

# Conhecimentos mobilizados por professores que ensinam matemática e o conceito de função na educação básica

Mobilized knowledge by teachers who teach mathematics and the concept of function in basic education

Vinícius Pazuch<sup>1</sup>, Caroline Miranda Pereira Lima<sup>2</sup>, Evonir Albrecht<sup>3</sup>

Universidade Federal do ABC (UFABC), Santo André-SP, Brasil

## Resumo

O presente artigo tem como propósito investigar os conhecimentos relativos ao conceito de função, mobilizados por professores que ensinam matemática na Educação Básica. Estabelecem-se relações com os pressupostos teóricos e de análise dos domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino, propostos por Debora Ball e seus colaboradores, com sustentação nas ideias de Lee Shulman. Buscou-se identificar e analisar aspectos constituintes dos domínios do Conhecimento Específico do Conteúdo e do Conhecimento Pedagógico de Conteúdo de um grupo de professores participantes de um curso de extensão em uma universidade pública de São Paulo, no âmbito do programa Observatório da Educação (OBEDUC). Tendo como base uma tarefa de aprendizagem profissional docente sobre o conceito de função, identificaram-se e analisaram-se questões de uma tarefa envolvendo o conceito de função. Tomaram-se como dados os protocolos de resolução. A estruturação metodológica apoia-se em uma abordagem qualitativa de cunho interpretativo. Os resultados mostraram que os conhecimentos mobilizados pelos professores priorizam as representações gráficas e tabulares, promovendo indicativos de uso de *softwares* e planilhas como recursos didáticos, e ainda enfatizam a presença das 'letras', como um dos fatores causadores de dificuldades apresentadas pelos estudantes dos diferentes níveis de escolaridade da Educação Básica, no estudo de funções.

**Palavras-chave:** Conceito de função, Conhecimentos do professor, Educação matemática, OBEDUC.

## Abstract

The purpose of this article is to investigate the knowledge related to the concept of function, mobilized by teachers who teach mathematics in Basic Education. Relationships are established with the theoretical and analytical presuppositions of the Mathematical Knowledge for Teaching domains, proposed by Debora Ball and her collaborators, based in turn on the ideas of Lee Shulman. The aim of this study was to identify and analyze constituent aspects of the Content Specific Knowledge and Pedagogical Content Knowledge domains of a group of teachers participating in an extension course at a public university in São Paulo in the Education Observatory Program (OBEDUC). Based on a task of professional teacher learning about the concept of function, we have identified and analyzed questions of a task involving the concept of function. The protocols of resolution were taken as data. The methodological structuring is based on a qualitative approach of an interpretative

1 Doutor em Ensino de Ciências e Matemática (ULBRA). Professor do Centro de Matemática, Computação e Cognição da Universidade Federal do ABC. E-mail: [vinicius.pazuch@ufabc.edu.br](mailto:vinicius.pazuch@ufabc.edu.br)

2 Estudante em Bacharelado em Ciência e Tecnologia da Universidade Federal do ABC. E-mail: [caroll\\_mpl@hotmail.com](mailto:caroll_mpl@hotmail.com)

3 Doutor em Ensino de Ciências e Matemática (UNICSUL). Professor do Centro de Matemática, Computação e Cognição da Universidade Federal do ABC. E-mail: [evonir.albrecht@ufabc.edu.br](mailto:evonir.albrecht@ufabc.edu.br)

nature. The results showed that the knowledge mobilized by the teachers prioritizes the graphic and tabular representations, promoting the use of softwares and spreadsheets as didactic resources, and also emphasize the presence of 'letters', as one of the factors causing difficulties presented by the students of the different levels of Basic Education in the study of functions.

**Keywords:** Concept of function, Teacher's knowledge, Mathematics education, OBEDUC.

### Revelando as justificativas e o contexto da pesquisa

Os conhecimentos mobilizados por professores que ensinam matemática são centrais no contexto dos processos de sua formação. Neste cenário, discutimos o conceito de função, na perspectiva do conhecimento matemático para o ensino de conceitos algébricos na Educação Básica, com base em uma Tarefa de Aprendizagem Profissional (TAP)<sup>4</sup>, noção teórica discutida em Ball e Cohen (1999).

A importância dessa temática justifica-se a partir de três perspectivas. Primeiramente, a escolha do conceito de função se deu pelo fato de ser uma noção fundamental para a própria matemática (SANTOS; BARBOSA, 2017) e também para aplicações de outras áreas do conhecimento (ZUFFI; PACCA, 2002). Em segundo lugar, justifica-se pelas lacunas comunicadas na literatura em relação à formação inicial de professores que ensinam o conceito de função (ZUFFI; PACCA, 2002; REZENDE, 2014). A terceira perspectiva é a necessidade de conceber a formação de professores que ensinam matemática, tendo a prática docente como uma instância de mobilização de conhecimentos profissionais no que se refere ao conceito de função (STEELE; HILLEN; SMITH, 2013; PAZUCH; RIBEIRO, 2017).

Por essas razões, o presente artigo tem como objetivo *identificar conhecimentos mobilizados por professores que ensinam matemática relacionados a uma tarefa de aprendizagem profissional sobre o conceito de função*. A pesquisa envolveu professores que participaram de um curso de extensão<sup>5</sup> voltado ao ensino de Álgebra para a Educação Básica, desenvolvido em 2016 nas dependências de uma universidade pública do estado de São Paulo.

A partir da produção de dados, analisamos um conjunto de protocolos relativos a uma TAP sobre o conceito de função e de diálogos<sup>6</sup> empreendidos por grupos de professores, gravados em áudio e transcritos. A análise dos protocolos e dos diálogos visa aos conhecimentos profissionais de professores de matemática e ressaltar a importância da discussão coletiva em cursos de formação continuada de professores, na perspectiva da prática docente.

Para tanto, organizamos e exporemos aqui uma seção sobre o conhecimento profissional docente, enfatizando as noções do conhecimento matemático para o ensino, e sobre o conceito de função. Em seguida, apresentaremos os processos metodológicos, a análise dos dados e as contribuições dos resultados da pesquisa em relação às pesquisas atuais sobre a temática.

4 Envolve artefatos da prática, como materiais curriculares, vídeos, episódios de aula e trabalho dos estudantes (BALL; COHEN, 1999).

5 Este curso está inserido no contexto do projeto do Observatório de Educação (OBEDUC), com quatro anos de duração, constituído por estudantes de graduação e de pós-graduação, professores da Educação Básica e professores do Ensino Superior.

6 Trataremos o diálogo como uma conversação, com possibilidades de uma relação epistemológica e/ou relação interpessoal (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010) entre os professores participantes da pesquisa. Enfatizamos que não iremos nos "debruçar" sobre a noção de diálogo a partir da produção de dados realizada. Apenas, justifica-se aqui a opção da palavra "diálogo" ao longo do texto.

### **Conhecimento profissional docente: uma discussão acerca do conhecimento matemático para o ensino e o conceito de função**

Discussões acerca do conhecimento profissional docente são cada vez mais frequentes no âmbito da formação de professores que ensinam matemática. Os conhecimentos por eles mobilizados serão aqui abordados, essencialmente, a partir de compreensões da literatura nacional e internacional envolvendo os saberes docentes (TARDIF, 2002) e o conhecimento pedagógico de conteúdo (SHULMAN, 1986, 1987).

Para esta produção, tomamos como base a revisão sistemática de literatura realizada por Pazuch e Ribeiro (2017), a qual trata do conhecimento profissional do professor e do conceito de função. Dessa maneira, ao longo do artigo, estabeleceremos *links* com os referenciais teóricos já discutidos no âmbito da pesquisa em Educação Matemática e as possíveis relações com nosso objetivo de pesquisa.

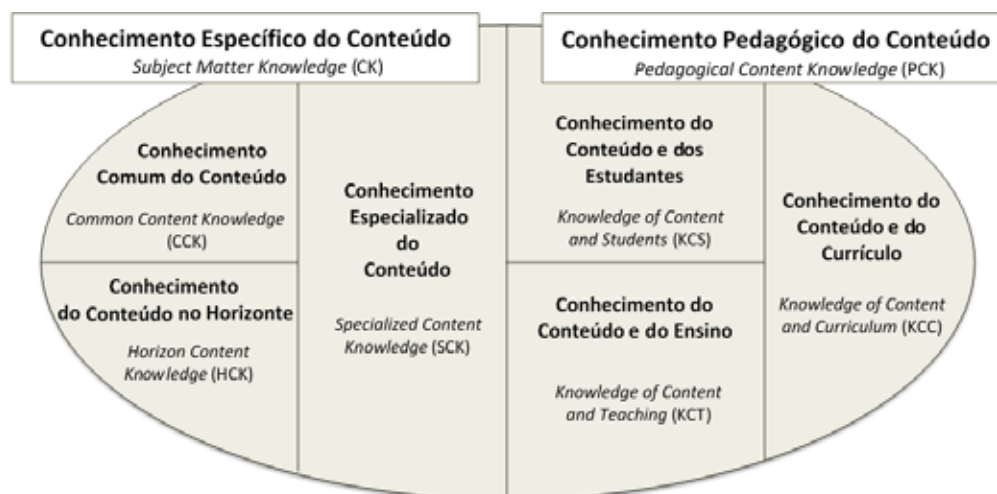
O conhecimento profissional de professores de matemática é alvo de várias pesquisas, e as noções teóricas de Shulman são amplamente referenciadas (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; CARRILLO et al., 2013; FERNÁNDEZ; FIGUEIRAS, 2014; GRAEBER; TIROSH, 2009; HILL; ROWAN; BALL, 2005; HOZ; WEIZMAN, 2008; HURRELL, 2013; MOREIRA; DAVID, 2005; SPEER; KING; HOWELL, 2015; STOCKERO, 2008; STYLIANIDES; BALL, 2004; TURNER; ROWLAND, 2011).

Neste artigo, focamos nos domínios que constituem o conhecimento matemático para o ensino (*Mathematical Knowledge for Teaching – MKT*), discutido em materiais de pesquisa como o de Ball, Thames e Phelps (2008). A centralidade do conhecimento matemático para o ensino procede da base teórica de Shulman (1986). A compreensão acerca do conhecimento pedagógico do conteúdo desenvolvida por Shulman (1986, 1987) culminou na discussão do conhecimento profissional docente na pesquisa em Educação Matemática.

Antes de adentrarmos na discussão do conhecimento profissional do professor de matemática, caracterizaremos o PCK, a partir de Shulman (1986), que compõe um amálgama de conteúdo e pedagogia, unicamente constituído para o trabalho dos professores, como uma forma especial de conhecimento profissional. Uma discussão da trajetória do PCK é apresentada, em detalhes, por Graeber e Tirosh (2009), perpassando a inclusão de novas noções teóricas e a introdução do MKT por Ball e seus colaboradores.

Faremos uma discussão reflexiva dos domínios de Ball, Thames e Phelps (2008), que compartilham, ampliam e aprofundam compreensões do conhecimento profissional do professor que ensina matemática no mesmo sentido do trabalho desenvolvido por Shulman. Apresentaremos a seguir o esquema proposto por Ball, Thames e Phelps (2008) sobre o conhecimento matemático para o ensino. Esse modelo agrega uma série de noções teóricas que buscam contribuir com os conhecimentos dos professores, considerados relevantes e/ou necessários para ensinar matemática.

Esse esquema comporta dois conjuntos de conhecimentos: *Conhecimento Específico do Conteúdo* e *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo*. O primeiro se refere essencialmente ao conteúdo matemático a ser ensinado. O segundo remete ao modo como esse conteúdo pode ser ensinado, contemplando o currículo, os estudantes e as próprias relações entre estes e o conteúdo matemático.



**Figura 1** Conhecimento matemático para o ensino

Fonte: Adaptado de Ball, Thames e Phelps (2008, p. 403).

Sinteticamente, *Conhecimento Comum do Conteúdo* é o conhecimento matemático usado em contextos além do ensino; *Conhecimento especializado do Conteúdo* é o conhecimento matemático vinculado unicamente ao ofício do ensino de matemática. É um tipo de conhecimento matemático que normalmente não é usado para outros fins além do ensino; *Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes* engloba o conhecimento sobre os estudantes e sobre o fato de saber matemática. Os professores devem, por exemplo, ser capazes de antecipar o que os estudantes estão propensos a pensar e o que e quando eles encontrarão dificuldades acerca de um determinado conteúdo; *Conhecimento do Conteúdo e do Ensino* combina o saber sobre o ensino e sobre matemática. Muitas das tarefas matemáticas de ensino exigem um conhecimento matemático da organização dos conteúdos específicos para o ensino; *Conhecimento do Conteúdo e do Currículo* é um subdomínio do conhecimento pedagógico do conteúdo; e o *Conhecimento do Conteúdo no Horizonte* é o conhecimento matemático que possibilita ao professor saber como os tópicos matemáticos são construídos conceitualmente ao longo do currículo.

Salientamos que esses dois conjuntos, como apontam os próprios autores do modelo teórico, dialogam entre si, e as seis separações/classificações necessitam ser encaradas como formas de organização dos conhecimentos que circulam nos processos de ensinar e aprender matemática, e não como uma tipologia sem vínculo com a prática docente.

Há pesquisas sobre o conhecimento profissional e o conceito de função no âmbito da formação de professores que ensinam matemática no cenário nacional e internacional. Em particular, com foco na formação de professores em serviço (BISOGNIN; BISOGNIN; CURY, 2010; SANTOS; BARBOSA, 2017; TABACH; NACHLIELI, 2015; ZUFFI; PACCA, 2002) e na formação inicial de professores (CARNEIRO; FANTINEL; SILVA, 2003; GARCIA, 2009; HANSSON, 2005; LIMA; PONTES, 2009; THOMAS, 2003).

Baseando-se em um questionário para professores em serviço, Bisognin, Bisognin e Cury (2010) atestam a predominância da representação algébrica, justamente pela dificuldade que os professores possuem com as demais representações. Nesse mesmo sentido, Zuffi e Pacca (2002) também apontam entraves em relação à linguagem matemática usada pelos professores em sala de aula, muitas vezes, em

razão de expressões não muito claras e objetivas. Ainda, Zuffi e Pacca (2002) relatam que as funções são concretizadas, na concepção dos professores, por meio de representações gráficas, perdendo a ideia de relações abstratas entre grandezas.

Thomas (2003), em uma pesquisa no âmbito da formação inicial, enfatiza que alguns dos professores constroem a imagem do conceito de função por meio das representações e afirma que a perspectiva gráfica foi muito presente entre os futuros professores, sem, no entanto, aparecer uma definição formal de função. Ainda no âmbito da formação inicial de professores (CARNEIRO; FANTINEL; SILVA, 2003; GARCIA, 2009; HANSSON, 2005; LIMA; PONTES, 2009; THOMAS, 2003), um dos principais aspectos discutidos é a produção de significados ou de ressignificações/reconstruções do conceito de função. Em particular, ao olharmos para os resultados de Thomas (2003, p. 297), percebemos a importância da discussão do conceito de função com os futuros professores: *“Acho que eu percebi o quão inseguro eu estou sobre o que faz de uma função uma função”*. A observação desse futuro professor traz à tona a necessidade do trabalho com os diferentes significados atribuídos ao conceito de função, seja na formação inicial ou na continuada.

Considerando a análise de materiais discutidos em contextos de formação continuada, mesmo cenário de investigação dos dados analisados neste artigo, Carneiro, Fantinel e Silva (2003), apontam que os significados vinculados ao conceito de função são explorados contemplando três campos semânticos: relação unívoca entre variáveis, elemento/conjunto e as transformações, enquanto Hansson (2005), por meio de dois mapas conceituais, discute os significados ou as compreensões dos futuros professores para dois tipos de função.

Pela análise de vídeos e pelos protocolos de resoluções de questões, Lima e Pontes (2009) também citam a ressignificação do conceito de função como uma das formas de aprimorar os conhecimentos prévios dos futuros professores. Por sua vez, Garcia (2009) argumenta em prol da necessidade de o professor de matemática possuir um conhecimento profundo do conceito de função. Isso amplia a necessidade de processos de formação que possibilitem o conhecimento nesse nível. Zuffi e Pacca (2002) e Bisognin, Bisognin e Cury (2010) reafirmam essa necessidade de profundidade na abordagem do conceito de função.

A comunicação do conceito de função em sala de aula pode ser realizada de diferentes maneiras (TABACH; NACHLIELI, 2015). A partir dessa ideia, Santos e Barbosa (2017) apresentam diferentes formas de comunicar esse conceito. Em síntese, ele pode ser comunicado como: tabela, máquina de transformação, diagrama, expressão algébrica, generalização, gráfico e definição (SANTOS; BARBOSA, 2017). Neste artigo, contemplamos uma das tarefas de aprendizagem profissional presentes em Ribeiro e Cury (2015), na qual buscamos revelar a mobilização de conhecimentos profissionais de professores que ensinam matemática sobre o conceito de função, observando que sua comunicação pode ser feita de diferentes maneiras. No próximo tópico, descreveremos os processos metodológicos envolvidos nesta investigação.

### **Processos metodológicos: da natureza de pesquisa à análise dos dados**

A investigação aqui relatada se vincula a uma pesquisa de natureza qualitativa, e os dados produzidos foram predominantemente descritivos, pois retratam os registros escritos e as falas, os diálogos, de professores que ensinam matemática sobre o conceito de função. Assim, discute-se que

(...) a pesquisa qualitativa é um meio para explorar e para entender o significado que os indivíduos ou os grupos atribuem a um problema social ou humano. O processo de pesquisa envolve [...] a análise dos dados indutivamente construída a partir das particularidades para os temas gerais e as interpretações feitas pelo pesquisador acerca do significado dos dados. (CRESWELL, 2010, p. 25)

Como mencionamos, esta pesquisa se insere em um projeto mais amplo, do OBE-DUC, o qual contemplou múltiplas investigações e produções que refletem um trabalho organizado em um período de quatro anos em uma universidade pública do estado de São Paulo. Neste artigo, apresentamos os resultados de uma intervenção/investigação realizada no segundo módulo – com carga horária de 90 horas – de um curso de extensão com o enfoque no ensino de Álgebra para a Educação Básica, conduzido por professores da instituição de ensino e por estudantes de iniciação científica e pós-graduação.

O referido módulo foi estruturado em duas temáticas, a primeira sobre o ensino de funções, que constitui o viés deste artigo, e a segunda sobre o ensino de equações. Selecionamos uma dentre um conjunto de TAP sobre o conceito de função, tendo como justificativa a natureza dessa tarefa, pois foi elaborada sob o viés teórico do conhecimento matemático para o ensino. O Quadro 1, a seguir, sintetiza o enfoque dos encontros do curso de extensão, compreendendo a data, a nomeação da TAP e seus respectivos objetivos:

**Quadro 1** Organização dos encontros

Data do encontro	Tarefa de aprendizagem profissional	Objetivo da tarefa de aprendizagem profissional
26/08/2016	Lista de “fórmulas” sobre os conceitos de função e equação	Refletir sobre as diferenças e as semelhanças entre os conceitos de função e equação.
02/09/2016	Questões interdisciplinares (Matemática, Física, Química e Biologia)	Discutir quais dificuldades os estudantes poderiam ter no estudo dos tipos de funções.
09/09/2016	Leitura de um texto sobre os documentos e os exames que abordam o ensino de equações e de funções	Discutir uma das questões envolvendo o conceito de função e planejar como essa questão poderia ser trabalhada na Educação Básica.
16/09/2016	Método de complementação dos quadrados	Refletir sobre a estruturação algébrica e aritmética.
23/09/2016	Análise de questões e/ou resoluções de estudantes sobre o conceito de função	Resolver e debater sobre as soluções e os apontamentos vinculados ao ensino de função na Educação Básica.
30/09/2016	Análise de questões e/ou resoluções sobre a lei de formação de uma função	Resolver e debater sobre as soluções e os apontamentos vinculados ao ensino de função na Educação Básica.

Fonte: elaboração dos autores

O público-alvo participante do curso foram professores<sup>7</sup> que ensinam matemática na Educação Básica e seu objetivo foi aprimorar os processos de ensino de Álgebra na Educação Básica. A TAP escolhida (RIBEIRO; CURY, 2015) foi proposta no dia 30 de setembro de 2016, em que 16 professores da Educação Básica foram divididos em 5 grupos (identificados por *Grupo 1*, *Grupo 2*, *Grupo 3*, *Grupo 4* e *Grupo 5*).

<sup>7</sup> Os participantes do Curso assinaram um termo de consentimento livre e esclarecido. A pesquisa está aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa da universidade (CAAE: 55590116.8.0000.5594).

A identificação dos professores nas transcrições das gravações em áudio apresenta-se da seguinte forma: Professor da Educação Básica (PEB) e o número (PEB1; PEB2; PEB3...). Os referidos professores responderam um conjunto de questões da TAP (Tarefa 1), objetivando apresentar seus conhecimentos baseando-se na prática docente, em relação ao Conhecimento Específico do Conteúdo (CK) e ao Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT), noção teórica proposta por Ball, Thames e Phelps (2008). A seguir apresentaremos a TAP, na sua totalidade, no formato em que foi resolvida, debatida e analisada pelos professores.

**Tarefa em grupo:** análise de questões sobre o conceito de função na perspectiva do ensino

**Tarefa 1:** (Com base em questões propostas por Ribeiro e Cury [2015]). *Os quadros a seguir mostram conjuntos de números inteiros. Em cada caso, responda às questões:*

a) 

x	y
1	6
2	7
3	8
4	9
5	10
6	...
7	12
8	...
...	...

- 1) quando  $x$  é 2, qual é o valor de  $y$ ?
- 2) quando  $x$  é 6, qual o valor de  $y$ ?
- 3) quando  $x$  é 8, qual o valor de  $y$ ?
- 4) quando  $x$  for 800, qual será o valor de  $y$ ?
- 5) escreva, com suas palavras, a regra que leva cada  $x$  ao  $y$  correspondente.
- 6) escreva agora essa regra, usando apenas letras e números.

b) 

P	Q
2	6
3	9
4	12
5	15
...	...

- 1) quando  $P$  é 2, qual é o valor de  $Q$ ?
- 2) quando  $P$  é 5, qual o valor de  $Q$ ?
- 3) escreva uma regra que represente essa situação, usando apenas letras e números.

c) 

x	y
0	2
1	5
2	8
3	11
4	14
5	17
6	...
...	...

- 1) quando  $x=2$ , qual é o valor de  $y$ ?
- 2) quando  $x=6$ , qual é o valor de  $y$ ?
- 3) escreva uma regra que represente essa situação e depois calcule o valor de  $y$  quando  $x=12$ .

d) Olhando para a Tarefa 1, discuta se ela poderia ser usada no Ensino Fundamental e também no Ensino Médio. Quais adaptações você faria nessa tarefa para trabalhar em ambos os níveis de ensino (Fundamental e Médio)? Justifique suas respostas.

e) Quais dificuldades na resolução da Tarefa 1 os estudantes poderiam apresentar?

f) Quais recursos didáticos (digitais ou não) poderiam aprimorar a Tarefa 1? Descreva como você faria isso.

**Figura 2** Tarefa de Aprendizagem Profissional

Fonte: elaboração dos autores

Os instrumentos de produção de dados podem ser descritos em dois momentos, os quais aconteceram simultaneamente: os registros escritos de resolução da TAP, denominados de *protocolos*, e os *diálogos* dos professores, obtidos pela transcrição de gravação em áudio. A análise de dados foi realizada com base no referencial teórico anteriormente discutido. As interpretações dos autores/pesquisadores resultam da análise dos registros dos professores e das situações de diálogo evidenciadas nos grupos constituídos em consonância com aspectos teóricos predominantes no Conhecimento Matemático para o Ensino. O Quadro 2 retrata o movimento e organização da análise.

**Quadro 2** Movimento de análise de dados

Itens da tarefa de aprendizagem profissional	Material de análise	Unidade de análise/ base teórica
(a); (b); (c)	<u>Transcrição do Diálogo 1 – Grupo 2</u> <i>Protocolo 1 – Grupo 2</i>	Conhecimento especializado do conteúdo (SCK)
(e)	<i>Protocolo 2 – Grupo 5</i> <i>Protocolo 3 – Grupo 2</i> <i>Protocolo 5 – Grupo 3</i> <u>Transcrição do Diálogo 2 – Grupo 4</u> <i>Protocolo 4 – Grupo 4</i> <i>Protocolo 6 – Grupo 1</i>	Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS)
(d)	<i>Protocolo 7 – Grupo 5</i> <u>Transcrição do Diálogo 3 – Grupo 2</u> <i>Protocolo 8 – Grupo 2</i>	Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT)
(f)	<i>Protocolo 9 – Grupo 4</i> <u>Transcrição do Diálogo 4 – Grupo 3</u> <i>Protocolo 10 – Grupo 3</i> <i>Protocolo 11 – Grupo 5</i>	Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT)

Fonte: elaboração dos autores

Como já expressamos, objetivamos identificar os conhecimentos que se manifestam nas respostas às questões presentes na TAP e nas transcrições dos áudios, em que os professores produzem algumas análises. Entendemos que não cabe aqui traçar um diagnóstico, prescrever ou apontar erros, dificuldades e/ou deficiências nos protocolos e nos diálogos analisados sob uma perspectiva interpretativa.

Em outras palavras, buscamos compreender, por meio dos instrumentos de produção de dados apresentados, como os domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino se manifestam na linguagem escrita e no diálogo de grupos de professores, realizados no referido encontro do Curso de Extensão. Neste artigo, salientamos que não apresentaremos os papéis dos formadores (professores universitários, estudantes de iniciação científica e estudante de pós-graduação), pois essa temática será objeto de outra investigação.



## Apresentação e análise dos dados: conhecimentos mobilizados por professores que ensinam matemática e o conceito de função

Antes de iniciarmos o movimento de análise de dados, reafirmamos que a TAP usada pode permitir a mobilização do conceito de função de diferentes maneiras (TABACH; NACHLIELI, 2015). Como já dissemos aqui, a análise dos dados considera três domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino (MKT). Em relação ao Conhecimento Específico do Conteúdo (CK), olharemos para o domínio “**Conhecimento especializado do conteúdo**” (SCK) e sobre o Conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK) discutiremos sobre os domínios do **Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS)** e do **Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT)**.

Segundo Ball, Thames e Phelps (2008), **Conhecimento Especializado do Conteúdo** é o conhecimento matemático vinculado unicamente ao ofício do ensino de matemática. É um tipo de conhecimento matemático que normalmente não é usado para outros fins além do ensino. Para elucidar esse domínio do conhecimento, identificamos na **Tarefa 1** os itens (a), (b) e (c).

Todos os grupos de professores responderam às questões propostas<sup>8</sup>. No entanto, apenas apresentaremos a transcrição de um dos diálogos entre os professores do *Grupo 2* e o protocolo desse grupo, com o objetivo de elucidar os conhecimentos manifestados a respeito da predominância da representação algébrica, como mencionam Bisognin, Bisognin e Cury (2010), com base nas tabelas presentes nos itens (a), (b) e (c). A expressão algébrica e a tabela são duas das formas de comunicar o conceito de função (SANTOS; BARBOSA, 2017).

### Transcrição do Diálogo 1 – Grupo 2 – 30/09/2016

PEB1: [...] *será que é o quê?  $x+5$ , parece?*

PEB2: *Então, vamos ver, de 1 foi para 6, de 2 foi para 7.*

PEB1: *7. De 3 foi para 8.*

PEB2: *Se eu fizesse  $5x+1$  dá 6,  $5x+2$  dá 7, pode ser  $5x$  mesmo.*

PEB1: *Só  $5x$ , sem o termo  $b$ , você fala? São, seria  $5x+1$ .*

PEB2: *Vamos dar uma olhada aqui, se  $x$  fosse zero daria quanto? Vamos lá, seria isso aqui, oh? Não,  $5x$ , não.*

PEB1: *Será que não seria  $x+5$ ?*

PEB2:  *$x+5$ . Se o  $x$  é 1 mais 5 [dá] 6. Se é o  $x$  é 2, mais 5 [dá] 7...*

PEB1: *E assim vai, então quando  $x$  é 2, o valor do  $y$  é 7.*

PEB2: *Isso mesmo [...].*

Fonte: Dados da pesquisa

A partir do diálogo entre os professores sobre o item (a) da TAP, podemos dizer como eles mobilizaram o conhecimento do conteúdo de função, em uma conversa em que usaram a tabela como ideia principal para determinar a lei de formação. Eles adotaram o mesmo procedimento para os itens (b) e (c), conforme mostra o Protocolo 1. Com base nas transcrições, revelamos a mobilização da expressão algébrica e o uso da tabela como formas predominantes de comunicar o conceito de função (SANTOS; BARBOSA, 2017).

<sup>8</sup> Em virtude do limite de páginas do artigo, não foi possível contemplar todos os protocolos e todas as transcrições das gravações em áudio referentes à tarefa de aprendizagem profissional resolvida e analisada.

**Tarefa 1:** (Com base em questões propostas por Ribeiro e Cury (2013)) Os quadros a seguir mostram conjuntos de números inteiros. Em cada caso, responda às questões:

a)

x	y
1	6
2	7
3	8
4	9
5	10
6	...
7	12
8	...
...	...

$f(x) = x + 5$

1) quando  $x$  é 2, qual é o valor de  $y$ ?  $f(2) = 2 + 5 = 7$   
 2) quando  $x$  é 6, qual o valor de  $y$ ?  $f(6) = 6 + 5 = 11$   
 3) quando  $x$  é 8, qual o valor de  $y$ ?  $f(8) = 8 + 5 = 13$   
 4) quando  $x$  for 800, qual será o valor de  $y$ ?  $f(800) = 800 + 5 = 805$   
 5) escreva, com suas palavras, a regra que leva cada  $x$  no  $y$  correspondente.  
 Sendo  $x$  a variável independente podemos atribuir alguns valores que estão na tabela para "chegar" em  $y$ , ou seja, a partir da lei de

b) escreva agora essa regra, usando apenas letras e números.  
 $f(x) = x + 5$

b)

P	Q
2	6
3	9
4	12
5	15
...	...

$f(p) = 3 \cdot p$

1) quando  $P$  é 2, qual é o valor de  $Q$ ?  $f(2) = 3 \cdot 2 = 6$   
 2) quando  $P$  é 5, qual o valor de  $Q$ ?  $f(5) = 3 \cdot 5 = 15$   
 3) escreva uma regra que represente essa situação, usando apenas letras e números.  
 $f(p) = 3 \cdot p$

c)

x	y
0	2
1	5
2	8
3	11
4	14
5	17
6	...
...	...

$f(x) = 3x + 2$

1) quando  $x=2$ , qual é o valor de  $y$ ?  $f(2) = 3 \cdot 2 + 2 = 8$   
 2) quando  $x=6$ , qual é o valor de  $y$ ?  $f(6) = 3 \cdot 6 + 2 = 20$

3) escreva uma regra que represente essa situação e depois calcule o valor de  $y$  quando  $x=12$ .  
 Lei de formação  $f(x) = 3x + 2$   
 $f(12) = 3 \cdot 12 + 2 = 38$

Figura 3 Protocolo 1 – Grupo 2 – 30/09/2016

Fonte: Dados da pesquisa

Além da representação algébrica, os itens (a) e (b) também comunicam o conceito de função como tabela (SANTOS; BARBOSA, 2017). O diálogo e a resolução da Tarefa 1 pelos professores foram fundamentais e determinantes para as respostas, as proposições e os encaminhamentos em relação às demais questões da referida TAP, que se vinculam ao ensino de função na Educação Básica.

Em relação ao conhecimento pedagógico do conteúdo, primeiramente, tratamos do **Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes**, por ser o domínio que engloba o conhecimento sobre os alunos e sobre o conteúdo matemático. Os professores devem, por exemplo, ser capazes de antecipar o que os estudantes estão propensos a pensar e o que e quando eles encontrarão dificuldades acerca de um determinado conteúdo (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Nesse viés, apresentamos o item (e) da TAP proposta, como uma das possibilidades de detectar dificuldades dos estudantes da Educação Básica na resolução da mesma TAP. Para essa análise, contemplamos os protocolos dos cinco grupos de professores e uma transcrição do diálogo de um dos grupos.

No Protocolo 2 – ilustrado na Figura 4 –, os professores do *Grupo 5* projetam as dificuldades na representação algébrica, retornando à ideia “das letras”, como mencionam Ribeiro e Cury (2015) e Bisognin, Bisognin e Cury (2010). Além disso, compartilham o conhecimento vinculado ao conteúdo de função, por meio da representação tabular: “*Também achamos que os alunos que não estejam habituados a ler tabelas, podem ter dificuldades com a interpretação*” (Protocolo 2 – Grupo 5). Esse tipo de representação também foi objeto de discussão do *Grupo 2*, como podemos constatar no Protocolo 3, aqui revelado pela Figura 5. Esse conhecimento do conteúdo vinculado à aprendizagem dos estudantes é um dos domínios desenhadores do MKT.

e) Quais dificuldades na resolução da Tarefa 1 os estudantes poderiam apresentar?

O uso das letras pode causar dificuldades aos alunos do Fundamental, como mencionado anteriormente. Também achamos que alunos que não estejam habituados a ler tabelas, podem ter dificuldades com a interpretação.

**Figura 4** Protocolo 2 – Grupo 5 – 30/09/2016

Fonte: Dados da pesquisa

e) Quais dificuldades na resolução da Tarefa 1 os estudantes poderiam apresentar?

Em princípio entender que existe um padrão na tabela e depois conseguir “fazer” a lei de formação

**Figura 5** Protocolo 3 – Grupo 2 – 30/09/2016

Fonte: Dados da pesquisa

Os protocolos 4, do *Grupo 4*, e 5, do *Grupo 3* – copiados nas Figuras 6 e 7, respectivamente – apontam a determinação da lei de formação como uma das possíveis dificuldades a serem enfrentadas pelos estudantes da Educação Básica na resolução da tarefa. A seguir, transcrevemos o Diálogo 2, do *Grupo 4*, que culminou no registro escrito (Protocolo 4).

#### Transcrição do Diálogo 2 – Grupo 4 – 30/09/2016

PEB6: [...] então vai, quais as dificuldades na resolução da tarefa 1 os estudantes poderiam apresentar? As dificuldades, transpor, ah, passar para a linguagem matemática.

PEB7: Descobrir a função, propriamente dita, pode ocorrer.

PEB8: Pode para colocar também né, escreva a regra da função.

PEB6: A substituição das letras pelo número correspondente, né?

PEB7: Formalismo matemático?

PEB6: Não, passar para a linguagem matemática é você escrever isso aqui, a lei de função [...].

Fonte: Dados da pesquisa

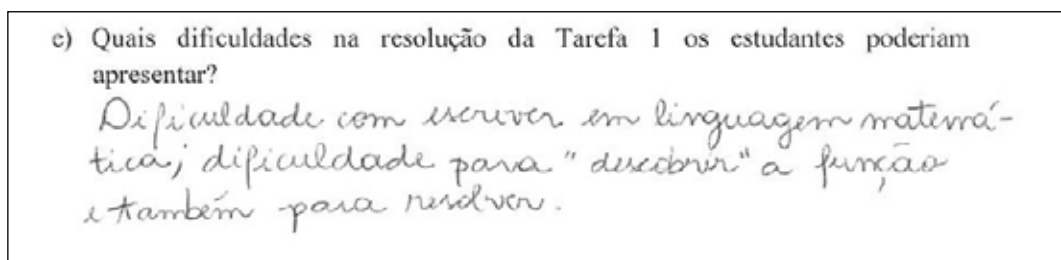


Figura 6 Protocolo 4 - Grupo 4 - 30/09/2016

Fonte: Dados da pesquisa

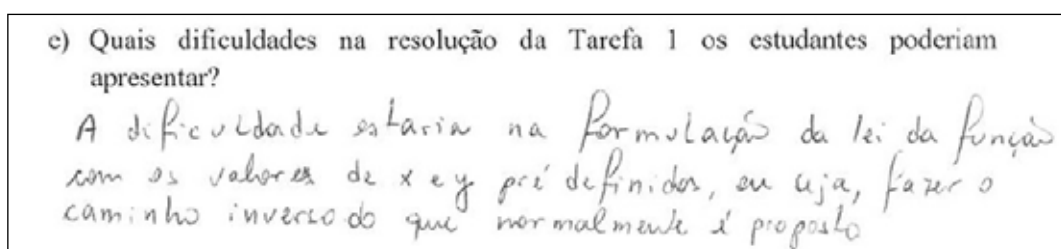
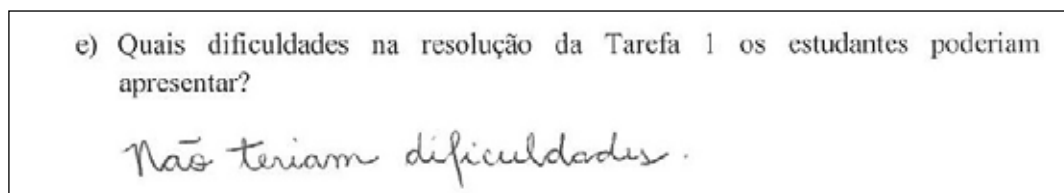


Figura 7 Protocolo 5 - Grupo 3 - 30/09/2016

Fonte: Dados da pesquisa

A “dificuldade ao escrever em linguagem matemática” permite tocar na questão discutida em Thomas (2003) sobre a necessidade de definir formalmente função no âmbito da prática pedagógica, pois, embora o trabalho com representações algébricas, geométricas, tabulares, possa contribuir para o ensino do conceito de função, a dificuldade em expressar-se em linguagem matemática recai no conceito de função como definição (SANTOS; BARBOSA, 2017).

Por outro lado, os professores do *Grupo 1*, como deixa ver a Figura 8, acreditam que os estudantes não apresentariam dificuldades na resolução da tarefa.



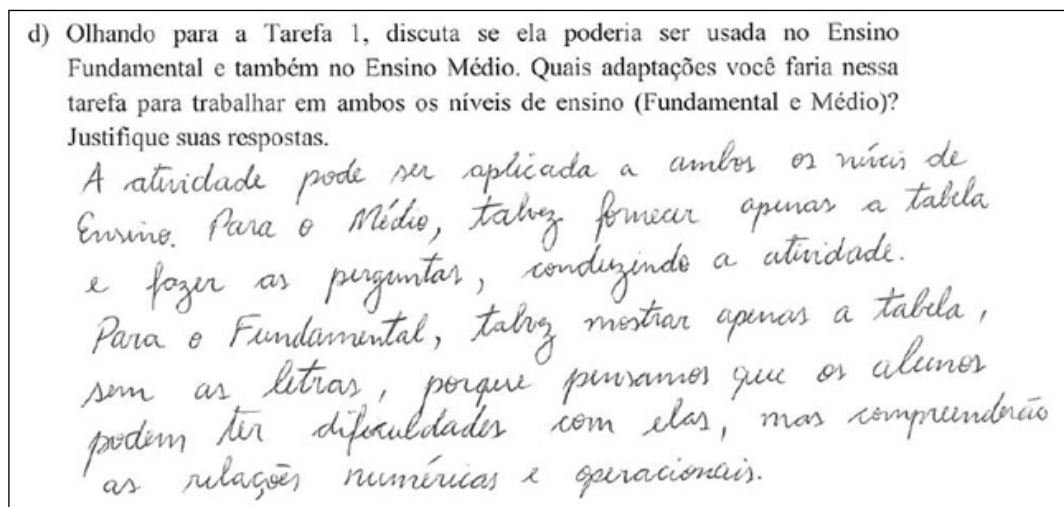
**Figura 8** Protocolo 6 - Grupo 1 - 30/09/2016

Fonte: Dados da pesquisa

O outro domínio do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo é o **Conhecimento do Conteúdo e do Ensino**. Para tratar dele, apresentamos os itens (d) e (f) da TAP. Esse domínio do conhecimento, segundo Ball, Thames e Phelps (2008), combina o saber sobre o ensino e sobre matemática. Em particular, entendemos que muitas das tarefas organizadas para pensar a prática docente exigem um conhecimento matemático da organização dos conteúdos específicos para o conteúdo a ser ensinado.

Para a seleção dos protocolos vinculados ao item (d), optamos por apresentar aqueles que fizeram uma discussão mais ampla, com um maior número de aspectos pedagógicos e/ou didáticos para a produção e o desenvolvimento de tarefas em sala de aula. Esses protocolos até mesmo contemplaram as informações contidas nos protocolos dos demais grupos.

No protocolo 7, exposto na Figura 9, o Grupo 5 se detém na representação tabular, fazendo uma distinção entre a presença ou não “das letras”, apontando a diferença entre o nível de complexidade da abordagem da tarefa no Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Como revelam a transcrição do Diálogo 3 e o Protocolo 8, exposto na Figura 10, do Grupo 2, ambos associam os tipos de função com a natureza da complexidade na abordagem desse conceito no Ensino Fundamental e no Ensino Médio. A comparação entre a complexidade dos tipos de função se dá pela natureza da tarefa, que decorre da contribuição de Hansson (2005), o qual, a partir de dois mapas conceituais, apresenta os significados e as compreensões dos futuros professores para dois tipos de função.



**Figura 9** Protocolo 7 - Grupo 5 - 30/09/2016

Fonte: Dados da pesquisa

**Transcrição do Diálogo 3 – Grupo 2 – 30/09/2016**

PEB1: [...] e a próxima é a d.

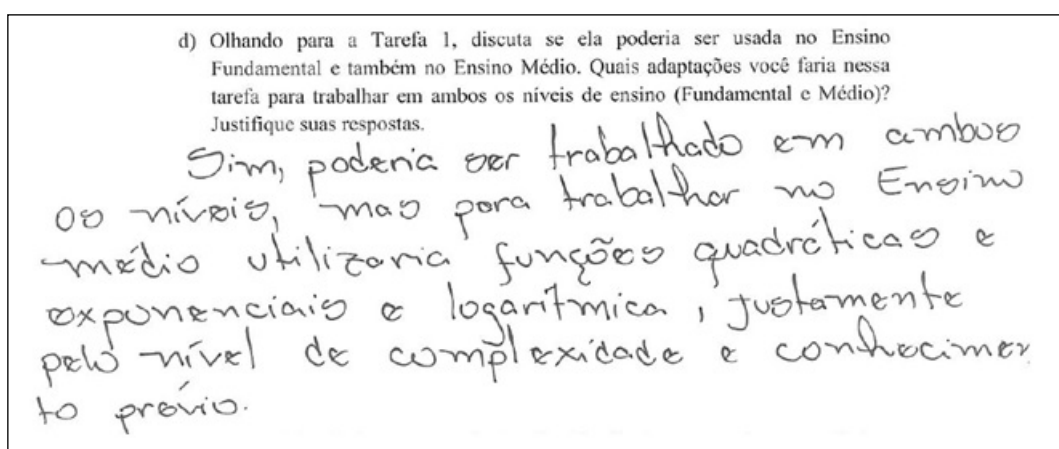
PEB2: Você acha que a tarefa 1 poderia ser usada no Ensino Fundamental?

PEB1: Eu acho que sim.

PEB2: Deixa eu escrever aqui primeiro.

PEB1: Eu escrevi alguma coisa, cara, oh só, eu vou ler primeiro para ver se ficou, eu falei que poderia ser trabalhado em ambos os níveis, mas para trabalhar no ensino médio eu utilizaria funções quadráticas e exponenciais, justamente, pelo nível de complexidade e conhecimentos prévios, vê o que você acha, vê se você entende aí. [...]

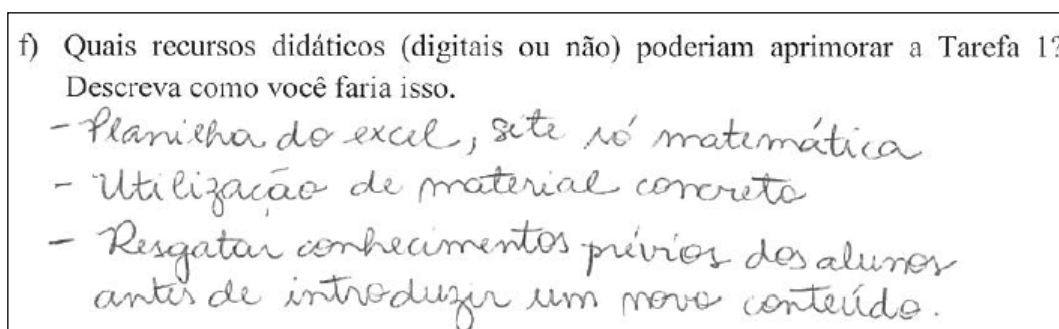
Fonte: Dados da pesquisa



**Figura 10** Protocolo 8 – Grupo 2 - 30/09/2016

Fonte: Dados da pesquisa

O item (f) da TAP permitiu a manifestação do conhecimento dos professores em relação aos recursos didáticos, sejam esses digitais ou não, para o aprimoramento da TAP. Os grupos, em sua maioria, citaram o *software* GeoGebra (Protocolos 10 e 11) e a Planilha Excel (Protocolos 9, 10 e 11, nas Figuras 11, 12 e 13, respectivamente), como possibilidades didáticas para a elaboração de tarefa de ensino, tendo como centralidade a aprendizagem dos estudantes.



**Figura 11** Protocolo 9 - Grupo 4 - 30/09/2016

Fonte: Dados da pesquisa

**Transcrição do Diálogo 4 – Grupo 3 – 30/09/2016**

PEB3: *Então vamos lá, quais recursos didáticos poderiam aprimorar a tarefa 1?*

PEB4: *Então, se usasse um software, colocasse isso aí no GeoGebra por exemplo, fazer um gráfico, eu acho que poderia expandir o tipo, antes de você ter a lei de formação, você poderia ter um número lá, não sei...*

PEB5: *Eu também acho que trabalhar com jogos, por exemplo, pegar uma cartela de ovos, e trabalhar com grãos de milho e feijão, e perguntar nessa casa aqui, na vigésima, que número seria.*

PEB4: *Então, mas ele já teria ter os números [na tabela] para saber.*

PEB5: *Tem aquele livro que trabalha com o xadrez, tem toda uma parte histórica que dá para discutir, não é aquele blá blá de história, mas é uma história que faz ele entrar e resolver problema.*

PEB4: *Mas o nosso aluno é tão desinteressado em sala de aula, você começa contar uma coisa dessa, ele diz, tá bom, tá, que outros recursos? Os jogos, o software, seria o gráfico.*

PEB5: *Olha, tá difícil a coisa aqui, jogos até com batalha naval, dá para brincar com eles alguma coisa do tipo.*

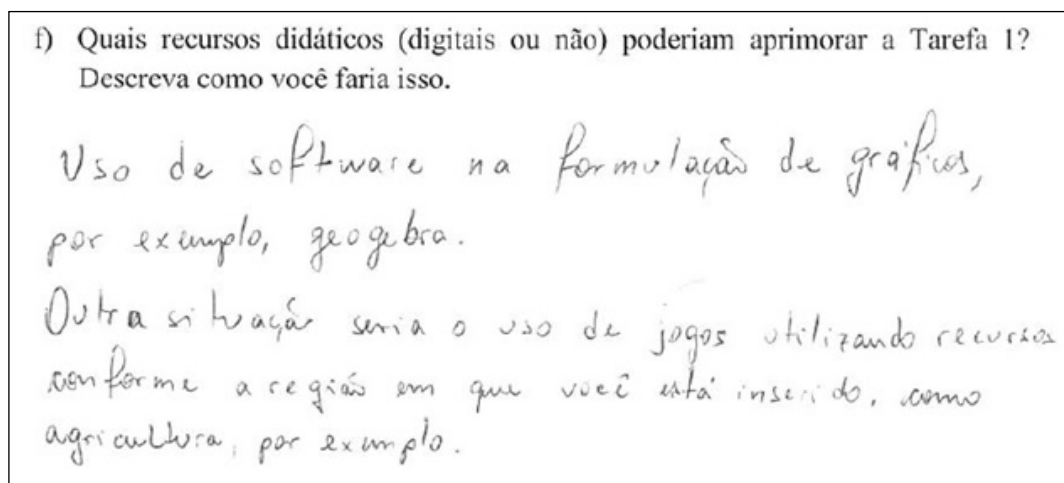
PEB4: *Mas nós temos uma aula de 50 minutos, teria que ser uma coisa rápida.*

PEB5: *Quando você usa jogos em sala de aula, tem a brincadeira, a dispersão, mas tem aquilo: “Nossa, que legal, o professor deu uma aula diferenciada”, então a repercussão que é legal.*

PEB3: *Porque ele fica esperando pela próxima já.*

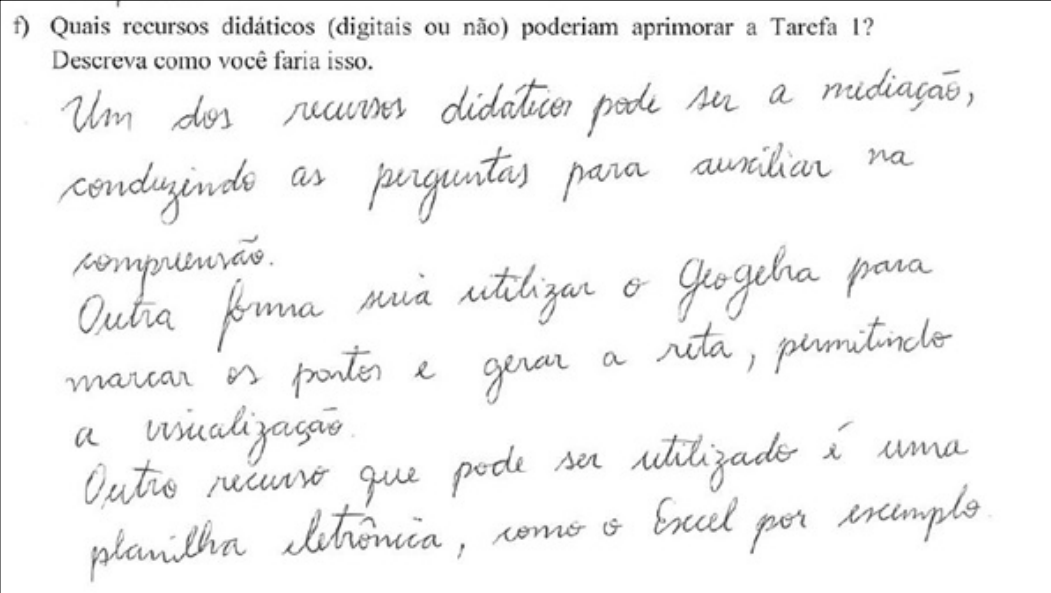
PEB5: *Eu trabalho muito com eles, a disciplina, assim: “Tá vendo, a gente levou a metade da aula para se organizar, se vocês ajudarem, na próxima aula vocês poderão jogar mais tempo...”. Então, o que a gente escreve? Quais recursos didáticos...vamos pôr isso aí que a gente falou.*

Fonte: Dados da pesquisa



**Figura 12** Protocolo 10 - Grupo 3 – 30/09/2016

Fonte: Dados da pesquisa



**Figura 13** Protocolo 11 - Grupo 5 - 30/09/2016

Fonte: Dados da pesquisa

Em particular, os professores do *Grupo 4* citaram o uso de material concreto e dos conhecimentos prévios dos estudantes, sem especificar em que sentido isso seria usado. A transcrição do diálogo 4 mostra que os professores do *Grupo 3* produziram uma longa conversação para mencionar o uso de jogos, com uma abordagem baseada na agricultura, apresentando algumas ideias de como poderiam realizar isso. Os *Grupos 3 e 5* citaram o *software* GeoGebra como possibilidade de abordagem da representação gráfica, o último com um rápido detalhamento de como fariam isso. Esse conhecimento do gráfico e da visualização é também resultado das pesquisas de Zuffi e Pacca (2002) e de Santos e Barbosa (2017), que mostram o conceito de função como gráfico.

Outro aspecto a ser destacado é a mediação, mencionada pelo *Grupo 5*, na condução de perguntas, as quais, muitas vezes, podem fazer parte da própria tarefa de ensino, já que a noção de tarefa é composta por perguntas que podem desencadear a resolução, a justificação, a argumentação e a abstração (PONTE, 2014).

Nesta seção, apresentamos as transcrições dos diálogos e os protocolos resultantes dessas discussões, descrevemos e analisamos os dados com foco nos pressupostos teóricos discutidos. Em específico, tratamos dos domínios do conhecimento matemático para o ensino e de resultados de pesquisas que envolvem a formação de professores que ensinam matemática e o conceito de função. No próximo tópico, faremos uma síntese dos resultados em sincronia com a literatura sobre a temática e discutiremos algumas perspectivas futuras de investigação.

### Síntese dos resultados e perspectivas futuras

Neste artigo, buscamos identificar os conhecimentos relativos ao conceito de função produzidos e mobilizados – em um Curso de Extensão – por professores que ensinam matemática na Educação Básica. Para interpretar os dados apresentados por meio de transcrições de diálogos e os registros em protocolos, tomamos como



perspectiva teórica três domínios do conhecimento matemático para o ensino e a literatura sobre o conceito de função na perspectiva da prática docente. No Quadro 3, compilamos os principais resultados do artigo.

**Quadro 3** Síntese dos resultados

Domínios do Conhecimento	Conhecimento especializado do conteúdo (SCK)	Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS)	Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT)
<i>Principais resultados</i>	Respostas diretas, sem a apresentação de justificações	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Dificuldade com o uso de “letras”;</li> <li>- dificuldade na compreensão de padrões;</li> <li>- dificuldade na formulação da lei de formação;</li> <li>- adaptação da tarefa para o Ensino Médio centrada nos tipos de função;</li> <li>- adaptação da tarefa para o Ensino Fundamental centrada nas relações numéricas e operacionais.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Dificuldade com o uso de “letras”;</li> <li>- possibilidade de aprimoramento da representação gráfica por meio do uso do <i>Software GeoGebra</i>;</li> <li>- uso de planilhas eletrônicas para a confecção de tabelas;</li> <li>- aprimoramento da própria tarefa, com a inclusão de novas questões.</li> </ul>

Fonte: os autores

Aos olharmos para a síntese dos resultados, percebemos que os itens (a), (b) e (c) podem limitar a própria TAP, embora estejam relacionados com as demais questões que compõem a referida TAP. Isto é, o conhecimento especializado do conteúdo poderia ser mais explorado com a análise de um conjunto mais amplo de TAPs. Essa é uma das perspectivas futuras de investigação, principalmente, de tarefas que contemplem a prática do professor da Educação Básica.

Acreditamos que o uso dessa TAP é uma possibilidade para refletir sobre o conceito de função na Educação Básica. A elaboração de tarefas de ensino pelos professores em sala de aula requer a formulação de questões de natureza matemática e centradas na exploração e na investigação. Nesse viés, o uso do *software GeoGebra* e de planilhas eletrônicas pode potencializar as dimensões do conhecimento matemático para o ensino e promover novas ações de pesquisa envolvendo a prática do professor que ensina matemática. O uso de tecnologias digitais faz parte das recomendações encontradas na literatura sobre o estudo das variações das funções reais (REZENDE, 2014).

Sendo assim, pensamos que a realização de cursos de formação continuada e/ou a constituição de grupos coletivos de discussão podem fomentar a própria formação dos professores que ensinam matemática na Educação Básica, como recomendam Bisognin, Bisognin e Cury (2010) e Santos e Barbosa (2017), uma vez que ambos os estudos realizaram investigações com professores que ensinam o conceito de função. Além disso, essas práticas formativas podem oportunizar aos professores da Educação Básica o compartilhamento de seus conhecimentos matemáticos e entender suas aprendizagens com outros professores de suas escolas.

Por isso, ressaltamos a importância dos resultados do artigo, no que se refere às formas de mobilização/comunicação do conceito de função, assim como dos

recursos didáticos a serem usados em uma aula sobre o conceito de função e das possíveis dificuldades que os estudantes encontrariam na resolução de uma TAP sobre o conceito de função. Assim, em consonância com o movimento das produções acadêmicas sobre a temática, ressaltamos a relevância de incentivar pesquisas que se aproximem das questões relativas à prática do professor que ensina matemática na Educação Básica, em particular, aquelas sobre o conceito de função.

## Referências

- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em educação matemática**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.
- BALL, D. L.; COHEN, D. K. Developing practice, developing practioners: toward a practice-based theory of professional education. In: SYKES, G.; DARLING-HAMMOND, L. (Org.) **Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice**. San Francisco: Jossey Bass, 1999. p. 3-32.
- BALL, D.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V.; CURY, H. N. Conhecimentos de professores da educação básica sobre o conceito de função. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Brasília: SBEM, 2010.
- CARNEIRO, V.; FANTINEL, P.; SILVA, R. Funções: significados circulantes na formação de professores. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 16, n. 19, p.19-39, março, 2003.
- CARRILLO, J. et al. Determining specialised knowledge for mathematics teaching. In: CONGRESS OF EUROPEAN RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, 8., 2013, Turquia. **Proceedings...** Manavgat-Side, Antalya -Turquia: CERME, 2013.
- CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa: métodos qualitativos, quantitativos e misto**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2010.
- FERNÁNDEZ, S.; FIGUEIRAS, L. Horizon content knowledge: Shaping MKT for a continuous mathematical education. **Redimat - Journal of Research in Mathematics Education**, Barcelona, v. 3, n. 1, p.7-29, 2014.
- GARCIA, V. C. Função: o professor conhece este conceito? **Vidya**, Santa Maria, v. 29, n. 2, p. 43-52, 2009.
- GRAEBER, A.; TIROSH, D. Pedagogical CONTENT KNOWLEDGE - Useful concept or elusive notion? In: SULLIVAN, P. (Org.) **Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development**. Amsterdam, The Netherlands: Sense, 2009.
- HANSSON, O. Preservice teachers' view on  $y = x + 5$  and  $y = \pi x^2 - \pi x^2$  expressed through the utilization of concept maps: a study of the concept of function. In: CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 29. **Proceedings...** Melbourne, AUS: PME, 2005. v. 3. p. 97-104.
- HILL, H. C.; ROWAN, B.; BALL, D. L. Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. **American Educational Research Journal**, Washington D. C., n. 42, p. 371-406, 2005.
- HOZ, R.; WEIZMAN, G. A revised theorization of the relationship between teachers' conceptions of mathematics and its teaching. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, Loughborough, v. 39, n. 7, p. 905-924, 2008.
- HURRELL, D. P. What teachers need to know to teach mathematics: An argument for a reconceptualised model. **Australian Journal of Teacher Education**, Australia, v. 38, n. 11, 2013.
- LIMA, L.; PONTES, M. G. de O. A ressignificação do conceito de função na formação inicial do professor de matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2009, Brasília. **Anais...** Brasília, UCB, 2009.
- MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n.28, p.50-61, jan./fev./mar./abr. 2005.
- PAZUCH, V.; RIBEIRO, A. J. Conhecimento profissional de professores de matemática e o conceito de função: uma revisão de literatura. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 19, n. 1, p. 465-496, 2017.
- PONTE, J. P. Formação do professor de matemática: perspectivas atuais. In: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: IE/UL, 2014. p. 343-358.

REZENDE, W. M. Funções reais: uma contribuição da história do cálculo e das novas tecnologias para o saber pedagógico de conteúdo. In: ROQUE, T.; GIRALDO, V. (Org.). **O saber do professor de matemática: ultrapassando a dicotomia entre didática e conteúdo**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2014. p. 79-106.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor** – explorando conceitos de equação e de função. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

SANTOS, G. L. D.; BARBOSA, J. C. Como ensinar o conceito de função? **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 22, p. 27-37, 2017.

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in the teaching. **Educational Researcher**, Washington, US, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, Cambridge, US, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.

SPEER, N. M.; KING, K. D.; HOWELL, H. Definitions of mathematical knowledge for teaching: using these constructs in research on secondary and college mathematics teachers. **Journal of Mathematics Teacher Education**, n. 18, p. 105-122, 2015.

STEELE, M.; HILLEN, A. F.; SMITH, M. S. Developing mathematical knowledge for teaching in a methods course: the case of function. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 16, l. 6, p. 451-483, 2013.

STOCKERO, S. L. Using a video-based curriculum to develop a reflective stance in prospective mathematics teachers. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 11, p. 373-394, 2008.

STYLIANIDES, A. J.; BALL, D. L. Studying the mathematical knowledge needed for teaching: The case of teachers' knowledge of reasoning and proof. In: AMERICAN EDUCATIONAL RESEARCH ASSOCIATION, 85. **Proceedings...** San Diego, 2004.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

TABACH, M.; NACHLIELI, T. Classroom engagement towards using definitions for developing mathematical objects: the case of function. **Educational Studies in Mathematics**, n. 90, p. 163-187, 2015.

THOMAS, M. The role of representation in teacher understanding of function. In: PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 27., 2003, Honolulu. **Proceedings...** Honolulu, HI: PME, 2003. v. 4. p. 291-298.

TURNER, F.; ROWLAND, T. The knowledge quartet as an organising framework for developing and deepening teachers' mathematics knowledge. In: ROWLAND, T.; RUTHVEN, K. **Mathematical knowledge in teaching**. Netherlands: Springer, 2011. p. 195-212.

ZUFFI, E. M.; PACCA, J. L. A. O conceito de função e sua linguagem para os professores de matemática e de ciências. **Ciência & Educação**, Bauru (SP), v.8, n. 1, p. 1-12, 2002.

Enviado em: 04/abril/2017

Aprovado em: 30/outubro/2017