenciado um surpreendente distanciamento da Matemática com a vida cotidiana, o que contraria a concepção universalmente aceita nos dias atuais.

**Palavras chave:** Sistema de numeração decimal; Livros didáticos; Anos iniciais; Matemática.

Agência financiadora: Universidad de Burgos

### Resumen

En este trabajo se hace un análisis de los aspectos que intervienen en el aprendizaje del sistema de numeración decimal (SND) para los tres primeros años

---

<sup>1</sup> Professora da Facultad de Humanidades y Educación, Universidad de Burgos, Espanha. pruesga@ubu.es

<sup>2</sup> Graduação em Pedagogia pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, mestrado em Psicologia Cognitiva pela Universidade Federal de Pernambuco, doutorado em Psicologia Cognitiva pela Universidade Federal de Pernambuco e pós-doutorado pela Universidad de Burgos. Atualmente é Professor Efetivo da Universidade Federal de Pernambuco. gilda@ufpe.br



de la enseñanza obligatoria. Se ponen de relieve las estrategias y procedimientos que constituyen la esencia del SND así como los recursos didácticos que contribuyen a este fin y sirve de orientación al profesorado a la hora de seleccionar un libro para su aula. Todos ellos conforman un instrumento que ha sido aplicado sobre los textos de tres editoriales españolas y otras tantas brasileñas de gran uso en ambos países. Los resultados reflejan que a este ítem se dedican más del 72% de las actividades, por lo que proporciona una descripción bastante aproximada de la totalidad del texto. También se evidencia un sorprendente distanciamiento de la Matemática con la vida cotidiana y el aprendizaje significativo, en contra de la intención universalmente aceptada en nuestros días.

**Palabras clave:** Sistema de numeración decimal; Libros didácticos; Años iniciales de escolarización; Matemática.

## **TEACHING BASIC ASPECTS OF THE DECIMAL NUMBERING SYSTEM IN TEXTBOOKS**

### **Abstract**

This paper is an analysis of the aspects involved in the learning of the decimal numbering system (SND) in the first three years of primary school. The strategies and procedures that constitute the essence of the SND are highlighted, as well as the teaching resources that contribute to this purpose and serve as guidance to teachers when choosing a book for their classrooms. All of them were considered in an instrument that has been applied to the texts of three Spanish publishers and other Brazilian ones that are largely used in both countries. The results show that this item is engaged in more than 72% of the activities, so it provides a quite approximate description of the totality of the texts. A surprising distance from everyday life mathematics and from significant learning was also observed, going against what is universally accepted today.

**Keywords:** Decimal numbering system; Textbooks; Early years of schooling; Mathematics.

## **LOS ASPECTOS DIDÁCTICOS BÁSICOS DEL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL EN LOS LIBROS DE TEXTO**

### **Introducción**

El libro de texto es el medio didáctico de más amplia aplicación en las aulas para el aprendizaje de las Matemáticas. A pesar de las críticas recibidas



y a pesar también de las nuevas tecnologías y del impacto de los medios de comunicación, el libro de texto continúa teniendo un papel preponderante. Esto le convierte en el material curricular con mayor incidencia en el aprendizaje dentro del aula.

Existen en el mercado un gran número de editoriales entre las que el profesor puede elegir. A pesar de que los contenidos mínimos que deben cubrirse en cada etapa educativa vienen marcados por la ley y de que todos los libros de texto deben ser aprobados como tales por las autoridades públicas competentes, el tratamiento que las distintas editoriales hacen en relación a un mismo contenido se muestra a menudo muy diferente.

El objetivo de este trabajo es proporcionar al docente una guía que ponga de relieve las estrategias y procedimientos sobre los que se apoya la construcción del SND y han de ser objeto de su observación en el momento de decidir el libro de texto para los tres primeros años de enseñanza obligatoria y de sus proposiciones didácticas en el aula.

## Marco Teórico

Dado que los libros didácticos desempeñan un papel tan importante en el desarrollo del aprendizaje, se hace necesario analizar lo que estos están vehiculando. Si los libros didácticos abordan de forma amplia y eficiente los conceptos que deben ser trabajados y, a partir de didácticas que lleven a los alumnos a la comprensión de los mismos, debe esperarse que se produzca un mejor aprendizaje. En este sentido, tenemos numerosos estudios al punto de configurar un área específica de investigación pedagógica: análisis de libros didácticos. Así, encontramos diversas publicaciones que analizan los libros docentes basándose en criterios generales de muy diversa índole: pedagógicos, científicos, psicológicos, etc. (LATORRE, RINCÓN y ARNAL, 1996; MARTIN, 2002; GUIMARÃES y GITIRANA, 2006).

La enseñanza de la Matemática depende más que cualquier otra área de los libros didácticos empleados (JOHANSSON, 2006). El 90% de las actividades de Matemática están determinadas por los libros de texto que definen contenidos y secuencia de enseñanza (JOHANSSON, 2006; REYS, REYS y CHAVES-LOPEZ, 2004; WOODWARD, ELLIOTT y NAGEL, 1988).

A pesar de que algunos investigadores (SHIELD, 1991; WATT, 2002) afirman que profesores australianos son dependientes de los libros de texto para desarrollar el currículo, Jamieson-Proctor y Byrne (2008), por el contrario, sugieren que los mismos parecen usar menos frecuentemente los libros didácticos y presentan un mayor discernimiento de como utilizarlos. A partir de una pequeña investigación realizada con 34 participantes, los autores ponen de relieve que las decisiones de los profesores para usar libros didácticos en Matemática son influenciadas por factores externos como el valor educativo de los mismos, la confianza y la competencia para enseñar Matemática.



De la misma forma, Contreras (2006) afirma que para esta elección, la visión particular de cada profesor sobre la materia parecer ser el único criterio empleado por el docente, lo que puede suponer una pérdida de información sobre criterios relevantes.

Bosch, Gascón y Sierra (2009) llevan a cabo un análisis de los diferentes libros de texto utilizados en la Formación de Maestros en España en torno al Sistema de Numeración. Afirman que las cuestiones referentes a la numeración están prácticamente ausentes de la enseñanza actual siendo un fenómeno relativamente universal.

Así, parece que la formación y el dominio conceptual de los profesores determinan la forma y uso que dan a los libros didácticos.

En esta situación, disponer de un recurso diseñado sobre criterios objetivos que ponga de manifiesto estas diferencias, es una herramienta útil para elegir el texto que mejor se adapta a las necesidades particulares de un determinado alumnado.

En Brasil existe un sistema de evaluación de libros didácticos realizada por profesores/investigadores de todo el país coordinados por el Ministerio de Educación a través del *Programa Nacional do Livro Didático* (BRASIL PNLD, 2010). Estas evaluaciones tienen por objeto orientar a los profesores en la elección del libro didáctico para la práctica docente y, además, contribuir a la formación y actualización de los profesores. Para esa evaluación es considerado tanto el manual del profesor como el libro del alumno, la corrección de los conceptos e informaciones y la adecuación didáctico-metodológica.

La revisión de trabajos sobre selección de libros de texto de Matemáticas, aporta varias propuestas a través de instrumentos. Algunas se basan en análisis globales de determinados indicadores o categorías heurísticas bajo distintos enfoques teóricos Contreras, Font, Luque y Ordóñez (2002); Contreras y Ordóñez (2003); Rico (1997); Bodí y Valls, (2002); Haro y Torregrosa, (2002); Martín, (2002); Ortega (1996); Monterrubio y Ortega (2009). Otras se orientan hacia el análisis de un período educativo concreto, más o menos amplio y a la vez a un determinado contenido. La amplitud del temario en Matemáticas y la diversidad de áreas que aborda en los niveles educativos obligatorios imponen esta restricción. Ejemplo de ello son los análisis sobre fracciones, azar o la geometría para determinados períodos educativos (AZCÁRATE y SERRADÓ, 2006; RUESGA, VALLS y RODRÍGUEZ, 2006; CAVALCANTI y GUIMARÃES, 2009), sobre razonamiento combinatorio (SANTANA y BORBA, 2010; BARRETO y BORBA, 2010) o sobre el uso de la calculadora (SELVA y BORBA, 2009) entre otros.

Así, nos proponemos poner de relieve los aspectos relativos a contenidos matemáticos que inciden de forma básica en la construcción del SND. Igualmente consideramos otros aspectos didácticos que sirven de apoyo como materiales didácticos empleados o formas de presentación, importantes para el aprendizaje en los primeros años. Este conjunto de aspectos se convierten en



variables evaluables constituyendo un instrumento de valoración del texto en su conjunto en relación al SND.

Hemos encontrado un instrumento que permite valorar el tratamiento de los números (BODÍ y VALLS, 2002) para la etapa que se extiende desde los 12 a los 16 años. Sin embargo, el periodo educativo que nos interesa ahora, los tres primeros años de enseñanza obligatoria, tiene características diferenciadas.

El instrumento que se desarrolla en este trabajo está inspirado en algunos de los anteriores, pero difiere de todos ellos en la metodología empleada en la evaluación que es un análisis pormenorizado de cada una de las actividades presentes en el texto y relativas al tema objeto de estudio.

Nuestro sistema de numeración proporciona una multiplicidad de funciones como ordenar colecciones, recordar cantidades u operar con cantidades, entre otras, que justifican su presencia en la vida cotidiana. Como conjunto convencional de reglas para representar y asignar nombre a los números, es una forma eficaz y económica para este fin pero, a la vez, resulta sumamente sofisticado. Esto causa dificultades de aprendizaje que ponen de relieve distintos trabajos (OROZCO y HEDERICH, 2002; NUNES y BRYANT, 1996; LERNER y SADOVSKY, 1994; LERNER, 1995; TOLCHINSKY, 1994; POWER y DAL MARTELLO, 1990; OROZCO, GUERRERO y OTÁLORA, 2007; BRIZUELA y CAYTON, 2010).

La construcción del SND comienza con el aprendizaje de los símbolos propios para el mismo, es decir, de los números 0 al 9. Es sobre ellos que se aplican las estrategias básicas en la construcción del SND. Estas son: a) el uso de una base, es decir, agrupar a partir de una cantidad pre definida (en este caso particular 10, que nuevamente son agrupados cuando llegan a 10 y así sucesivamente) de un número de signos simples (en esta caso diez) y, b) una forma de escribir estos signos de forma secuencial que les otorga distinto valor según su lugar en la secuencia, esto es, la estrategia de posición. Ambas permiten definir el SND como un sistema posicional y de base diez.

Ahora bien, la estrategia de base diez forma parte, como un caso particular de un procedimiento más amplio que es agrupar y desagrupar que, pudiendo ser de 2 en 2, de 5 en 5 o cualquier otra es, concretamente de 10 en 10. De igual forma la estrategia posicional es aplicable a cualquier tipo de elemento con tal de acordar previamente el significado de cada una de las posiciones de la secuencia. Estas convenciones no son, ni mucho menos, inmediatas.

Además, los distintos signos que componen la serie que expresa un número se escriben de izquierda a derecha en orden decreciente, esto es: en 1234, el valor de las cifras que componen la secuencia es decreciente hacia la derecha a pesar de ser ellas mismas mayores; el 1 es 1000 de los de 4. Esta orientación decreciente en valor hacia la derecha es contraria a la idea general de crecimiento: la representación en la recta real, un número es más grande cuanto más a la derecha está, la escritura progresa de izquierda a derecha en nuestra cultura y, en general, ir hacia adelante es ir hacia la derecha progresivamente. En

cambio las cifras de un número van valiendo menos cuanto más a la derecha de la secuencia están. Podría haber sido al revés pero, es así sólo convencionalmente. Por tanto, esta estrategia posicional, hasta cierto punto anti natural en el contexto de nuestra cultura, tiene que ser reflexionada para que pueda ser entendida y asumida. Como ocurre con la base, ella forma parte de lo que podríamos llamar “el procedimiento de posición” practicable con objetos concretos y no necesariamente entidades tan simbólicas como los números. Por ejemplo, utilizando elementos concretos que, en la realidad se corresponden con tamaños progresivamente menores, la secuencia:



Cumple, en cuanto al tamaño, las reglas de posición ya que ninguno de los elementos puede estar en otro lugar de la misma, lo mismo que le ocurrirá al 2 de “ciento veintitrés-123”.

### Aspectos evaluables

Para conseguir este objetivo se han considerado un conjunto de características que dan cuenta del tratamiento que los textos reflejan acerca del número y/o del sistema de numeración decimal. Estas se refieren a los contenidos matemáticos y didácticos. Estos últimos incluyen: materiales, formas de presentación de la actividad, formas de interacción, relación con otras áreas de conocimiento de acuerdo con los organizadores del curriculum (RICO, 1997), entre otras. A ellas nos referiremos como variables toda vez que su uso puede ser valorado en las actividades que los textos presentan en sus diferentes categorías. A continuación se definen estas variables y se ilustran con ejemplos tomados de las colecciones españolas analizadas.

#### 1 - Variable Finalidad

Puesto que existen diferentes formas de abordar didácticamente el SND, es importante analizar si el libro utiliza apenas los aspectos matemáticos del número y las reglas del sistema o busca introducirlos en situaciones en las que tienen sentido de uso promoviendo un aprendizaje significativo. Así, con esta variable se valora el objetivo de aprendizaje de la actividad respecto al número que está presente en la misma. Sus categorías son las siguientes: *investigación*, *resolver problemas*, *aprendizaje del sistema de numeración decimal*, *aprendizaje*



*del cálculo, reflexionar sobre las funciones de los números, relacionar representaciones en tablas y/o gráficos.*

Estas categorías tienen los siguientes significados: como investigación se valoran aquellas actividades que tienen por objetivo realizar alguna tarea de investigación. Como resolver problemas se valoran todas las actividades que requieren descubrir una operación o relación no explícita entre dos estados de acontecimientos. Como aprendizaje del SND se identifican las que tienen como objetivo el aprendizaje de los números y/o de su escritura en el sistema de numeración decimal. Como aprendizaje del cálculo se valora las actividades que tienen por objetivo la mecanización de cálculos algorítmicos. Las actividades de reflexionar sobre las funciones de los números son aquellas que promueven la formación del concepto general de número descubriendo su aplicación a situaciones y contextos diversos. Relacionar representaciones en tablas y/o gráficos registra las actividades que tienen por objetivo aprender el uso del número en la representación de datos a través de tablas y/o gráficos, por ser esta una forma de representación de datos muy frecuente en la vida cotidiana.

## 2 - Variable Función

La generalidad del concepto de número permite que este sea utilizado con múltiples fines. Esta variable valora la función que el número presente en la actividad, pone en práctica. Está codificada como: *cuantificación, ordenación, identificación, manipulación numérica y más de una de las anteriores*. Estas categorías son suficientemente ilustrativas, con su propio nombre, de la función que el número desempeña en la actividad analizada. Respectivamente esta es: evaluar cantidades; ordenar o seriar cantidades; identificación (como símbolo), por ejemplo un número telefónico o código de barras de un producto; manipulación numérica, es decir, al uso del número para automatizar algoritmos o estrategias propias de la escritura y nombre de los números en el SND; la categoría “más de una de las anteriores” puede ser valorada como más interesante desde el punto de vista del aprendizaje dado que tiene la capacidad de poner de relieve, sobre un mismo ejemplo, más de una de estas funciones y, por tanto, favorece la formación del concepto general de número.

Las siguientes actividades son ejemplos que llevan al alumno a reflexionar sobre distintas funciones de los números. En la Figura 1 el alumno podrá observar que aparece un teléfono en el cuál, el número tiene una función de identificación; una calculadora en la cual pueden ser realizadas manipulaciones numéricas, o sea, cálculos; un calendario y un reloj que marcan una cuantificación de días y horas.



Figura 1<sup>3</sup> –Ejemplo de actividad que trabaja con más de una función<sup>4</sup>

En la Figura 2 observamos que el número aparece desprovisto de significación en el contexto de un cálculo algorítmico cuyo objetivo es el aprendizaje del mismo.

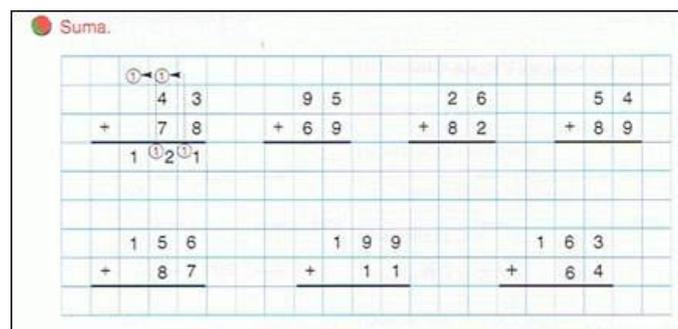


Figura 2 – Ejemplo de actividad que trabaja con la función de manipulación numérica<sup>5</sup>

### 3 - Variable Contar

Se aplica a las actividades cuya función sea la cuantificación. Contar es el origen de la numeración. Ahora bien, es sabido que los niños presentan dificultades diferentes en función de la forma en que los elementos a contar están expuestos. La disposición de los elementos que deben contarse tiene influencia en estos momentos de desarrollo, pues cuando se cuenta a partir de una línea recta ya se tiene establecido el orden para contar con inicio y fin determinados, lo que no ocurre en los otros casos. Las distintas opciones de presentación de los

<sup>3</sup> Los ejemplos refieren solamente las colecciones españolas según si el idioma del texto en cuestión.

<sup>4</sup> Colección 1, curso 3º – p.6

<sup>5</sup> Colección 2, curso 2º – p. 38

elementos son las que se registran con la variable contar: *en línea recta, desordenado y en círculo.*

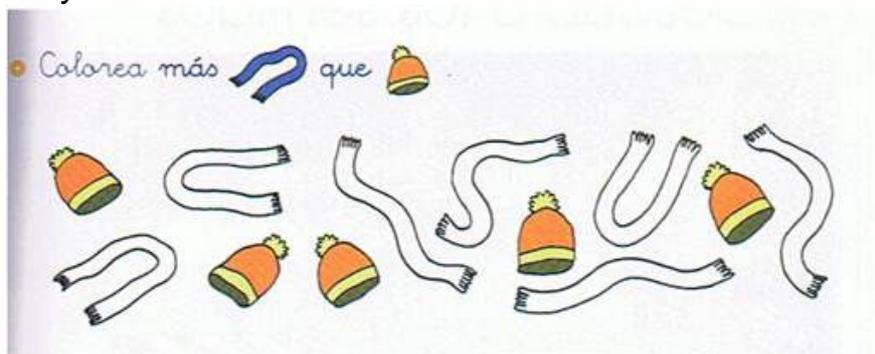


Figura 3 – Ejemplo de actividad de contar desordenado<sup>6</sup>

#### 4 - Variable Cardinalidad

En esta variable se registran las estrategias para asignar el número que representa el total de elementos de la colección: en una categoría se valoran las actividades que requieren contar y asignar, al último número contado, el significado de la totalidad de elementos. Esta es denominada *relación numeral - cantidad*. En la otra categoría la estrategia es utilizar la relación *tantos-como* entre cantidades.



Figura 4 – Ejemplos de contar aplicando la relación “tantos como” y la relación numeral-cantidad<sup>7</sup>

<sup>6</sup> Colección 3, curso 1º – p.33

<sup>7</sup> Colección 3, curso 1º – p.17 e p.21

## 5 - Variable Ordenar

Esta variable es de aplicación en todas las actividades en las que el número es utilizado en su función ordinal. Es el caso de las comparaciones, según las relaciones mayor- menor o más - menos. Distingue si se trata de comparaciones entre numerales o entre cantidades: *comparación de dos numerales; comparación de dos cantidades; transitividad entre numerales (ordenación de tres números); transitividad entre cantidades (ordenación de tres cantidades); seriación numérica cuando se trata de ordenar más de tres números; seriación con cantidades cuando se trata de ordenar mas de tres cantidades.*

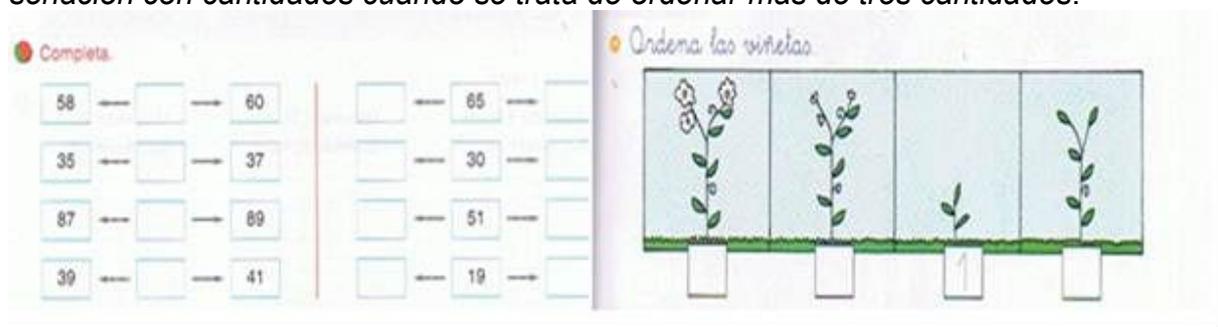


Figura 5 – Ejemplos de transitividad entre numerales<sup>8</sup> y de seriación entre cantidades<sup>9</sup>

## 6 - Variable Operar

Lerner y Sadovsky (1994) afirman que para que haya apropiación del SND es preciso que los alumnos sean llevados a usar la numeración escrita y apoyarse en ella para resolver o representar operaciones. Así, la variable describe el tipo de operación implicada en la actividad, pudiendo ser apenas una sola (*suma, resta, multiplicación o división*) o de una combinación entre ellas. En esta clasificación consideramos importante diferenciar las actividades que trabajan, explícitamente, relacionando operaciones inversas: suma y resta o multiplicación y división por su influencia en el desarrollo del pensamiento reversible (PIAGET, 1979).

<sup>8</sup> Colección 2, curso 2º – p.12

<sup>9</sup> Colección 3, curso 1º- p.45

Con tres números podemos escribir una suma y dos restas.

$$3 + 2 = 5$$

$$5 - 3 = 2$$

$$5 - 2 = 3$$

1. Observa cada operación y completa con los mismos números las otras.

$8 + 4 = 12$  ▶  $12 - 8 = \square$  ▶  $12 - \square = \square$

$70 - 40 = 30$  ▶  $\square + \square = \square$  ▶  $\square - \square = \square$

Figura 6 – Ejemplo de actividad que relaciona suma y resta<sup>10</sup>

## 7 - Variable Base

Con esta variable se valora la presencia en la actividad de la estrategia general de agrupar y desagrupar y la propia de la base 10. Esto es, se consideran los aspectos relativos *agrupar* y *desagrupar de 10 en 10* o *agrupar y desagrupar en diferentes bases*. Registra también si la actividad *relaciona apenas unidades con decenas y unidades con centenas, por ejemplo, o se propone también la relación entre unidades de niveles superiores (decenas y centenas por ejemplo)*, es decir, se valora si resalta que en el numeral 234 se tienen 23 decenas, o que en 1234 se tienen 12 centenas.

1. Pilar siempre lee un rato al acostarse. Cada vez que termina una página, escribe una rayita en su ficha. Cuenta y escribe cuántas páginas leyó Pilar cada día de la semana.

La quinta rayita se dibuja tachando las 4 anteriores.

FICHA DE LECTURA		Páginas leídas cada día	
Lunes		▶	<input type="text" value="3"/>
Martes		▶	<input type="text" value="5"/>
Miércoles		▶	<input type="text"/>
Jueves		▶	<input type="text"/>
Viernes		▶	<input type="text" value="3"/>
Sábado		▶	<input type="text"/>
Domingo		▶	<input type="text"/>

• ¿Qué día leyó más páginas? Et

• ¿Qué días leyó menos de 5 páginas?

• ¿Qué día leyó más de 10 páginas?

Figura 7 - Ejemplo de agrupar en diferentes bases<sup>11</sup>

<sup>10</sup> Colección 1, curso 2º – p.31

RUESGA RAMOS, Maria Pilar; GUIMARÃES, Gilda Lisbôa. Los aspectos didácticos básicos del sistema de numeración decimal en los libros de texto. *Revista Eletrônica de Educação*. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, p.104-128, mai. 2012. Disponível em <http://www.reveduc.ufscar.br>.

3. Completa.

2 decenas = ... unidades

7 decenas = ... unidades

5 centenas = ... decenas = ... unidades

8 centenas = ... decenas = ... unidades

1 D = 10 U  
1 C = 10 D = 100 U

Figura 8 – Ejemplo de relacionar decenas y centenas<sup>12</sup>

### 8 - Variable Valor posicional

La variable hace referencia al distinto valor de un símbolo dependiendo de la posición que ocupa en un numeral. Esta es la estrategia posicional propia del SND que implica aspectos relevantes y complicados desde el punto de vista del aprendizaje como la presencia del número cero. De esta forma se registra si la actividad pone de relieve las siguientes cuestiones: *si el valor de un numeral depende de la posición*, si utiliza la *composición y la descomposición aditiva de los números* ( $156 = 100 + 50 + 6$ ), si *discute y explica el número cero*, si *utiliza la descomposición multiplicativa de los números* ( $156 = 1 \times 100 + 5 \times 10 + 6 \times 1$ ), si explicita la *correspondencia de cantidades entre posiciones*.

Aprende.

C	D	U
1	8	7
+		4 5
-----		
		2

C	D	U
1	8	7
+		4 5
-----		
	3	2

C	D	U
1	8	7
+		4 5
-----		
2	3	2

Para sumar, se coloca un sumando debajo del otro. Las unidades debajo de las unidades, las decenas debajo de las decenas...

Figura 9 – Ejemplo de correspondencia de cantidades entre posiciones<sup>13</sup>

Zhang y Norman (1995) llaman *efecto representacional*, al que ocurre como consecuencia del distinto impacto que, cada forma de representación, tiene en diferentes sujetos explicitando que *"diferentes representaciones para una"*

<sup>11</sup> Colección 1, curso 2º – p.26

<sup>12</sup> Colección 1, curso 3º – p.7

<sup>13</sup> Colección 2, curso 2º – p. 38



*estructura abstracta común pueden causar conductas a nivel cognitivo dramáticamente diferentes*” (p. 271). De la misma forma, Brizuela y Cayton (2010), encuentran diferencias en el tipo de representación que facilita el logro de la convencionalidad en las producciones numéricas de los niños y que se asocian a diferentes respuestas no convencionales, variando de acuerdo con la edad y el grado de escolaridad. Manches (2010) también afirma que, al contrario de lo que ocurre con las representaciones en papel, manipular espacialmente las representaciones no sólo ayuda a los niños a identificar mas formas de descomponer un número, sino también a relacionar soluciones. Resalta además que es posible manipular espacialmente representaciones en un computador, pero que su adecuación depende del tipo de software. Así, como afirma Duval (2004), la conversión entre registros semióticos propicia un mejor aprendizaje.

Estas consideraciones nos llevan a introducir variables que registran las distintas formas de presentación de los números en las actividades que el texto propone o que son demandadas a los alumnos como las siguientes.

#### 9 - Variable Cómo el enunciado es propuesto

La variable registra la forma en que los números son presentados en la actividad. Estas pueden ser clasificadas como: *numérica; oral (dictados numéricos); palabras escritas; diseño o una combinación entre ellas.*

#### 10 - Variable Tipo de respuesta que demanda del alumno

Esta variable registra la forma en que la actividad demanda la respuesta del alumno con respecto a la lectura y escritura de los números: *escribir el símbolo; escribir el nombre; nombre oral o alguna combinación entre estas formas.*

#### 11 - Variable Tipo y papel de la representación

Registra los diferentes tipos de representación, como *diseño; foto; gráfico; tablas; recta numérica* y se valora *si la representación es para ilustrar o es para ayudar a la comprensión del alumno.*

2. Lucas quiere saber cuántas chinchetas tiene de cada color.  
Cuenta y completa.

Color	N.º de chinchetas
Rojo	<input type="text"/>
Azul	<input type="text"/>
Verde	<input type="text"/>

Di de qué color tiene más chinchetas.

Figura 10 - Ejemplo de representación con diseño para ayudar a comprensión del alumno<sup>14</sup>

## 12 - Variable Material como soporte

El material didáctico permite representar los números y las estrategias de escritura del SND de forma manipulativa y visible. Es, por tanto, un recurso que es importante valorar en el libro de texto. En esta variable se registran el material didáctico que la actividad utiliza o propone utilizar: *material concreto, calculadora, otros recursos tecnológicos, juegos, cuadro valor de lugar, bloques multibase, ábaco, regletas Cuisenaire, dinero<sup>15</sup>, palitos y dedos o una combinación de ellos.*

Rodea las monedas que necesitas en cada caso.

Figura 11 – Ejemplo de actividad que utiliza el dinero como soporte<sup>16</sup>

<sup>14</sup> Colección 1, curso 2º- p.26

<sup>15</sup> Fueron incluidas en el análisis las actividades en las que el dinero es utilizado para la comprensión del sistema de numeración.

<sup>16</sup> Colección 3, curso 1º – p.183



### 13 - Variable Cálculo mental

Al contrario de las situaciones donde la representación está apoyada en algún tipo de material, el cálculo mental no utiliza ninguno. Así, es importante verificar si la actividad se refiere a cálculo mental explícitamente. Estas actividades registran siempre una función del número como manipulación numérica y cuya finalidad es aprendizaje del cálculo.

### 14 - Variable Historia de la Matemática

Comprender que los conocimientos matemáticos se han generado históricamente es importante para que los estudiantes perciban que han sido creados en función de las necesidades de los hombres. La variable registra *si la actividad introduce elementos históricos y si la finalidad con que lo hace es solo como ilustración o como aportación de ideas para aprender.*

### 15 - Variable Error con fines didácticos

El error es una estrategia docente en el aprendizaje de las Matemáticas de importancia primordial. Este tiene una doble utilidad formativa: de una parte por su aportación al aprendizaje y de otra como contribución a la formación del pensamiento crítico. A partir del análisis de los errores, el alumno puede construir un aprendizaje significativo a través de procesos metacognitivos. Con esta variable se registra si la actividad hace *uso de un error como estrategia de aprendizaje* provocando la reflexión del alumno.

1. Esta suma está mal hecha. Observa y contesta.

$146 + 34 + 411$		
C	D	U
1	4	6
	3	4
+	4	1 1
<hr/>		
5	8	1

- ¿Está bien hecha la suma de la columna de las unidades?
- ¿Cuál es la suma correcta de la columna de las decenas contando la que te llevas?
- ¿Cuál es la suma correcta? Calcúlala en tu cuaderno.

Figura 12 – Ejemplo de uso didáctico del error<sup>17</sup>

<sup>17</sup> Colección 1, curso 3º – p.34



## 16 – Variable Interdisciplinaridad

Con esta variable se registra si la actividad promueve el conocimiento interdisciplinar en relación a otros campos de conocimiento como las *Ciencias, Geografía, Historia u otro*.

## 17 - Variable Interacción entre los alumnos

A pesar de la extendida idea de que resolver situaciones Matemáticas es una actividad aislada, esto no es necesariamente así. Comparar estrategias o resultados, intercambiar opiniones y discutir entre pares es una forma importante de desarrollar el aprendizaje. Así, la variable registra si la actividad promueve el trabajo colaborativo y en qué grado lo hace: *intercambiando ideas o resolviendo la tarea en grupo*.

### La validez del instrumento

El conjunto anterior de variables puede constituir un instrumento para analizar libros de texto o para que el profesor tenga en cuenta a la hora de considerar las habilidades que precisan ser propuestas para que los alumnos se apropien del SND. Para investigar si el instrumento tiene validez fueron realizadas dos acciones: a) una evaluación de cada una de las actividades presentadas en los libros didácticos por dos jueces, de forma independiente, con confrontación posterior y, b) el análisis de todas las actividades que presentan o solicitan números de 6 (seis) colecciones didácticas, relativas a los volúmenes 1 a 3 de cada una, siendo 3 (tres) de ellas españolas e 3 (tres) brasileñas<sup>18</sup>.

Los jueces reúnen sobrada experiencia en el análisis de textos<sup>i</sup> Sin embargo, fue constatada una coherencia en el 93% de las valoraciones e incluida la aportación de un tercer juez en el caso de las discrepancias.

Es importante resaltar que todas las variables incluyen la categoría “no se aplica”. De esa forma, estamos denotamos que no todas las actividades presentan lo que se está evaluando. Por ejemplo, una actividad de ordenar se evaluará como “no se aplica” para la variable forma de contar o una actividad que no implica ninguna operación, es valorada como no se aplica para esa variable.

Por ejemplo, la siguiente actividad<sup>19</sup>

---

<sup>18</sup> Ediciones del año 2009 en las distintas colecciones.

<sup>19</sup> Colección 1, curso 2º – p.150

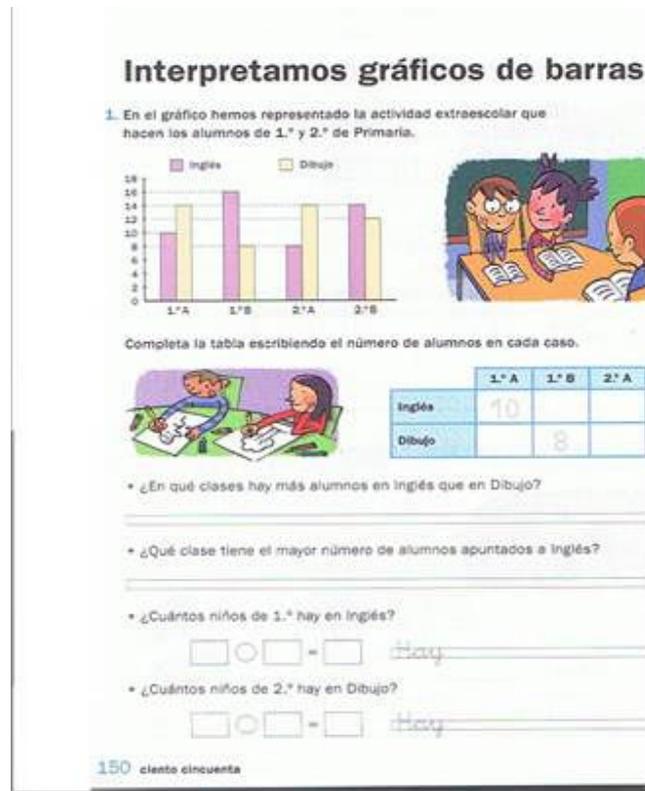


Figura 13 – Ejemplo de evaluación de actividad

Fue evaluada para las distintas variables de la siguiente forma:

Finalidad: *relacionar representaciones en tablas y/o gráficos.*

Función: *cuantificar.* Contar: *en línea recta.* Cardinalidad: *relación numeral-cantidad.* Ordenar: *comparación de dos numerales.* Operar: *sumar.* Posicional: *el numeral vale por la posición.* Cómo el enunciado es propuesto: *numérica y diseño.* Respuesta que demanda: *símbolo y nombre.* Tipo y papel de la representación: *diseño para ilustrar.* El resto de variables se valoran como: no aplica.

Para comprobar la eficacia del instrumento a la hora de perfilar los distintos volúmenes fueron analizadas las tres colecciones en relación con el SND de España (colecciones 1, 2 y 3) y Brasil (colecciones 4, 5 y 6). Estas fueron elegidas por ser de las de mayor tirada en ambos países y, por tanto, de gran repercusión.

Se encontraron 7026 actividades sobre las que fueron valoradas las 17 variables que componen el instrumento. En ellas se incluyeron todas las referentes a cálculos algorítmicos dado que, en todas aquellas operaciones con llevadas sólo se consideraron para este análisis las actividades relativas al área temática de números y operaciones. Es decir, no fueron evaluadas las actividades de pesos y medidas ni de geometría dado que estas no tienen como objetivo principal el aprendizaje del SND.

Los datos muestran que ésta es la temática a la que se dedican la mayor parte de las actividades en los tres primeros años de enseñanza obligatoria. Suponen un porcentaje superior al 72%, y por tanto, la evaluación de este contenido permite describir una parte muy importante de la totalidad del texto.

Para valorar la eficacia del instrumento en la descripción de los textos, se sometieron los datos obtenidos a tratamiento estadístico a través de la aplicación SPSS. Los primeros análisis muestran los resultados que se muestran a continuación.

Una vez que el concepto de número permite que éste sea utilizado con múltiples fines, buscamos analizar se existían diferencias entre las distintas colecciones. El Gráfico 1 evidencia que todas las colecciones priorizan de forma significativa ( $\chi^2 = 282,354$ ;  $p \leq .001$ ) actividades en que el número es utilizado para resolver problemas, para aprender el propio sistema de numeración y para el aprendizaje de los algoritmos del cálculo. Esas tres finalidades asumen en relación a cada una de las colecciones la casi totalidad de las actividades referentes a aprendizaje del SND.

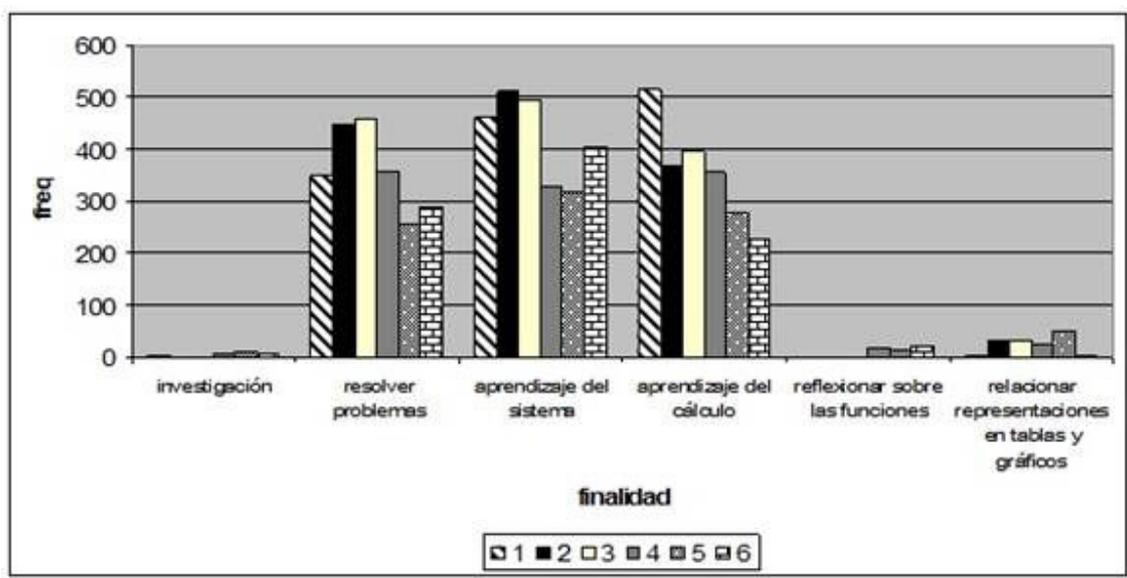


Gráfico 1: Distribución de la variable finalidad por colección

Esta tendencia se repite en las colecciones de ambos países, como se puede observar en el Gráfico 2. Además, se observa también que la cantidad de actividades propuestas en las colecciones españolas es superior a las brasileñas. Esta concentración de actividades en torno a los mismos fines convierten el texto necesariamente en repetitivo.

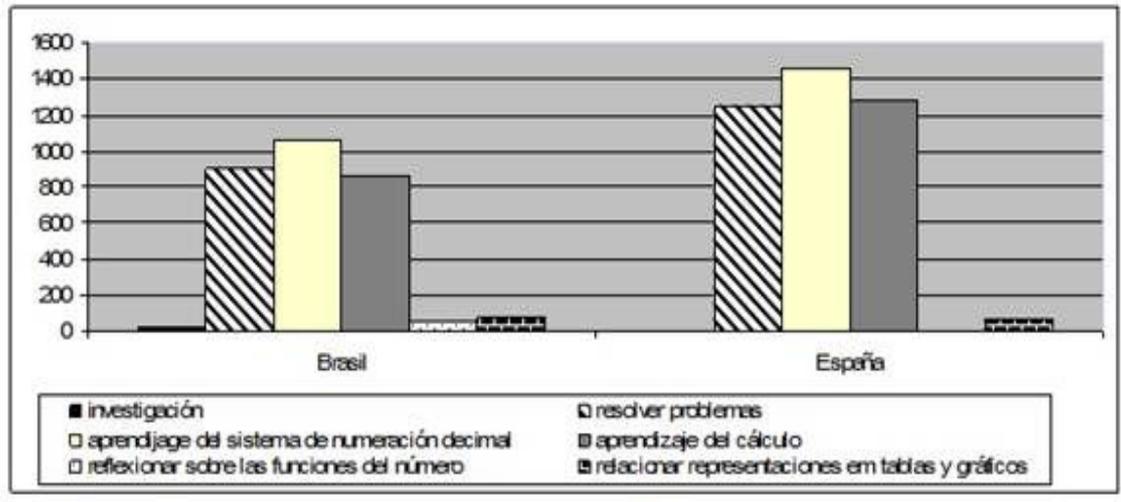


Gráfico 2 – Frecuencia de las actividades referentes a finalidad según el país

El instrumento permitió establecer otras diferencias entre las colecciones. A partir del Gráfico 3, se observa que estas priorizan unas funciones en detrimento de otras. Así, las manipulaciones numéricas son las más utilizadas, seguida de las actividades que proponen cuantificaciones, ordenaciones y las que utilizan una combinación entre estas. La función identificación es propuesta en raras actividades. Sin embargo, se puede también observar que existe una variación significativamente diferente ( $\chi^2 = 1797,586$ ;  $p \leq .001$ ) entre las distintas editoras en relación a estos enfoques.

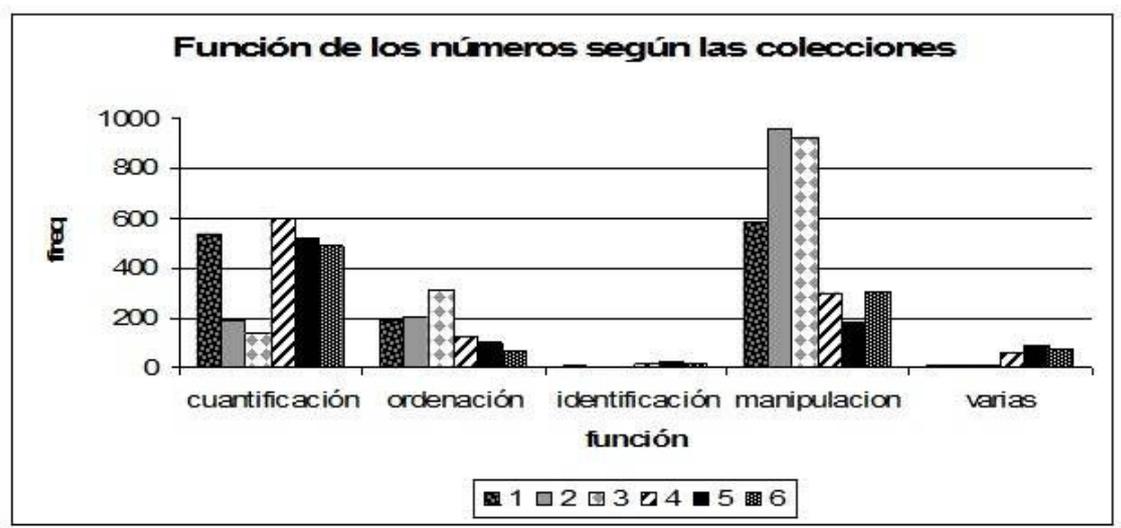


Gráfico 3 – Función de los números en las distintas editoriales (1 a 6)

Por tanto, esta tendencia no se conserva si consideramos los distintos países. El Gráfico 4 evidencia una priorización de actividades de cuantificación en las editoriales brasileñas frente a la manipulación numérica que presentan las editoriales españolas. Las editoriales brasileñas, a pesar de tener una cantidad menor de actividades que las españolas, como se ha dicho, presentan una cantidad muy superior (227) de actividades que implican mas de una función de los números que las españolas (8), lo que es resaltado como importante en la literatura. De la misma forma, se observa que la función de identificación está siendo mas explorada en las colecciones brasileñas (59) que en las españolas (7). Hoy en día, a función de identificación está cada vez mas presente en la vida, los códigos de barras, las placas de matrícula de los coches, los números de teléfono o las claves informáticas forman parte de nuestra vida diaria y, sin embargo, esta función de los números es olvidada en gran medida. Por otro lado, la función de aprendizaje del cálculo, que conlleva procedimientos mecanizados, acapara la dedicación de los textos que, por otra parte, olvidan el uso de las nuevas tecnologías (como ejemplo, se encuentra que la calculadora se presenta sólo en un 1,3% de las actividades de las colecciones brasileñas y de 0,5 en las colecciones españolas).

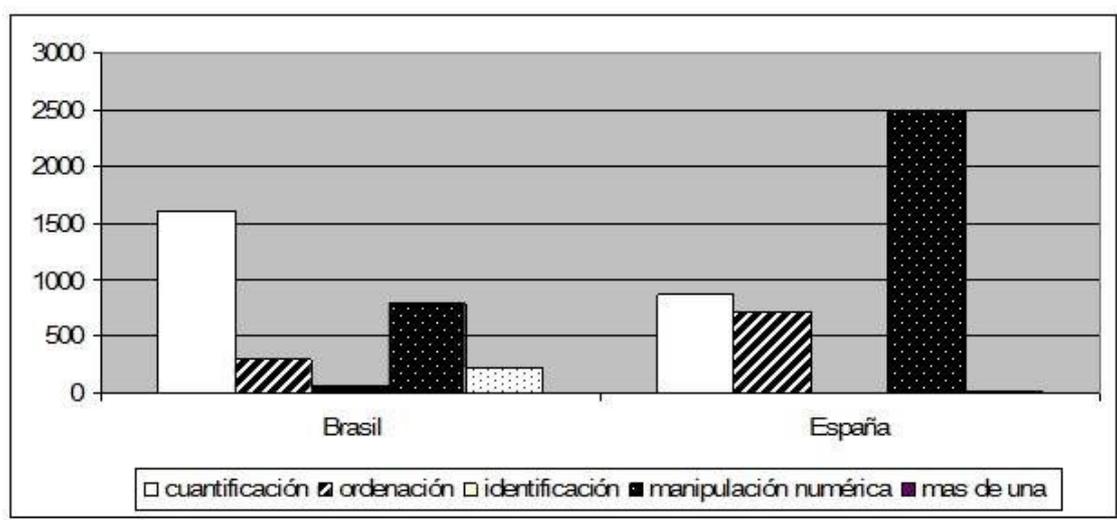
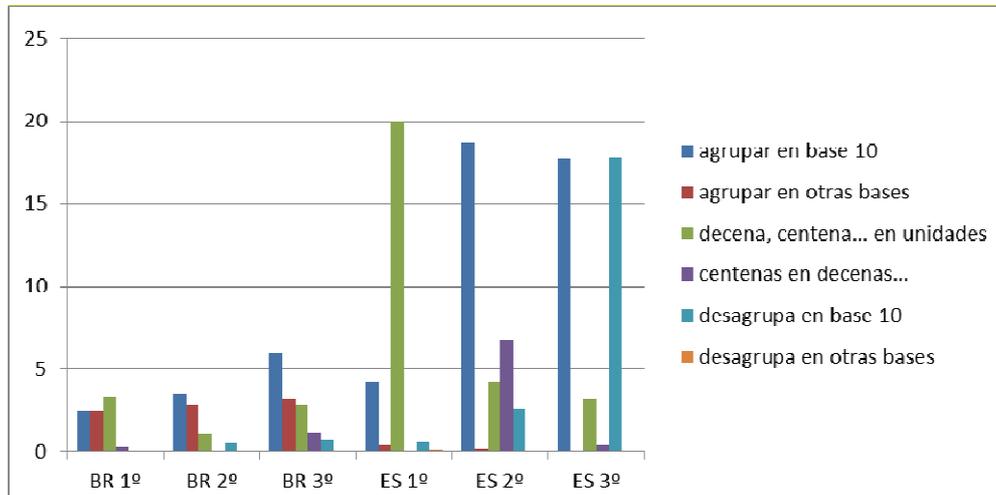


Gráfico 4 – Frecuencia de las funciones de los números por país

Llama la atención la escasa presencia de las actividades de base en las editoriales brasileñas con considerable diferencia sobre las españolas. En cuanto a la posición, la escasa presencia en el primer año de las editoriales brasileñas, se debe a que, en este momento, sólo se trabajan números de un solo dígito.

Los distintos aspectos que presentan sobre la estrategia de base pueden verse reflejados en el siguiente gráfico:



Podemos observar la tendencia tan distinta entre ambos países. Mientras las editoriales brasileñas presentan actividades de prácticamente todos los tipos, aunque en pequeña cantidad, en las españolas, las diferencias entre los años son enormes.

Agrupar y su relación contraria – desagrupar - en diferentes bases es fundamental para comprender lo que es un sistema de base. Sin embargo, habitualmente en los textos lo que se encuentran son afirmaciones como “10 unidades es igual a 1 decena” sin mayor énfasis o reflexión sobre el procedimiento. En los textos españoles de 3º año, hay un énfasis en agrupar y desagrupar en base 10. Esto está presente en innumerables tareas de adición y sustracción con llevadas, lo que ocurre en 2º año sólo con la adición. Esto muestra una desatención al desarrollo del pensamiento matemático que requiere conformar la abstracción reflexiva (PIAGET, 1979). Podemos interpretar que hay una concepción de que son necesarios muchos ejercicios repetitivos para que haya memorización, especialmente en las editoriales españolas.

Estos primeros análisis permiten afirmar que el instrumento proporciona una diferenciación entre colecciones. Esto lo hace posible la consideración, de forma conjunta, de los aspectos esenciales en la construcción del SND apuntados en la literatura, así como las aportaciones relativas al análisis de textos didácticos.

## Conclusiones

El objetivo de este trabajo era poner de relieve las estrategias y procedimientos básicos en la construcción del SND y proporcionar al docente una guía orientativa sobre los aspectos más relevantes que ha de valorar en el libro de texto que elija.



Puesto que este ítem representa más del 72% del temario total de todos los textos en todos los años, la observación sobre los aspectos que se recogen en el instrumento se convierte en una valoración sobre el texto completo. Con la evaluación de resultados, efectuada hasta el momento, se puede afirmar que las variables creadas y la categorización utilizada en cada una de ellas así como el procedimiento seguido para recoger los datos, proporcionan una representación de cada volumen, de modo que es posible obtener diferencias y semejanzas que permiten trazar la tendencia general de texto así como tratamientos detallados de aspectos concretos.

Lo que fue encontrado, infelizmente, es que las actividades que trabajan con manipulaciones numéricas y cuantificación son, todavía, encontradas en gran número en las editoriales analizadas de los dos países. Estos datos evidencian un distanciamiento de la Matemática con la vida cotidiana y el aprendizaje significativo, como viene siendo propuesto en todos los currícula.

Resaltamos que un profesor no precisa realizar un análisis específico de cada una de las actividades, considerando todas las variables presentadas, para encontrar la colección que más se acerca a sus principios y concepciones. Lo esencial es considerar la amplitud de los conceptos y estrategias que precisan ser enseñados para que los alumnos consigan apropiarse del sistema de numeración decimal. Igualmente, este instrumento, puede auxiliar a los profesores en la elección de los libros de texto para sus aulas.

## Referencias

AZCÁRATE, P.; SERRADÓ, A. Tendencias de didácticas de los libros de texto de Matemáticas para la ESO. **Revista de Educación** – 340, p. 341-378, 2006.

BARRETO, F. L. S.; BORBA, R. Como o raciocínio combinatório tem sido apresentado em livros didáticos de anos iniciais. **X Encontro Nacional de Educação Matemática, Anais do X ENEM**. Salvador, p. 1-10, 2010.

BODÍ, S. D.; VALLS, J. Análisis del bloque curricular de números en los libros de texto de Matemáticas. **Aportaciones de la Didáctica de la Matemática a diferentes perfiles profesionales**, p. 301-312, 2002.

BOSCH, M.; GASCÓN, J.; SIERRA T. Análisis de los manuales españoles para la formación de maestros: el caso de los sistemas de numeración. **Investigación en Educación Matemática XIII (SEIEM)** p.139-150. Santander. M.J. González, M.T. González e J. Murillo (Eds.), 2009.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica **Guia de livros didáticos: PNLD 2010: Alfabetização Matemática e Matemática**. – Brasília, 2009.



BRIZUELA, B.; CAYTON, G. Anotar números desde pre-escolar hasta segundo grado: el impacto del uso de dos sistemas de representación en la presentación. **Cultura y Educación**, 22 (2), p. 149-167, 2010.

CAVALCANTI, E.; GUIMARÃES, G. A fração e seus significados em livros didáticos dos primeiros anos de escolarização. **Anais do Encontro de Pesquisa em Educação do Norte e Nordeste – EPENN**, João Pessoa, Paraíba – Brasil, 2009.

CONTRERAS, Á.; FONT, V.; LUQUE, L.; ORDÓÑEZ, L. Análisis semiótico de un manual en torno al concepto de límite. In: MORENO, M. F.; GIL, F.; SOCAS, M.; GODINO, J. D. (Eds.). Investigación en Educación Matemática. **V Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)**, p. 217. Universidad de Almería. Almería.

CONTRERAS, Á.; ORDÓÑEZ, L. El análisis de manuales en la enseñanza de la integral definida. In; CASTRO, E.; FLORES, P.; RICO, L.; VALLECILLOS, A. (Eds.). Investigación en Educación Matemática. **Séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)**, p. 277-287. Universidad de Granada. Granada, 2003.

CONTRERAS, L. C. El conocimiento profesional de los docentes de Matemáticas en relación con la selección y uso de libros de texto. **Revista de Educación 340**, p. 973-992, 2006.

DUVAL, R. **Semiosis y pensamiento humano**. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Cali: Universidad del Valle, 2004.

GUIMARÃES, G.; GITIRANA, V. Atividades que exploram gráficos e tabelas em livros didáticos de Matemática nas séries iniciais. **Anais do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, Águas de Lindóia, São Paulo – Brasil, 2006.

HARO, M. J.; TORREGROSA, G. El análisis de los libros de texto como tarea del profesorado de Matemáticas. **Aportaciones de la Didáctica de la Matemática a diferentes perfiles profesionales**, p. 357–372, 2002.

JAMIESON-PROCTOR, R.; BYRNE, C. Primary teachers' beliefs about the use of mathematics textbooks. In: **31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA31)**, Brisbane, Australia, 2008.

JOHANSSON, M. **Teaching Mathematics with Textbooks: A Classroom and Curricular Perspective**. Unpublished Doctoral Thesis, Luleå University of Technology, Sweden, 2006.

LATORRE, A.; DEL RINCÓN, D.; ARNAL, J. **Bases metodológicas de la investigación educativa**. Barcelona. Hurtado Ediciones, 1996.



LERNER, D.; SADOVSKY, P. El sistema de numeración: un problema didáctico. In: PARRA, C.; SAIZ, J. (comp.). **Didáctica de las Matemáticas**. Buenos Aires, Paidós, 1994.

LERNER, D. **A Matemática na escola: aqui e agora**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

MANCHES, A. **The Effect of Physical Manipulation on Children's Numerical Strategies** – Evaluating the Potential for Tangible Technology. Thesis submitted to the University of Nottingham for the degree of Doctor of Philosophy. EUA, 2010.

MARTÍN, C. Criterios para el análisis de libros de texto desde la perspectiva de la Didáctica de la Matemática. Aplicación a la Estadística y Probabilidad. In: **Aportaciones de la Didáctica de la Matemática a diferentes perfiles profesionales**, p. 373–385, 2002.

MONTEERRUBIO, M.C.; ORTEGA, T. Creación de un modelo de valoración de textos matemáticos. Aplicaciones. In: GONZÁLEZ, M. J.; GONZÁLEZ, M. T.; MURILLO, J. (Eds.). **Investigación en Educación Matemática XIII**. p. 37-53. Santander: SEIEM, 2009.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo Matemática**. São Paulo: Artmed, 1996.

OROZCO, M.; HEDERICH, C. **Errores de los niños al escribir numerales dictados**. Recuperado el 20 de enero de 2004, de <http://www.univalle.edu.co/~cognitiv>.

OROZCO, M.; GUERRERO, D.; OTÁLORA, Y. Los errores sintácticos al escribir numerales en rango superior. **Infancia y aprendizaje**, 30 (2), 147-162, 2007.

ORTEGA, T. Modelo de valoración de textos matemáticos. **Números**, 28, p. 4–12. La Laguna, Tenerife, 1996.

PIAGET, J. **Investigaciones sobre la abstracción reflexionante 1**. Buenos Aires: Huelmul, 1979.

POWER, R. D.; DAL MARTELLO, M. F. The dictation of Italian numerals. **Language and Cognitive Processes**, 5, p. 237-254, 1990.

REYS, B.; REYS, R.; CHAVES-LOPEZ, O. Why Mathematics Textbooks Matter. **Educational Leadership**, 61(5), 2004.

RICO, L. **Los Organizadores del Currículo de Matemáticas**. La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria. Barcelona: ICE Universidad de Barcelona. Horsori, 1997.

RUESGA, P.; VALLS, F.; RODRÍGUEZ, T. Un instrumento para seleccionar libros de texto de Matemáticas. Aplicación al bloque curricular de Geometría. **REIFOP**, 9 (1). 2006, <http://www.aufop.com/aufop/home>



SANTANA, M. R. M.; BORBA, R. Como a probabilidade tem sido abordada nos livros didáticos de Matemática de anos iniciais de escolarização. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**. p. 1-11, 2010.

SELVA, A.; BORBA, R. Como livros de 1a à 4a série do ensino fundamental têm tratado o uso da calculadora em sala de aula? **Cadernos de Estudos Sociais**, 24, p. 131-147, 2009.

SHIELD, M. Mathematics textbooks: How are they used? **Australian Journal of Reading**, 14(1), pp. 60-68, 1991.

TOLCHINSKY, L. Constructivismo en educación. **1 Seminario sobre Constructivismo y Educación**. Puerto de la Cruz, Universidad de La Laguna, 1994.

WATT, M. The Role of Curriculum Resources in Three Countries: The Impact of National Curriculum Reforms in the United Kingdom, the United States of America and Australia. **Conference of the Teaching Resources and Textbook Research Unit**, University of Sydney, New South Wales, 2002.

WOODWARD, A.; ELLIOTT, D. L.; NAGEL, K. C. **Textbooks in school and society: an annotated bibliography and guide to research**. New York Garland, 1988.

ZHANG, J.; NORMAN, A. A representational analysis of numeration systems. **Cognition**, 57, p. 271-295, 1995.

Enviado em: 05-03-2012

Aceito em: 22-05-2012