

# Geometria dinâmica e formação inicial: episódios a partir de um curso de extensão universitária

## Dynamic geometry and initial teacher education: Scenes from a university extension course

Guilherme Henrique Gomes da Silva<sup>1</sup>

Universidade Federal de Alfenas, UNIFAL, Alfenas, MG, Brasil

### Resumo

Este relato de experiência apresenta situações envolvendo o trabalho de futuros professores de cursos da área das ciências exatas com o software Geogebra. Este trabalho foi feito a partir de um curso de extensão universitária cujo intuito foi introduzir os estudantes em um ambiente de geometria dinâmica e explorar potencialidades de sua utilização em aulas de matemática do Ensino Fundamental e Médio. Neste texto, serão destacados episódios ocorridos durante o curso, evidenciando determinadas tarefas investigativas no ambiente computacional que foram exploradas pelos participantes. Em particular, será destacado um episódio em que situações inesperadas colocaram os futuros professores no que a literatura denomina de *zona de risco*.

**Palavras-chave:** Educação matemática, Geometria dinâmica, Geogebra, Zona de risco.

### Abstract

This experience report presents some situations involving the work of prospective teachers of courses of exact sciences with the Geogebra software. The work was developed based on a university extension course. Its aim was to introduce students to a dynamic geometry environment, and explore its potential use in Elementary and High School math classes. This paper highlights some episodes that occurred during the course, evincing investigative activities in a computational environment that were explored by participants. In particular, it reports an episode which places prospective teachers in the so-called *risk zone*.

**Keywords:** Mathematical education, Dynamic geometry, Geogebra, Risk zone.

### Introdução

O presente relato de experiência evidencia situações envolvendo o trabalho de futuros professores da área das ciências exatas<sup>2</sup> em um ambiente de geometria dinâmica. Por meio de um curso de extensão universitária, trabalharam com o software Geogebra, realizando uma série de atividades matemáticas que abordavam variados assuntos da geometria plana e das funções de uma variável. Neste texto,

---

<sup>1</sup> Docente na Universidade Federal de Alfenas, UNIFAL-MG, Instituto de Ciências Exatas (ICEX). Doutorando em Educação Matemática na Universidade Estadual Paulista (UNESP) campus de Rio Claro – SP. Área de atuação: Educação Matemática. E-mail: guilhermehgs2@gmail.com

<sup>2</sup> Os participantes eram, majoritariamente, do curso de Licenciatura em Matemática. Contudo, havia também estudantes do curso de Licenciatura em Química e Física.

serão destacadas algumas dessas atividades. Em especial, será relatada uma delas, em que alguns futuros professores se inseriram em uma “zona de risco” (PENTEADO, 2001), devido aos imprevistos que surgiram durante sua aplicação.

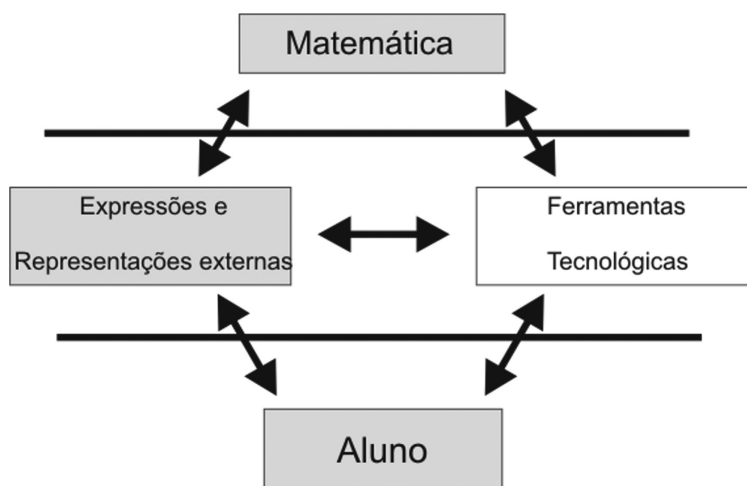
Durante o curso, os participantes trabalharam com uma apostila composta de 42 tarefas. Algumas dessas tarefas eram instrutivas, privilegiando a exploração de ferramentas básicas do software. Contudo, a maior parte delas possuía um caráter investigativo, fundamentada nas ideias de Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) e de Skovsmose (2008). Nesse sentido, elas buscavam convidar os estudantes a procurar regularidades, explorar e elaborar conjecturas, realizar testes, discutir com os colegas os resultados encontrados e, principalmente, refletir sobre os assuntos matemáticos envolvidos.

Ao término do curso, cada futuro professor elaborou um portfólio que continha a resolução de todas as tarefas da apostila, bem como suas reflexões acerca das possibilidades pedagógicas de cada uma. Em paralelo ao curso, os participantes se dividiram em seis grupos. Cada grupo deveria planejar uma atividade de ensino relacionando assuntos abordados durante o curso de extensão com possibilidades de aplicação para estudantes do Ensino Fundamental e Médio. No último encontro, cada grupo aplicou essa atividade com os demais colegas do curso, visando a discutir potencialidades pedagógicas do software Geogebra e da atividade elaborada entre os futuros professores participantes. Os episódios destacados neste relato evidenciam situações que ocorreram no último encontro, a partir da interação entre os grupos, que aplicavam as atividades com seus colegas de curso. Antes disso, na seção seguinte, serão feitas algumas considerações a respeito dos ambientes de geometria dinâmica e sua relação com tarefas de investigação matemática em sala de aula.

### **O trabalho em um ambiente de geometria dinâmica**

Um ambiente de geometria dinâmica pode ser definido como “[...] um software cuja característica principal é a possibilidade de ‘arrastar’ os objetos geométricos com o cursor do mouse, ao mesmo tempo que suas medidas são atualizadas [...]” (SILVA; PENTEADO, 2013, p. 281). Do ponto de vista educacional, diversas pesquisas têm evidenciado as potencialidades pedagógicas desses ambientes nos mais variados níveis educacionais (OLIVE, 1998; ZULLATO, 2002; LABORDE; LABORDE, 2008; CLEMENTS et al., 2008).

Hollebrands, Laborde e Sträber (2008) destacam que é possível considerar os ambientes de geometria dinâmica como uma relação mediadora entre o ensino da matemática e o estudante. Em particular, no caso da geometria, afirmam que a aprendizagem desse tema está essencialmente relacionada com tipos de expressão textual estática, ícones de representações externas e utensílios criados para fazer geometria, como a tradicional régua e compasso e também os mais variados recursos computacionais. Os autores defendem que a aprendizagem da geometria deva ser mediada por representações externas e por ferramentas que fazem a conexão entre o estudante e a geometria (Figura 1). Nesse sentido, consideram que os ambientes de geometria dinâmica poderiam desempenhar um papel “mediador” entre o ensino e a aprendizagem da matemática com o estudante.



**Figura 1.** Uma perspectiva para caracterizar o aprendizado de geometria com tecnologia

**Fonte:** Baseada em Hollebrands, Laborde e Sträber (2008, p. 156)

Existem diversos ambientes de geometria dinâmica disponíveis atualmente, que inclusive extrapolam o trabalho apenas com a geometria plana. Entre eles, o software Geogebra tem ganhado muito destaque em pesquisas na área acadêmica<sup>3</sup> e em trabalhos no cotidiano escolar. Criado em 2001 pelo pesquisador Markus Hohenwarter na Universität Salzburg<sup>4</sup>, o Geogebra possui licença livre e é escrito em linguagem Java, permitindo, assim, o trabalho em diversas plataformas computacionais (HOHENWARTER, 2007). Sua característica principal, que trouxe grande inovação na área, é a combinação da geometria, da álgebra e do cálculo em um único ambiente. A visualização de um objeto possui um correspondente geométrico e um algébrico. Por exemplo, uma elipse pode ser modificada arrastando-se um de seus pontos pela tela do programa ou, então, modificando-se sua equação algébrica.

Em sua versão recente (Geogebra 5.0), também é possível trabalhar simultaneamente com tabelas, gráficos e comandos estatísticos, permitindo desenvolver planilhas dinâmicas e utilizar ferramentas para a análise de dados. Ainda nessa versão, há uma calculadora de probabilidades e a possibilidade de trabalhar com equações e inequações implícitas, além do trabalho com geometria espacial. Existe também uma versão para *tablets* e dispositivos móveis<sup>5</sup>.

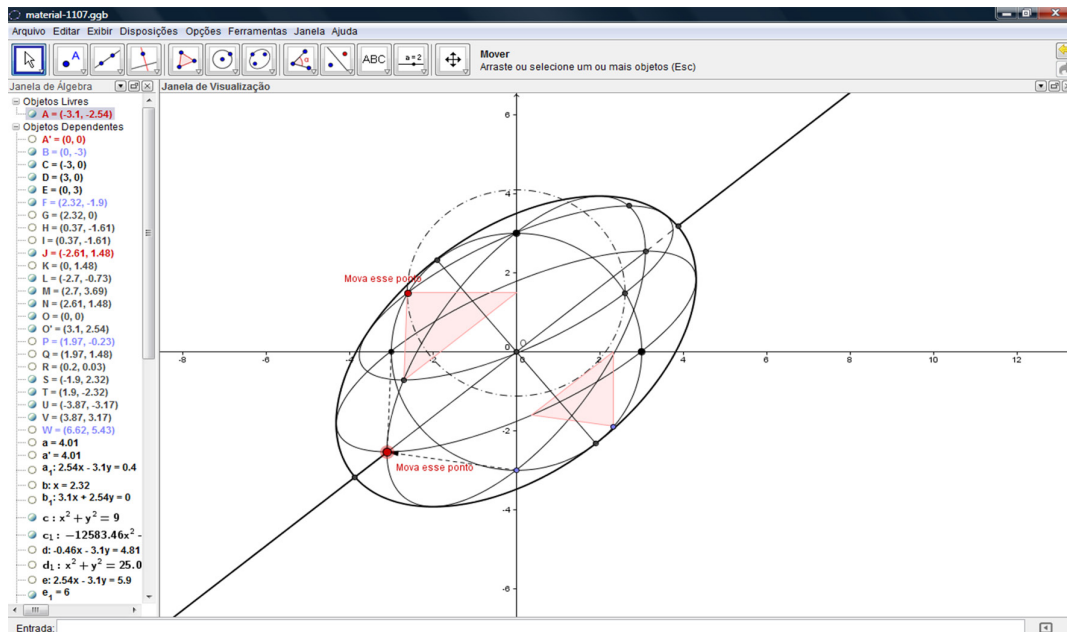
A Figura 2 mostra a área de trabalho do Geogebra. Do lado esquerdo, está localizada a janela algébrica, em que todo elemento da janela de visualização possui um correspondente. Na parte inferior da tela do programa, está o campo de entrada, em que é possível, através de comandos, realizar diversas tarefas.

Qualquer ambiente de geometria dinâmica possui como uma das características principais o modo *arrastar*. Tal aspecto permite que estudantes explorem situações-problema e façam conjecturas sobre o conteúdo matemático que estão

<sup>3</sup> Cyrino e Baldini (2012) apresentam um balanço das diversas pesquisas na área de formação de professores de matemática realizadas no Brasil nos últimos anos.

<sup>4</sup> Para mais informações: Universität Salzburg (2015).

<sup>5</sup> Para mais informações: GeoGebra (2015).



**Figura 2.** Área de trabalho do Geogebra  
**Fonte:** o autor

trabalhando. Hollebrands, Laborde e Sträber (2008) afirmam que o modo *arrastar* possui três padrões para o desenvolvimento de atividades pedagógicas:

- (i) *Arrastar sem um objetivo específico.*
- (ii) *Arrastar para testar hipóteses.*
- (iii) *Lugar geométrico pelo arrastar.*

O primeiro se refere ao tipo aleatório de arrastar, no qual o estudante busca regularidades ou comportamentos interessantes, ocorrendo em um momento de exploração da situação pedagógica. O segundo tipo pressupõe que o estudante já conheça o assunto em questão e arraste a construção sistematicamente para testá-la. O terceiro, por sua vez, se refere ao arrastar de forma a preservar certa propriedade e visualizar o lugar geométrico dos pontos que a satisfazem. Os padrões observados pelos autores são explorados pelos estudantes e podem depender, de certo modo, da maneira como o professor está conduzindo a tarefa no ambiente. Em certos momentos, é interessante que o estudante arraste elementos de um objeto geométrico sem um objetivo específico, para tentar compreender a tarefa proposta ou mesmo elaborar alguma conjectura. Em outros momentos, já conhecendo a propriedade em questão, o estudante pode buscar justificá-la utilizando, para isso, o modo *arrastar*, para testar suas hipóteses ou mesmo explorar propriedades das construções dadas em função de outros elementos.

Devido ao modo *arrastar*, os ambientes de geometria dinâmica são mais propícios a desenvolver tarefas investigativas em sala de aula (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2006), assemelhando-se ao processo de produção de conhecimento de um matemático que, de acordo com Ponte et al. (1998), fornece ênfase a processos como procurar regularidades, formular, testar, justificar e provar conjecturas, refletir

e generalizar. Faz parte também o procedimento de refutação de uma conjectura e de sua reformulação. Assim, é possível mostrar ao aluno que a matemática é uma atividade humana, incompleta e falível (BROCARDO, 2001). Skovsmose (2008) destaca que essa abordagem insere os estudantes nos chamados *cenários de investigação*. Trabalhar em um cenário de investigação requer do professor e dos estudantes um senso investigativo, procurando conhecer o que não sabem. No curso de extensão, grande parte das tarefas desenvolvidas pelos participantes apresentava características que permitiam uma investigação, como é possível notar nos direcionamentos contidos nas tarefas evidenciadas no Quadro 1.

#### Quadro 1. Tarefas da apostila do curso de extensão

##### Tarefa 6 – Função Exponencial

O Geogebra permite explorar também as funções exponenciais. Para isso, no campo de entrada, digite:

$$a=2, b=0 \text{ e } f(x)=a^x+b$$

Habilite a opção **Exibir objeto** das variáveis a e b.

- a) Aumente, primeiro, o valor de a. O que acontece com a função?
- b) Diminua o valor de a de forma que ele oscile entre 0 e 1. O que acontece com o gráfico da função?
- c) Diminua o valor de a de forma que ele fique negativo. O que acontece com o gráfico da função?
- d) Podemos generalizar uma propriedade para as funções exponenciais desse tipo?
- e) Quando b é zero, o gráfico intercepta o eixo x?
- f) Aumente o valor de b. O que acontece com o gráfico? Em que ponto ele corta o eixo y?
- g) Diminua o valor de b. O que acontece com o gráfico? Em que ponto ele corta o eixo y? Será que isso sempre acontece? Discuta com o colega ao lado e tente generalizar tal observação.

##### Tarefa 2 – Triângulos semelhantes

Vamos entender algumas propriedades que triângulos semelhantes possuem. Para isso, propomos a seguinte atividade.

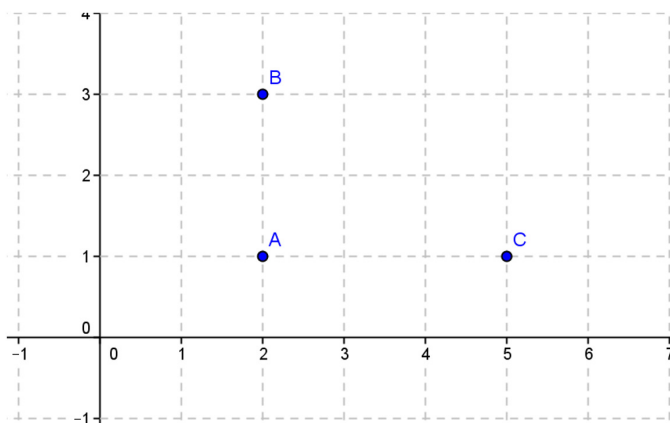
- 1 – Crie um ponto qualquer na área de trabalho e mude seu nome para O.
- 2 – Crie três semirretas com origem em O. Nomeie cada ponto como A, B e C.
- 3 – Encontre o ponto médio dos segmentos AO, OB e OC. Nomeie-os como A', B' e C', respectivamente.
- 4 – Com a ferramenta polígono, construa os triângulos ABC e A'B'C'.
- 5 – Determine a distância entre os pontos AB, AC e CB e A'B', A'C' e C'B'. (Para isso, utilize uma ferramenta do Geogebra chamada *Distância, comprimento ou perímetro*.)
- O que acontece quando arrastamos a medida dos lados correspondentes dos dois triângulos? Existe uma relação entre essas duas medidas?**
- 6 – Determine a medida dos ângulos internos dos dois triângulos. **O que você notou?**
- 7 – Determine a área dos dois triângulos (ferramenta Área). **O que você notou? Existe uma relação entre essas medidas?**
- 8 – O que acontece quando somamos a soma dos perímetros dos dois triângulos? **Existe uma relação entre essas medidas?**
- 9 – Clique com o botão direito do mouse nos dois triângulos e mude suas propriedades (cor, espessura da linha, preenchimento etc.).
- 10 – **Baseado em suas observações, quando dois triângulos são considerados semelhantes?**

Fonte: Silva (2010)

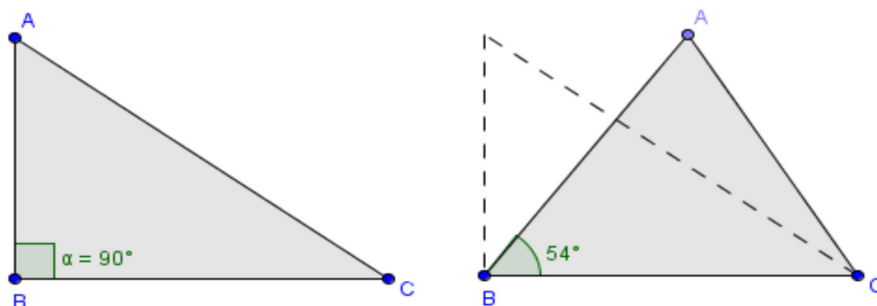
No curso de extensão, a maioria das tarefas trabalhadas com os futuros professores foi baseada nos cenários de investigação propostos por Skovsmose (2008) e seguiu as sugestões de Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) com relação à forma de desenvolvê-las em sala de aula. Contudo, em algumas delas, foi necessário que os participantes apenas realizassem construções geométricas simples, como diferentes tipos de triângulo, paralelogramo e quadrado. Os futuros professores já haviam cursado disciplinas básicas de geometria plana e trabalhado com diversas questões envolvendo noções de construções geométricas com lápis e papel durante a graduação.

Mesmo assim, quando esse tipo de tarefa foi, inicialmente, proposto, muitos deles acabaram “desenhando” as figuras na tela do programa. Aparentemente, a construção era eficiente, mas, quando se arrastava um elemento da figura, percebia-se que ela não mantinha suas características fundamentais. Esse tipo de circunstância, frequentemente, acontece quando são realizadas as primeiras tentativas de construções geométricas em um ambiente de geometria dinâmica (LABORDE; CAPPONI, 1994; SILVA, 2010). Em uma das atividades, por exemplo, propôs-se que os futuros professores construíssem um triângulo-retângulo. Vários deles utilizaram pontos da malha do Geogebra para criar pontos de uma maneira que eles pudessem conectá-los utilizando a ferramenta Polígono do software, formando um ângulo reto, conforme exemplifica a Figura 3.

Dessa forma, aparentemente, os estudantes haviam atingido o objetivo da tarefa. Contudo, assim que um dos vértices do triângulo era arrastado, ele “perdia” uma de suas características fundamentais: possuir um ângulo reto (Figura 4). Isso mostra que os participantes apenas “desenharam” um triângulo que aparentava possuir a característica de um triângulo-retângulo, mas a construção não foi eficiente. Se eles tivessem definido dois segmentos de retas perpendiculares, por exemplo, e efetuado a construção do triângulo conectando um ponto de cada segmento (que não fosse a intersecção dos segmentos, é claro), a propriedade fundamental do triângulo permaneceria inalterada – mesmo quando um dos vértices do triângulo fosse arrastado (Figura 5). Isso mostra que usar o ambiente de geometria dinâmica apenas para expor aos alunos figuras prontas pode fornecer uma visão do recurso computacional como uma ferramenta de desenho, perdendo, assim, uma importante característica do software, a saber, a possibilidade de investigação de propriedades geométricas.

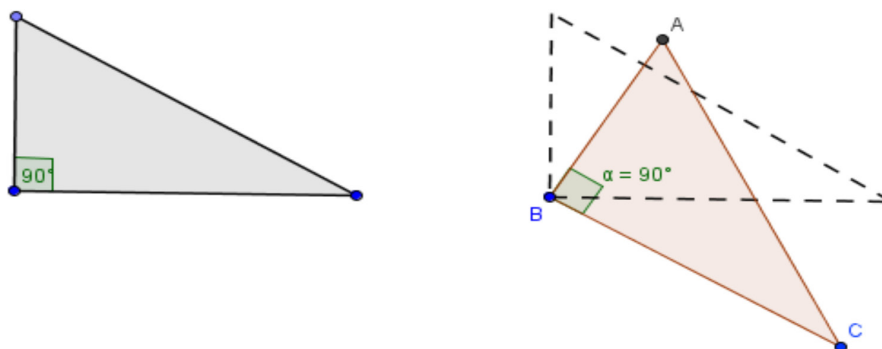


**Figura 3.** Pontos sobre a malha do Geogebra  
**Fonte:** o autor



**Figura 4.** Um triângulo-retângulo que foi “desenhado”. Ao arrastar o vértice A, ele não possui mais um ângulo de  $90^\circ$

**Fonte:** Silva (2010)



**Figura 5.** Um triângulo-retângulo que foi “construído”. Ao arrastar o vértice A, suas características fundamentais continuam existindo

**Fonte:** Silva (2010)

### Situações imprevistas no ambiente computacional

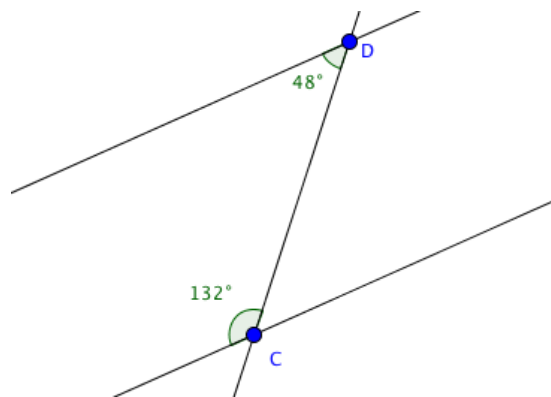
Como já mencionado, o encontro final do curso de extensão universitária foi dedicado à apresentação de uma atividade de ensino baseada nos conteúdos trabalhados no curso. Para tanto, os participantes se dividiram em seis grupos e planejaram uma tarefa matemática no Geogebra envolvendo conteúdos de geometria plana e funções de uma variável. Cada grupo aplicou a atividade com toda a turma. Todas as atividades foram discutidas pelos participantes, com o intuito de explorar possíveis alcances pedagógicos (e também limitações) do Geogebra e da atividade em si. Diversas situações aconteceram nessas apresentações. Uma delas, em especial, será destacada neste texto, retratando como a utilização de ambientes computacionais no cotidiano escolar pode levar o professor a se deparar com situações imprevistas.

Um dos grupos apresentou uma tarefa cujo objetivo era verificar certas propriedades da geometria plana utilizando o Geogebra. Consistia em utilizar os recursos do programa para verificar afirmações do tipo “duas retas são paralelas e distintas se, e somente se, formarem com uma reta transversal ângulos alternos internos correspondentes” (Figura 6).

A tarefa estava sendo desenvolvida sem maiores dificuldades pela turma. Os futuros professores que a conduziam estavam em uma “zona de conforto” (PENTEADO, 2001).

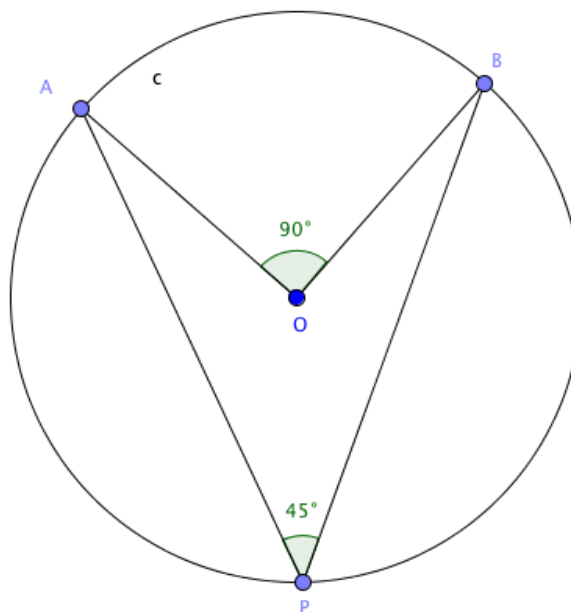
No entanto, ao trabalharem com a verificação empírica do teorema dos ângulos na circunferência, que afirma que um ângulo inscrito é metade do ângulo central correspondente, ocorreu uma situação que não era esperada pelo grupo. Nessa parte da tarefa, a proposta consistia em construir uma circunferência  $c$  de centro  $O$  e três pontos  $A$ ,  $B$  e  $P$  sobre ela. Nessa construção, o ângulo  $A\hat{O}B$  é o ângulo central, e o ângulo  $APB$  é o ângulo inscrito, conforme mostra a Figura 7. O objetivo estipulado pelos futuros professores que conduziam a tarefa era que os participantes arrastassem os pontos  $A$ ,  $B$  e  $P$  e verificassem que o teorema proposto seria válido para qualquer posição deles.

Nos primeiros minutos da exploração da tarefa pelos participantes do curso, a situação estava controlada, ou seja, os alunos que conduziam a tarefa estavam em uma zona de conforto, já que, aparentemente, ao arrastar qualquer um dos pontos  $A$ ,  $B$  e  $P$ ,



**Figura 6.** Uma das tarefas desenvolvidas por um dos grupos durante a apresentação final do curso de extensão universitária

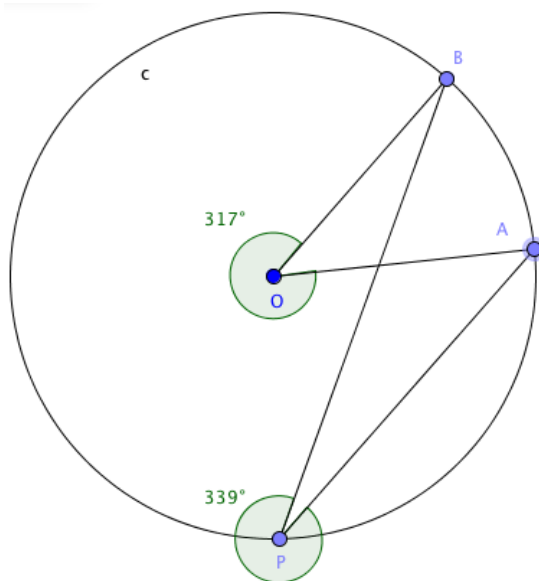
**Fonte:** o autor



**Figura 7.** Atividade sobre o teorema dos ângulos na circunferência

**Fonte:** Silva (2010)





**Figura 8.** O ponto A foi arrastado, ficando entre os pontos P e B  
**Fonte:** Silva (2010)

**Quadro 2.** Diálogo ocorrido no curso de extensão

**Aluno do curso:** E aí, o que acontece em situação como esta? E se você está em uma sala de aula aplicando essa atividade e os alunos perguntam o que está acontecendo? O que vocês fazem?

**Participante do grupo:** O que está faltando para  $360^\circ$  é o ângulo central e o interno.

**Aluno do curso:** Sim, mas isso requer ir para a definição do que é o *ângulo central*, não é? O que devemos fazer nessa situação na sala de aula?

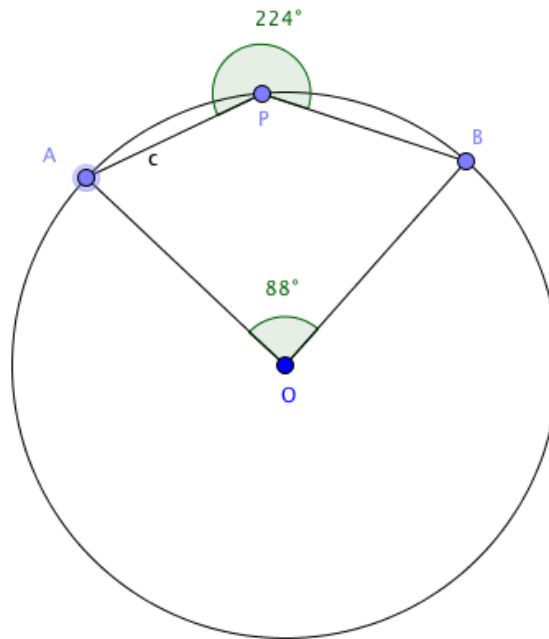
**Participante do grupo:** [sem resposta].

o teorema continuava válido. Um dos participantes, porém, arrastou o ponto A para a esquerda do ponto B, fazendo com que o teorema explorado aparentasse não ter validade (Figura 8).

Essa situação criou certo desconforto nos futuros professores que conduziam a tarefa. Todos aqueles que estavam fazendo a atividade começaram a arrastar os pontos para encontrar essa situação. Surgiu, então, o seguinte diálogo, entre um aluno<sup>6</sup> do curso e um participante do grupo que estava conduzindo a tarefa (Quadro 2).

Nesse momento, os futuros professores que conduziam a tarefa saíram de uma zona de conforto, caracterizada pela previsibilidade e controle da situação, para entrar em uma zona de risco, com imprevisibilidade e incerteza com relação ao ocorrido (PENTEADO, 2001). Os participantes do grupo que conduziam a tarefa não sabiam o que responder e como agir diante desse imprevisto. Outro aluno encontrou mais uma dificuldade na tarefa: ao arrastar o ponto P entre os pontos A e B, surgiu mais um “problema” com a marcação dos ângulos da tarefa proposta, conforme mostra a Figura 9. Essa situação causou muita agitação entre todos os alunos do curso, e diversas discussões surgiram, pois todos tentaram dar uma justificativa para o ocorrido – apesar de não chegarem a nenhum consenso.

<sup>6</sup> O participante em questão já atuava em sala de aula, como professor de matemática.



**Figura 9.** Ponto P entre A e B

**Fonte:** Silva (2010)

Durante o curso, não houve um consenso entre os futuros professores sobre o que, de fato, aconteceu com a atividade. Os participantes que a aplicaram mostraram um tipo de “paralisia” diante do imprevisto. Aqueles que estavam explorando a atividade mostraram-se incomodados com a situação, já que também se viram na posição dos colegas que conduziam a tarefa. Isso ficou evidente durante o diálogo entre os futuros professores, destacado no Quadro 2. Essa situação ilustra uma ocorrência muito comum quando se utilizam recursos computacionais no cotidiano da sala de aula: o surgimento de situações não planejadas. De acordo com Silva e Penteadó (2013), tais imprevistos geram, no trabalho docente, a necessidade de assumir riscos durante a aula, levando o professor em direção a um cenário no qual ele não possui o controle da situação.

Para Penteadó (2001), uma razão para isso é que aderir a trabalhos que utilizam a tecnologia informática no âmbito pedagógico é algo como sair de uma zona caracterizada pelo conforto proporcionado pelo controle da situação e atuar em uma zona de risco, em que o imprevisto predomina. Os ambientes baseados em tecnologia informática podem propiciar imprevistos com mais frequência, pois, além de se deparar com situações imprevistas que a própria tarefa pode gerar, o professor pode se deparar com casos inesperados de ordem técnica, como o mau funcionamento de um computador ou o apertar de teclas que leve a uma situação totalmente desconhecida.

De acordo com Penteadó e Skovsmose (2008), uma zona de risco, mesmo aparentando um momento desfavorável, é, na verdade, uma oportunidade que precisa ser explorada pelo professor, buscando ampliar as possibilidades de aprendizagem dos alunos. Os autores valorizam que, caminhando em direção à zona de risco, o professor pode aperfeiçoar sua prática profissional, pois a incerteza e a imprevisibilidade geradas nesse cenário podem trazer possibilidades para o desenvolvimento do aluno, do professor e de situações de ensino e aprendizagem. Destacam também que uma zona de risco

possui a potencialidade de provocar mudanças e impulsionar o desenvolvimento de todos os envolvidos. Nesse sentido, o professor que utiliza ferramentas computacionais em seu cotidiano deve conhecer as potencialidades e limitações de tais ferramentas, de maneira que se tornem possibilidades de aprendizagem.

### Considerações finais

Neste relato de experiência, foram apresentadas algumas situações ocorridas com futuros professores da área das ciências exatas inseridos, pela primeira vez, em um ambiente de geometria dinâmica através do desenvolvimento de um conjunto de tarefas elaboradas, em sua maioria, em uma perspectiva investigativa. O trabalho foi desenvolvido por meio de um curso de extensão universitária e contou com a participação de 30 estudantes. Entre as atividades mencionadas, uma delas evidenciou um episódio em que alguns desses futuros professores se inseriram no que a literatura denomina de zona de risco, caracterizada pela imprevisibilidade que pode ocorrer em um ambiente educacional. Os estudantes ficaram sem ação diante desse acontecimento. Penteado (2001) destaca que a reflexão do imprevisto pode propiciar um momento importante para o crescimento do professor, já que, quando este não consegue encontrar a solução no decorrer da aula, tende a pesquisar o acontecimento, tornando a atividade uma possibilidade para a aprendizagem. O movimento entre uma zona de conforto e uma zona de risco poderá trazer maiores possibilidades de aprendizagem tanto aos alunos quanto ao professor (PENTEADO; SKOVSMOSE, 2008).

Os ambientes de geometria dinâmica são uma excelente oportunidade para que atividades investigativas sejam elaboradas, pois o modo *arrastar* – uma das principais características de tipo de programa – permite ao aluno criar e também testar as próprias conjecturas. Apesar disso, é muito importante que as atividades elaboradas sejam bem direcionadas. No caso da maioria das tarefas trabalhadas no curso de extensão com os futuros professores, a abordagem utilizada foi baseada em Skovsmose (2008) e Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), autores que, mesmo não utilizando, necessariamente, um ambiente computacional, apresentam diversos recursos para o professor criar um ambiente de aprendizagem que facilite a investigação. Concordando com Valente (1993), os ambientes de geometria dinâmica não podem ser um prolongamento do que já ocorre, tradicionalmente, na sala de aula.

### Referências

- BROCARD, Joana. **As investigações na sala de aula de matemática**: um projeto curricular no 8º ano. 2001. 621 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2001.
- CLEMENTS, Douglas et al. Learning and teaching geometry with computers in the Elementary and Middle School. In: BLUME, Glendon; HEID, Mary Kathleen (Eds.). **Research on technology, and the teaching and learning of mathematics**. Charlotte: Information Age Publishing, 2008. v. 1.
- CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade; BALDINI, Loreni Aparecida Ferreira. O software Geogebra na formação de professores de matemática: uma visão a partir de dissertações e teses. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 1, n. 1, p. 42-62, 2012.
- GEOTEBRA. Salzburgo, 2015. Disponível em: <www.geogebra.org>. Acesso em: 24 fev. 2015.
- HOHENWARTER, Markus. **Geogebra**: dynamic mathematics for schools. Salzburgo: GeoGebra, 2007. Versão 4.2.

HOLLEBRANDS, Karen; LABORDE, Colette; STRÄBER, Rudolf. Technology and the learning of geometry at the secondary level. In: BLUME, Glendon; HEID, Mary Kathleen (Eds.). **Research on technology, and the teaching and learning of mathematics**. Charlotte: Information Age Publishing, 2008. v. 1.

LABORDE, Colette; CAPPONI, Bernard. Aprender a ver e a manipular o objeto geométrico além do traçado no Cabri-Géomètre. **Em Aberto**, Brasília, v. 14, n. 62, p. 51-62, abr./jun. 1994.

LABORDE, Colette; LABORDE, Jean-Marie. The development of a dynamical geometry environment: Cabri-Géomètre. In: BLUME, Glendon; HEID, Mary Kathleen (Eds.). **Research on technology, and the teaching and learning of mathematics**. Charlotte: Information Age Publishing, 2008. v. 2.

OLIVE, John. Opportunities to explore and integrate mathematics with the Geometer's Sketchpad. In: LEHER, Richard; CHAZAN, Daniel (Eds.). **Designing learning environments for developing understanding of geometry and space**. Londres: Lawrence Erlbaum Associates, 1998. p. 395-418.

PENTEADO, Miriam Godoy. Computer-based learning environments: risks and uncertainties for teacher. **Ways of Knowing Journal**, Pennsylvania, v. 1, n. 2, p. 23-35, 2001.

PENTEADO, Miriam Godoy; SKOVSMOSE, Ole. Riscos trazem possibilidades. In: SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Campinas: Papirus, 2008. p. 41-51.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PONTE, João Pedro da et al. **Histórias de investigações matemáticas**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998. 142 p.

SILVA, Guilherme Henrique Gomes da. **Grupos de estudo como possibilidade de formação de professores de matemática no contexto da geometria dinâmica**. 2010. 191 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010.

SILVA, Guilherme Henrique Gomes da; PENTEADO, Miriam Godoy. Geometria dinâmica na sala de aula: o desenvolvimento do futuro professor de matemática diante da imprevisibilidade. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 19, n. 2, p. 279-292, 2013.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários de investigação. In: SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Campinas: Papirus, 2008. p. 15-39.

UNIVERSITÄT SALZBURG. Austria, 2015. Disponível em: <<http://www.uni-salzburg.at>>. Acesso em: 24 fev. 2015.

VALENTE, José Armando. **Computadores e conhecimento: repensando a educação**. Campinas: Unicamp, 1993.

ZULLATO, Rúbia Barcelos Amaral. **Professores de matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica: suas características e perspectivas**. 2002. 184 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.