Artigo

Linguagens manifestadas por (futuros) professores que ensinam matemática em tarefas de multiplicação e divisão

Languages raised by (pre-service) teachers who teach mathematics in multiplication and division tasks

Michele Regiane Dias Veronez[1], Everton José Goldoni Estevam[2]

Universidade Estadual do Paraná, UNESPAR, União da Vitória, PR, Brasil

Resumo

Ao assumir que diferentes linguagens permeiam as tarefas desenvolvidas nas salas de aula de Matemática e podem sinalizar os (des)conhecimentos dos agentes que delas participam, trazemos para discussão, neste artigo, segundo os pressupostos de Ludwig Wittgenstein (2009) a respeito da linguagem, como alunas de um curso de Pedagogia lidam com operações de multiplicação e divisão. Amparados nas noções wittgensteinianas de jogos de linguagem, buscamos identificar os jogos que se encontram presentes nas ações dessas alunas enquanto resolvem as tarefas propostas e as semelhanças de família guardadas entre eles. Para tanto, analisamos as produções das alunas (registros em linguagem natural, registros em linguagem matemática, registros em linguagem pictórica), bem como as transcrições das gravações do envolvimento delas nas tarefas. Na análise, constatamos, por um lado, que, apesar da ocorrência de uma variedade de linguagens, a linguagem matemática parece constituir-se como validadora do conhecimento matemático. Por outro lado, nas produções das alunas, as linguagens guardam, de modo geral, semelhanças de família, seja de um jogo para outro, a um terceiro, ou no próprio jogo. Mesmo existindo tais semelhanças, as inconsistências relacionadas à elaboração conceitual de multiplicação e divisão dessas alunas, muitas vezes sustentadas em expressões rotineiras em sala de aula, levam-nos a inferir que haja carência de aprofundamento epistemológico acerca dessas operações e, por conseguinte, do sistema de numeração decimal.
Palavras-chave: Linguagens, Jogos de linguagem, Semelhanças de família, Operações aritméticas.

Abstract

By assuming that different languages permeate tasks developed in Mathematics classrooms and that these languages may signal the (lack of) knowledge of agents who participate in them, we bring to discussion in this paper, according to Ludwig Wittgenstein's premises (2009) about language, how students in an undergraduate Education course deal with multiplication and division operations. Supported by Wittgenstein's notions of language games, we seek to identify the games which are present in actions of these students as they solve the tasks proposed, and the family resemblances saved among them. Therefore, we analyzed productions of students (scripts in natural language, scripts in mathematical language, scripts in pictorial language), as well as transcripts of recordings of their involvement with the tasks. On one hand, the analysis shows that, despite the occurrence of a

1 Professor Adjunto do Colegiado de Matemática da Universidade Estadual do Paraná – Campus de União da Vitória. Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática.E-mail: miredias@gmail.com

2 Professor Assistente do Colegiado de Matemática da Universidade Estadual do Paraná – Campus de União da Vitória. Doutorando do PPG em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina - UEL. E-mail: evertonjgestevam@gmail.com

variety of languages, the mathematical language seems to validate mathematical knowledge. On the other hand, in students' productions, the languages keep, in general, family resemblances, from a game to another, to a third game, or within own the game. Despite such similarities, inconsistencies related to the conceptual development of students' multiplication and division, often sustained in routine expressions in the classroom, lead us to infer that there is a lack of epistemological depth related to these operations, and therefore to the decimal numeration system.
Keywords: Languages, Language games, Family resemblances, Arithmetic operations.

Por falar em linguagem…

> ***Situação****: Divida 412 por 4 e explique o procedimento utilizado.*
>
> ***Resolução****:*

```
  4     1     2  | 4
 -4              |____
 __              13
  0    -1     2
       _______
        0
```

> ***Explicação****: Procurei na tabuada do 4 um número que, multiplicado, resultasse em 4, e o número encontrado foi o 1. Por exemplo, se eu tiver 4 balas para distribuir entre 4 crianças, haverá 1 bala para cada criança. Subtraindo o resultado do 4, deu 0. Como o segundo algarismo é menor que o divisor, peguei os dois seguintes, ou seja, o 12. Procurei um número que, multiplicado, resultasse em 12 e encontrei o 3. Dá para pensar nas balas e nas crianças também. Assim, 412 divididos por 4 resultam em 13. O estranho é que, quando faço a prova real, não volta ao 412. Acho que a prova real está errada!* (Aluna 24).

A situação acima é bastante comum nas aulas de Matemática desde os anos iniciais. Contudo, uma identificação preliminar de inconsistências entre a situação, a resolução e a explicação, embora necessária, parece insuficiente quando se pretende refletir sobre os (des)conhecimentos sinalizados entre o que está exposto em linguagem matemática (algoritmo) e a explicação dada em linguagem natural escrita.

Buscamos, portanto, no presente trabalho, para além dessa identificação, apresentar uma discussão sobre como a linguagem se faz presente na mobilização/explicitação de (des)conhecimentos matemáticos relacionados às operações aritméticas de multiplicação e divisão a partir de uma investigação realizada em um curso de Pedagogia, com futuras professoras que ensinam/ensinarão Matemática na Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Nossas considerações estão pautadas pelas asserções de Wittgenstein (2009) e pelo reconhecimento de que as diferentes linguagens que se fazem presentes em uma aula de Matemática podem fazer referência a um mesmo objeto, a partir do que o autor denomina de jogo de linguagem.

Ao caracterizar *jogo de linguagem*, Wittgenstein (2009) ressalta que o significado das palavras, termos e expressões se dá no contexto no qual são empregados. "Para uma *grande* classe de casos – mesmo que não para todos – de utilização da palavra 'significado', pode-se explicar essa palavra do seguinte modo: o significado de uma palavra é seu uso na linguagem" (WITTGENSTEIN, 2009, p. 38, grifo do autor).

Assim, uma representação matemática só ganha significado no uso que se faz dela, segundo as regras do jogo de linguagem no qual a representação emerge. Tal produção de significado está irrigada pelos saberes que cada um tem. Exemplo disso é o número. No jogo de linguagem da Matemática, os números podem expressar uma quantidade, uma posição, uma medida, uma identificação etc. Do mesmo modo, no jogo de linguagem de um concurso, eles podem indicar a quantidade de inscritos, a identificação do candidato ou a sua classificação. O que ocorre nesses dois jogos de linguagem são semelhanças de família acerca do uso que se faz do número.

Nesse sentido, é importante considerar os significados das palavras, expressões e representações nos contextos nos quais são utilizados, verificando as semelhanças preservadas e também possíveis inconsistências reveladas entre eles. Muito embora encontremos na literatura diversos trabalhos que relacionam, teoricamente, Matemática e linguagem na perspectiva wittgensteiniana (GOTTSCHALK, 2004, 2008; VILELA, 2009; BELLO, 2010; VILELA; MENDES, 2011), poucos são os que analisam dados empíricos, à luz dessa perspectiva, no que se refere a fazeres, dizeres e conceitos da matemática nas aulas de Matemática. Assim, este trabalho constitui-se como uma intenção de contribuir para esse cenário, uma vez que abrange tal temática.

Delimitando nosso foco de análise, temos como objetivo identificar os jogos de linguagem que se encontram presentes nas produções de alunas de um curso de Pedagogia e analisar as semelhanças de família que são guardadas entre eles no contexto da resolução de tarefas envolvendo operações de multiplicação e divisão.

Constituindo um olhar

O desenvolvimento desta investigação está alicerçado no princípio de que os usos das palavras, termos e expressões, no jogo de linguagem de um curso de formação, revelam os (des)conhecimentos dos (futuros) professores e podem influenciar aqueles que circundam o jogo de linguagem da sala de aula dos anos iniciais e, por conseguinte, a prática pedagógica do professor, uma vez que evocam contextos distintos de compreensões e validações.

Participaram do estudo 52 alunas que constituíam duas turmas do último ano de um curso de Pedagogia, com idades entre 21 e 54 anos. Dessas, 23 fizeram Curso de Formação Docente (Magistério) concomitantemente ao Ensino Médio e 19 já atuam como professoras na Educação Infantil e Anos Iniciais. A coleta de dados aconteceu em duas aulas da disciplina de Estatística Aplicada à Educação[3] no início do ano de 2013. Para tanto, lançamos mão de gravações em áudio e de registros escritos elaborados pelas alunas no decorrer do desenvolvimento das tarefas propostas (Quadro 1). Para a organização do trabalho e, sobretudo, das análises que apresentamos, optamos por trabalhar em dois "espaços", denominados *contextos*. Conforme pode ser observado no Quadro 1, o *Contexto 1* está relacionado às tarefas envolvendo operações de multiplicação enquanto o *Contexto 2* compreende as tarefas envolvendo operações de divisão.

3 As tarefas foram propostas nessa disciplina em virtude de dificuldades das alunas com relação às operações aritméticas e ao sistema de numeração decimal, identificadas pelo professor responsável.

Quadro 1 – Tarefas propostas para as alunas do curso de Pedagogia

Contexto 1: Multiplicação	Contexto 2: Divisão
a) Multiplique três por seis. b) Explique o procedimento que você utilizou.	a) Divida doze por três. b) Explique o procedimento que você utilizou.
a) Multiplique cento e vinte e quatro por oito. b) Explique o procedimento que você utilizou.	a) Divida vinte e seis por seis. b) Explique o procedimento que você utilizou.
a) Multiplique vinte e três por dezessete. b) Explique o procedimento que você utilizou.	a) Divida quatrocentos e doze por quatro. b) Explique o procedimento que você utilizou.

Fonte: os autores

Pretendendo abordar questões relativas à linguagem (ou às linguagens) manifestada em cenários de discussões matemáticas, compete-nos discutir e esclarecer o que entendemos por linguagem, para, então, avançarmos na investigação que almejamos conduzir.

Assim como Garnica e Pinto (2010), consideramos que a linguagem seja "híbrida, fruto do cruzamento de uma suposta linguagem matemática com a linguagem natural" (GARNICA; PINTO, 2010, p. 210). Dessa forma, assumimos que a linguagem matemática que se manifesta nas aulas de Matemática possui (e se constitui de) semelhanças com outras formas de comunicação, como a linguagem natural, a dos símbolos matemáticos e a das representações pictóricas.

Para tematizar essas semelhanças em face do caráter híbrido da linguagem, trazemos à tona algumas considerações de Ludwig Wittgenstein e sua filosofia da linguagem do livro *Investigações filosóficas* (WITTGENSTEIN, 2009). Nessa obra, reconhecida como o segundo Wittgenstein, o autor explicita uma teoria da linguagem mais próxima de como ela funciona e se manifesta. Diferentemente de como a linguagem é tratada no *Tractatus*, em sua segunda fase, o autor aborda o termo de forma relativista; sem a preocupação com definir *linguagem*, ele fala sobre ela, sobre seu funcionamento. Nessa forma de abordar a linguagem, o autor argumenta que não é mais possível falarmos, simplesmente, em linguagem, mas em linguagens. Ele ainda defende que a significação de uma palavra, expressão ou representação emerge do uso que delas fazemos nas mais variadas situações – uso que está atrelado, para além da situação, às *regras* de uso da linguagem e às negociações estabelecidas por aqueles que a usam.

As regras, segundo Bello (2010), cujas ideias estão alinhadas com as de Wittgenstein, "não têm, em si próprias, algum significado, mas apenas condições de significação, de uso, as quais conduzem, de certa forma, os modos como devemos proceder" (BELLO, 2010, p. 554). Todavia, elas não são fixas ou imutáveis, estando suscetíveis a alterações ou adequações.

> Nosso paradoxo era o seguinte: uma regra não poderia determinar um modo de agir, dado que todo modo de agir deve poder concordar com a regra. A resposta: se todo modo de agir deve poder concordar com a regra, então deve poder contradizê-la também. Por conseguinte, não haveria aqui nem concordância nem contradição. [...] Com isso mostramos, a saber, que há uma concepção de regra que não é uma interpretação; mas que se exprime, de caso para caso da

> aplicação, naquilo que denominamos 'seguir a regra' e 'transgredi-la' (WITTGENSTEIN, 2009, § 201, p. 113).

Para Miguel, Vilela e Moura (2012), o que possibilita "seguir a regra" ou "transgredi-la" é o "complexo de regras que indica as *condições de sentido* ou nossos *sistemas de significados*" (MIGUEL; VILELA; MOURA, 2012, p. 10, grifo dos autores), ou seja, a gramática. A gramática indica como podem ser usadas as expressões ou palavras nos diferentes contextos em que aparecem e quais são suas regras de uso (VILELA, 2007). O que faz sentido, o que é certo ou errado é que são determinados por regras, criadas pelas formas de vida de quem as pratica.

Wittgenstein, no livro *Investigações filosóficas*, além de abarcar um estudo acerca da linguagem, dos modos como ela pode ser usada e ocorre e das regras que a regem, caracteriza *jogos de linguagem*: "O termo *jogo de linguagem* (WITTGENSTEIN, 2009) seria o solo em que brotam os significados nas práticas" (MIGUEL; VILELA; MOURA, 2012, p. 10). Para Wittgenstein (2009), "na práxis do uso da linguagem, um parceiro enuncia as palavras, o outro age de acordo com elas; chamarei de jogo de linguagem também a totalidade formada da linguagem e das atividades com as quais ela vem entrelaçada" (WITTGENSTEIN, 2009, p. 18). Essas atividades diferem em seus usos e, na verdade, são práticas com regras específicas, criadas pelas formas de vida de quem as pratica. Wittgenstein usa a expressão *forma de vida* para "designar nossos hábitos, costumes, ações e instituições que fundamentam nossas atividades em geral, envolvidas na linguagem" (GOTTSCHALK, 2008, p. 80).

Assim, os jogos de linguagem estão atrelados à forma de vida, ou seja, cada forma de vida estabelece o modo como as palavras, expressões e representações são utilizadas e o modo como, consequentemente, seus significados são negociados. Como as formas de vida são orientadas e significadas por regras, nas formas de vida se pratica uma gramática constituída de regras que orientam a produção de significados nas linguagens manifestadas.

É comum encontrarmos uma mesma expressão (palavra ou representação) usada em contextos diferentes, assumindo significações[4] distintas. O "triângulo", por exemplo, no contexto da sala de aula de Matemática, diz respeito a uma figura geométrica com suas características e propriedades; no trânsito em rodovias, sinaliza a ocorrência de panes (pneu furado, problemas elétricos, entre outros) em veículos que as trafegam; na música, refere-se a um instrumento metálico com determinado timbre. Todos esses usos são pertinentes e, de fato, existem, mas, em cada situação, a palavra *triângulo* assume um significado distinto, o que nos permite dizer que o significado de uma palavra está associado à práxis da linguagem e depende do jogo de linguagem no qual a palavra está inserida. Como afirma Gottschalk (2004), "aprender o significado de uma palavra pode consistir na aquisição de uma regra ou um conjunto de regras, que governam seu uso dentro de um ou mais jogos de linguagem" (GOTTSCHALK, 2004, p. 321).

Em sua argumentação, Wittgenstein (2009) ressalta que o que as linguagens podem guardar entre si são semelhanças, que podem variar de um jogo de linguagem para outro. Outra contribuição filosófica desse autor é a noção de *semelhanças de família*, que podem se fazer presentes nos jogos de linguagem – intrajogo ou entre jogos –, não necessariamente, porém, em todos eles.

4 Wittgenstein (2009) denota significações como significados das palavras em seu uso.

> Não posso caracterizar melhor essas semelhanças do que por meio das palavras 'semelhanças familiares'; pois, assim, se sobrepõem e se entrecruzam as várias semelhanças que existem entre os membros de uma família: estatura, traços fisionômicos, cor dos olhos, andar, temperamento, etc., etc. – E eu direi: os 'jogos' formam uma família (WITTGENSTEIN, 2009, p. 52).

Nesse sentido, concordamos com Veiga-Neto e Lopes (2007), quando afirmam que as semelhanças de família não pressupõem os mesmos atributos em todos os elementos. Apenas a existência de alguns atributos comuns a dois ou mais elementos pode garantir semelhanças de família entre eles.

Um exemplo que possibilita compreender a ideia de semelhanças de família reside nos jogos (jogos de cartas, de tabuleiro, de loteria, esportivos etc.). Embora não seja possível identificar atributos comuns a todos os jogos, se comparados dois a dois, é possível encontrar atributos (ou propriedades) iguais ou semelhantes entre eles, que os distinguem de outras atividades humanas e que permitem admitir que, entre os jogos, haja semelhanças de família.

O olhar para a linguagem precisa levar em conta os seus modos de uso, os quais estão ancorados nos significados das palavras e das expressões, estabelecidos em cenários específicos. Assim, para a realização deste estudo, constituem-se como documentos de análise, o material produzido pelas alunas e as gravações transcritas. Por meio da análise desses documentos, buscamos uma compreensão acerca dos usos da linguagem por essas alunas.

As linguagens e os jogos de linguagem na produção das alunas

- A linguagem, ao ser tomada como objeto de investigação, segundo o aporte teórico anteriormente delineado, pode ser analisada nos cenários nos quais ela emerge e nos usos que se fazem dela. Os elementos presentes nos documentos de análise nos possibilitam falar em ao menos dois jogos de linguagem: "o jogo de linguagem da matemática em si" – que é regido pela gramática da matemática formal e se faz presente no contexto escolar por meio dos algoritmos, símbolos matemáticos e representações que remetem a conceitos matemáticos;

- "o jogo de linguagem de ações rotineiras em sala de aula" – que se refere à gramática que orienta as ações de professores e alunos, sejam no contexto de formação profissional ou nas salas de aula da Educação Básica.

Considerando a sala de aula de um curso de formação em Pedagogia, os modos de uso da linguagem são regidos também pelas regras de outro jogo, o "jogo de linguagem da sala de aula dos anos iniciais". Assim como nos outros jogos, as regras desse jogo também se apresentam por meio de três manifestações linguísticas: uma linguagem natural, comum ao meio de que as pessoas participam e em que *sabem jogar* (conhecem as regras de uso das palavras); uma linguagem matemática, associada à comunicação em matemática por meio de símbolos, regras e gramática próprios; e uma linguagem pictórica (desenhos), relacionada às representações de quantidade, bastante presentes na realização de operações aritméticas.

Para proceder às análises, estabelecemos descritores (Quadro 2) para cada um dos contextos assumidos.

Quadro 2 – Descritores para análises

Contexto 1: Multiplicação	Contexto 2: Divisão
Multiplicação como soma de parcelas iguais. Valor posicional dos algarismos no algoritmo da multiplicação.	Divisão como agrupamentos com quantidades iguais. Divisão como operação inversa da multiplicação. Valor posicional dos algarismos no algoritmo da divisão.

Fonte: os autores

No contexto 1

As análises relativas a esse contexto versam sobre a operação de multiplicação (Quadro 3), que estão pautadas pelos descritores indicados no Quadro 2.

Quadro 3 – Tarefas envolvendo operações de multiplicação.

a) Multiplique três por seis.
b) Explique o procedimento que você utilizou.

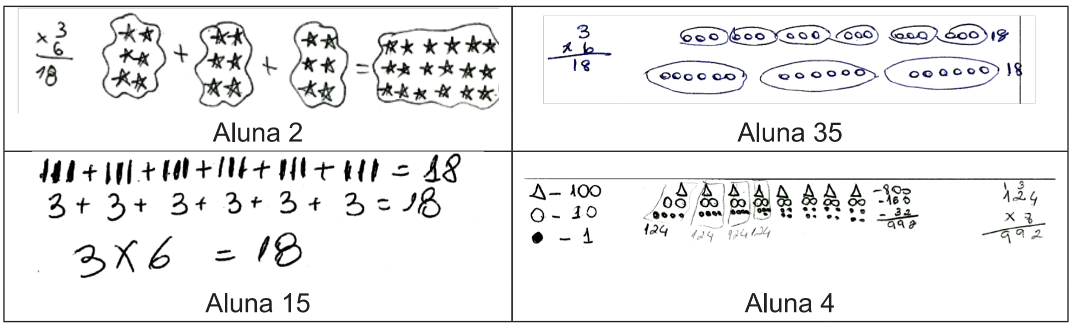
a) Multiplique cento e vinte e quatro por oito.
b) Explique o procedimento que você utilizou.

a) Multiplique vinte e três por dezessete.
b) Explique o procedimento que você utilizou.

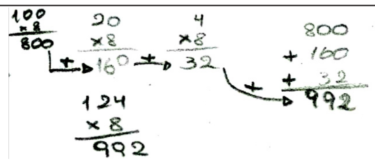
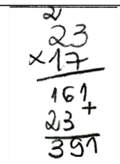
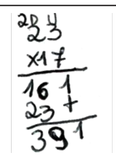
Fonte: os autores

As produções das alunas na realização do item *a* das tarefas, que são analisadas segundo o descritor *multiplicação como soma de parcelas iguais*, são apresentadas na Figura 1. Nessas produções, identificamos o uso das linguagens matemática e pictórica.

Figura 1 – Registros apresentados pelas alunas na resolução do item *a* das tarefas relacionadas ao Contexto 1



 ISSN 1982-7199 | DOI: http://dx.doi.org/10.14244/198271991208

		
Aluna 33	Aluna 10	Aluna 50

Amparados nos pressupostos de Wittgenstein, constatamos que, embora as tarefas (itens *a*) não exigissem o uso de uma linguagem em detrimento de outra, a linguagem pictórica prevaleceu entre os registros produzidos pelas alunas, sobretudo nas multiplicações pelas quais se tem acesso direto à tabuada. Atribuímos esse fato à conexão que as alunas fazem entre o ambiente de formação do qual participam no momento da realização das tarefas e a sala de aula dos anos iniciais, que se configura como o ambiente de (futura) atuação delas.

Na linguagem pictórica das alunas (Alunas 2, 35, 15 e 4), retrata-se a multiplicação como soma de parcelas iguais, mas apenas a Aluna 35 indica explicitamente tal soma por meio da propriedade comutativa – apesar de não o fazer na linguagem matemática. As Alunas 2 e 15, porém, utilizam essa propriedade de forma implícita, já que seus registros, embora indiquem o mesmo resultado, envolvem processos multiplicativos distintos (três vezes o seis ou seis vezes o três). O fato de essa propriedade não vir explícita nos registros das alunas pode revelar seus desconhecimentos com relação à comutatividade; contudo, há semelhanças de família entre a linguagem pictórica e a matemática por elas utilizadas, porque recorrem à ideia de multiplicação como soma de parcelas iguais.

A estratégia de “desenhar”, utilizada pelas alunas (Alunas 2, 15 e 35), nos remete a inferir que, ao resolver multiplicações envolvendo fatores de grandezas unitárias, elas assumam atitudes presentes no jogo de linguagem da sala de aula dos anos iniciais. No entanto, quando a multiplicação envolve fatores de maior grandeza, a linguagem que aparece em supremacia é a aritmética (Alunas 4, 33, 10 e 50), suscitando o jogo de linguagem da matemática em si.

Os registros das alunas carregam entre si semelhanças de família, no sentido de que o objeto retratado é o mesmo, mas é tratado por elas de forma diferente. Por exemplo, o número 18, representado por dezoito “estrelinhas”, por 3x6 ou por 3+3+3+3+3+3, diz respeito ao mesmo objeto (multiplicação de 3 por 6), porém as enunciações das alunas são distintas e revelam diferentes níveis de complexidade com relação à multiplicação.

No item *b* das tarefas, pede-se que as alunas utilizem a linguagem natural, exigindo delas uma reorganização cognitiva, originada de uma elaboração do indivíduo sobre o conceito em questão. Todavia, o “não saber explicar” da Aluna 38 sinaliza que o registro aritmético, específico da linguagem matemática, se comporta como uma regra a “ser seguida”, nem sempre sendo inteligível. Em outras palavras, a aluna não participa do jogo de linguagem da matemática em si, para o qual foi convidada.

> ***Aluna 38:*** *Professor, não entendi o item b. Como assim explicar?*
> ***Professor:*** *É para você explicar quais estratégias você utilizou na operação realizada no item a. Como você pensou a situação? Quais procedimentos você utilizou para chegar a esse resultado? Como você explicaria isso para alguém que não sabe essa operação?*
> ***Aluna 38:*** *Ah, professor. Eu fiz como aprendi. Sei fazer, mas não sei explicar.*

Para a explicação da tarefa 1, no que se refere ao representar o “3x6”, algumas alunas (Alunas 11 e 33) criaram contextos que retratavam a necessidade de realizar a multiplicação proposta (Figura 2). Isso nos leva a inferir que essa atitude seja reflexo do jogo de linguagem das ações rotineiras em sala de aula, no qual a sala de aula de matemática dos anos iniciais tem acentuada participação.

Figura 2 – Contextos relacionados à multiplicação 3x6

São 3 pessoas, cada uma tem 6 laranjas, quantas laranjas vão dar no total? Então multiplico-se 3×6=18 laranjas

Aluna 11

Peguei 3 pirulitos e multipliquei cada pirulito por 6, ou seja (6×1=6). Fiz isso com os 3 pirulitos e depois somei os resultados (6+6+6) que ficou 18.

Aluna 33

Já as explicações, em linguagem natural, das multiplicações requeridas nas tarefas 2 e 3 retratam, em sua maioria, uma explicação algorítmica que não faz menção aos conceitos inerentes à operação de multiplicação (Figura 3). Nesse sentido, a semelhança de família guarda mais características de um jogo de linguagem (jogo de linguagem de ações rotineiras em sala de aula) que de outro (jogo de linguagem da matemática em si).

Figura 3 – Explicações das operações de multiplicação a partir do algoritmo.

São dois números multiplicando então multiplico o último e pula a última casa, multiplicando em seguida o primeiro número.

Aluna 15

Multipliquei 8×4=32, o 3 atribui valor para a dezena e o 2 ficou na unidade. Multipliquei 8×2=16+3=19 o 1 atribui valor na centena e o 9 permanece na dezena. No final multipliquei 8×8=8+1=9. Dando como resultado 992.

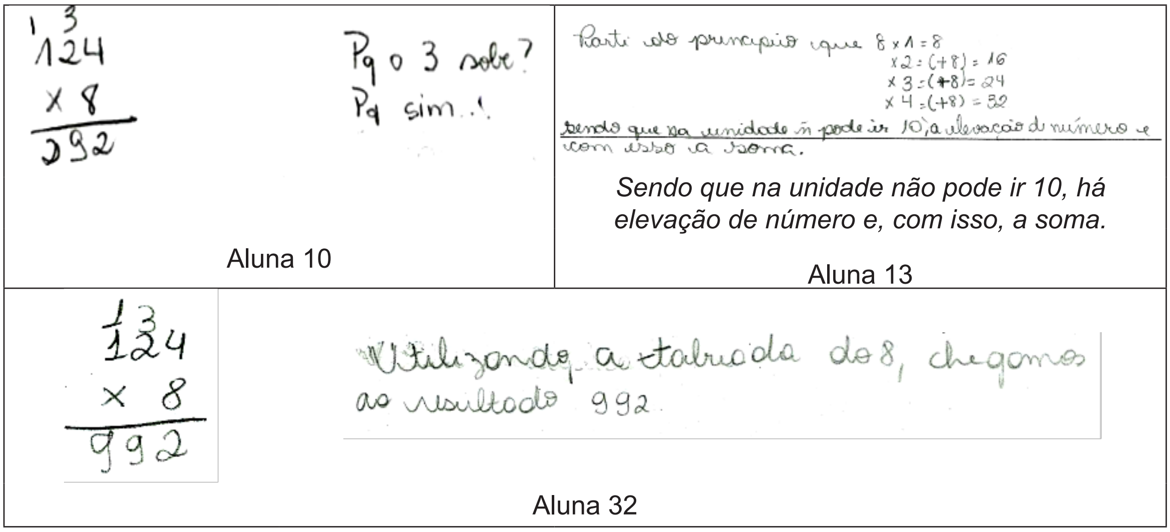
Aluna 2

Fiz o 23 x17: 1º passo é fazer a multiplicação de 23×7 e o 2º passo fazer a multiplicação de 23×1, 3º passo soma os dois resultados 23×7= 161 + 23×1=23, para obter o resultado final faz a soma de 161+23 = 391.

Aluna 25

No que concerne ao descritor *valor posicional dos algarismos no algoritmo da multiplicação*, identificamos que algumas das linguagens utilizadas pelas alunas não guardam semelhanças de família, conforme ilustrado na Figura 4.

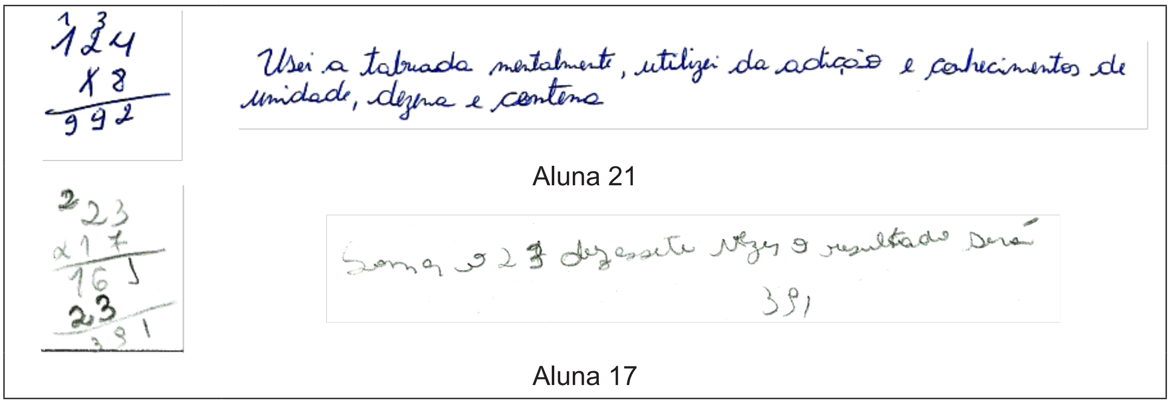
Figura 4 – Algoritmo e alusão à tabuada



Escrever “124x8=992” e utilizar como justificativa “o uso da tabuada” (Aluna 32) não revela uma associação adequada entre as linguagens matemática e natural, porque não é comum uma tábua de valores de multiplicação que contemple o produto 124x8. Do mesmo modo, os registros das Alunas 10 e 13 vêm carregados de regras do jogo de linguagem das ações rotineiras em sala de aula, que não guardam semelhanças com o jogo da matemática em si tampouco com o jogo de linguagem da sala de aula dos anos iniciais. A não relação com esse último reside na ausência de argumentos que sustentem as regras enunciadas.

Nos registros apresentados na Figura 5, as justificativas dadas pelas alunas em linguagem natural também não sustentam os registros aritméticos por elas utilizados.

Figura 5 – Algoritmo e explicações incompatíveis



Como podemos observar, nas justificativas das alunas (Alunas 21 e 17) não são contemplados aspectos relacionados ao valor posicional. No entanto, na maneira como elas organizam a "conta" de multiplicação, isso fica explicitado.

A apresentação do algoritmo na sua forma convencional nos leva a inferir que o "seguir a regra" esteja presente no jogo de linguagem do qual as alunas participam (jogo de linguagem do curso de formação). Todavia, esse "seguir a regra" parece se configurar como um conhecimento tácito, que é aceito sem questionamentos, já que, ao elaborar as justificativas, elas não mencionam o porquê daquele espaço vago ou do símbolo "+".

No caso de multiplicações que envolvem reserva, a justificativa apresentada em linguagem natural não guarda semelhança de família com o registro aritmético, porque as alunas, novamente, não explicam o "vai um", o que nos leva a inferir que elas resolvam a multiplicação por ter se apropriado de uma "regra".

Assim, justificar a multiplicação a partir do uso da tabuada ou das regras que regem seu algoritmo não fornece elementos consistentes para inferirmos os (des) conhecimentos das alunas sobre a operação de multiplicação. As alunas tratam a multiplicação de forma distinta, de acordo com a magnitude das grandezas envolvidas. Por um lado, quando operam com pequenas grandezas, seus registros guardam semelhanças de família entre os jogos de linguagem da matemática em si (as regras que sustentam o algoritmo) e das ações rotineiras em sala de aula (uso de linguagem pictórica). Por outro lado, para as demais multiplicações, não se identificam tais semelhanças, dado que as regras que sustentam o algoritmo fazem, de forma superficial, alusão ou à tabuada, ou à base do sistema numérico.

Contexto 2

Este contexto envolve as análises relativas à operação de divisão (Quadro 5), pautadas pelos descritores indicados no Quadro 2.

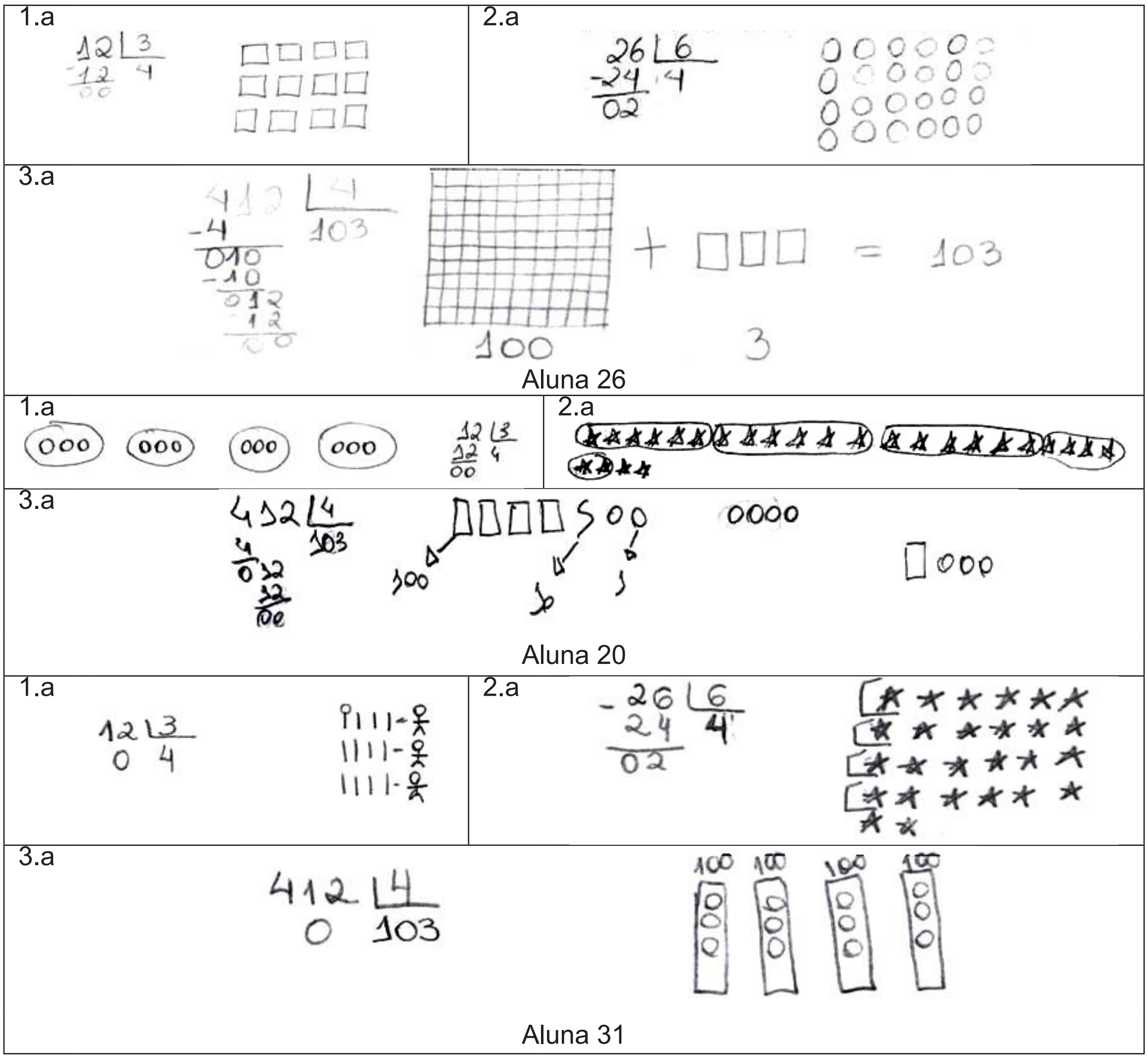
Quadro 4 – Tarefas envolvendo operações de divisão

a) Divida doze por três. b) Explique o procedimento que você utilizou.
a) Divida vinte e seis por seis. b) Explique o procedimento que você utilizou.
a) Divida quatrocentos e doze por quatro. b) Explique o procedimento que você utilizou.

Fonte: os autores

As resoluções das alunas referentes ao item *a* das tarefas estão ilustradas na Figura 6. Tais resoluções associam-se ao descritor *divisão como agrupamentos com quantidades iguais*.

Figura 6 – Registros apresentados pelas alunas na resolução do item *a* das tarefas relacionadas ao Contexto 2



Nessas produções, identificamos o uso das linguagens matemática e pictórica. A linguagem pictórica expressa pelas alunas (Alunas 26, 20 e 31) ao responder ao item *a* das tarefas tem, de modo geral, características de agrupamento com mesma quantidade, porém não guarda relações com o conceito de divisão. Os registros parecem ser formados do resultado da divisão, e não da noção de repartir certa quantidade em partes iguais – ou seja, os desenhos funcionam como ilustração do algoritmo. Por exemplo, na divisão de 26 por 6, em vez de distribuírem o 26 por 6 grupos, fazem a representação de 4 grupos com 6 elementos (Alunas 26 e 31). O fato de a linguagem pictórica se comportar apenas como ilustrativa fica ainda mais evidente na divisão de 412 por 4 (Alunas 20, 26 e 31). Esse aspecto vem justificar a nossa opção por, neste momento, apresentar a resolução da(s) mesma(s) aluna(s) para as três tarefas.

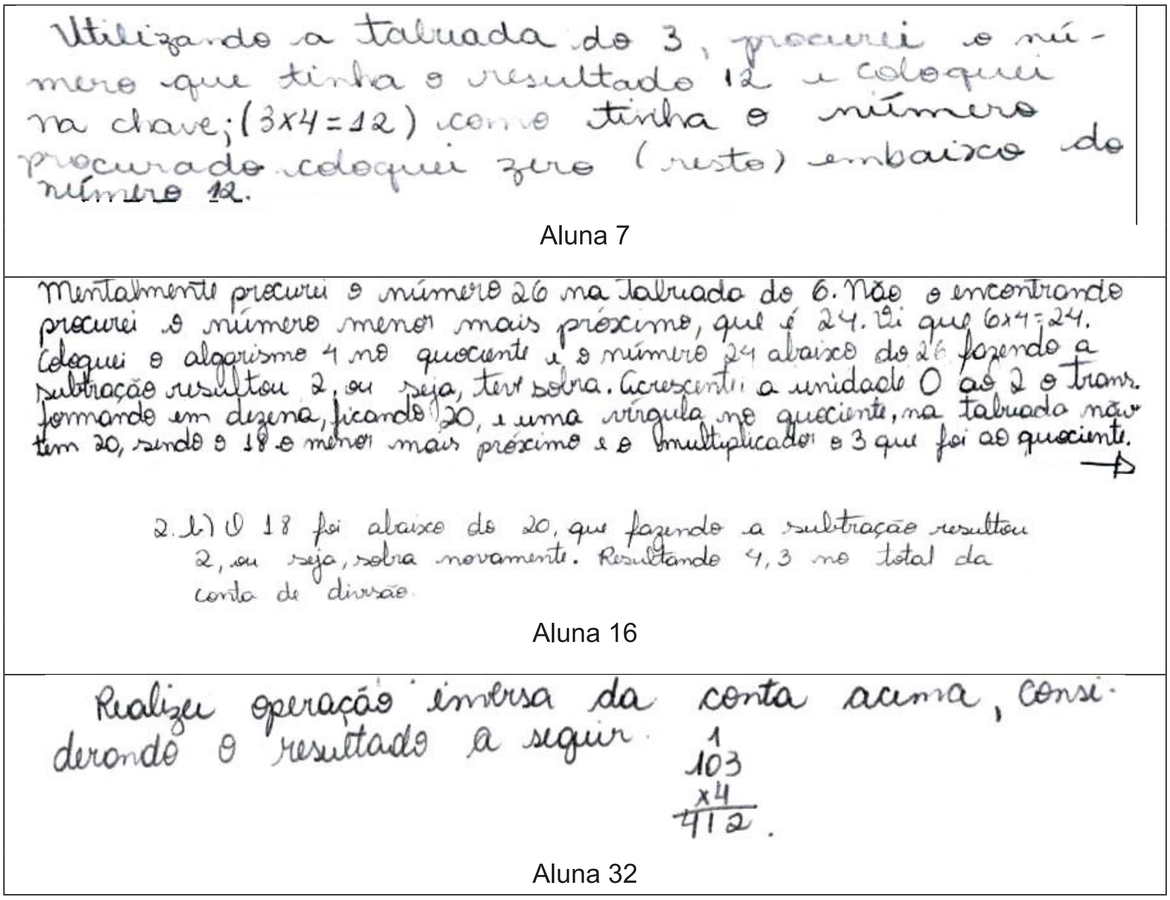
Com relação à linguagem matemática, o uso do algoritmo sinaliza referência à tabuada e não garante que as alunas compreendam tanto o conceito de divisão quanto o processo envolvido no algoritmo dessa operação. Exemplo disso é a resolução da

Aluna 26 para a tarefa *3.a*. Embora, no seu registro, apareça a utilização do algoritmo na resolução da divisão, encontrando a resposta correta, o processo explicitado pela aluna apresenta erros. A inclusão do zero no quociente, decorrente da impossibilidade da divisão de 1 (uma dezena) por 4, parece implicar também a inclusão do número zero junto a tal dezena. No entanto, a subtração (10–10) presente no algoritmo não tem sentido, inclusive porque, dessa subtração, resulta 1 (uma dezena).

Diante do exposto, reconhecemos que não há semelhanças de família entre as linguagens utilizadas pelas alunas. Os usos que elas fazem tanto do algoritmo quanto dos desenhos não seguem as regras do jogo de linguagem da matemática em si – muito embora se coadunem com as regras do jogo de linguagem das ações rotineiras em sala de aula (uso demasiado de algoritmos) e com as do jogo de linguagem da sala de aula dos anos iniciais (recorrência a desenhos).

No que concerne ao descritor *divisão como operação inversa da multiplicação*, seguem alguns registros produzidos pelas alunas quando intencionam explicar tal relação (Figura 7).

Figura 7 – Explicação da divisão com alusão à tabuada


Utilizando a tabuada do 3, procurei o número que tinha o resultado 12 e coloquei na chave; (3x4=12) como tinha o número procurado coloquei zero (resto) embaixo do número 12.

Aluna 7

Mentalmente procurei o número 26 na tabuada do 6. Não o encontrando procurei o número menor mais próximo, que é 24. Vi que 6x4=24. Coloquei o algarismo 4 no quociente e o número 24 abaixo do 26 fazendo a subtração resultou 2, ou seja, teve sobra. Acrescentei a unidade 0 ao 2 o transformando em dezena, ficando 20, e uma vírgula no quociente, na tabuada não tem 20, sendo o 18 o menor mais próximo e o multiplicador o 3 que foi ao quociente.

2.b) O 18 foi abaixo do 20, que fazendo a subtração resultou 2, ou seja, sobra novamente. Resultando 4,3 no total da conta de divisão.

Aluna 16

Realizei operação inversa da conta acima, considerando o resultado a seguir.

$$\begin{array}{r} {}^{1}\\ 103 \\ \times 4 \\ \hline 412 \end{array}$$

Aluna 32

Nesses registros, há indícios de que as alunas participam do jogo de linguagem da matemática em si, uma vez que fazem referência explícita à tabuada quando buscam explicar a operação de divisão. A ideia da multiplicação como operação inversa da divisão aparece nos registros das alunas quando enunciam o algoritmo da

 ISSN 1982-7199 | DOI: http://dx.doi.org/10.14244/198271991208

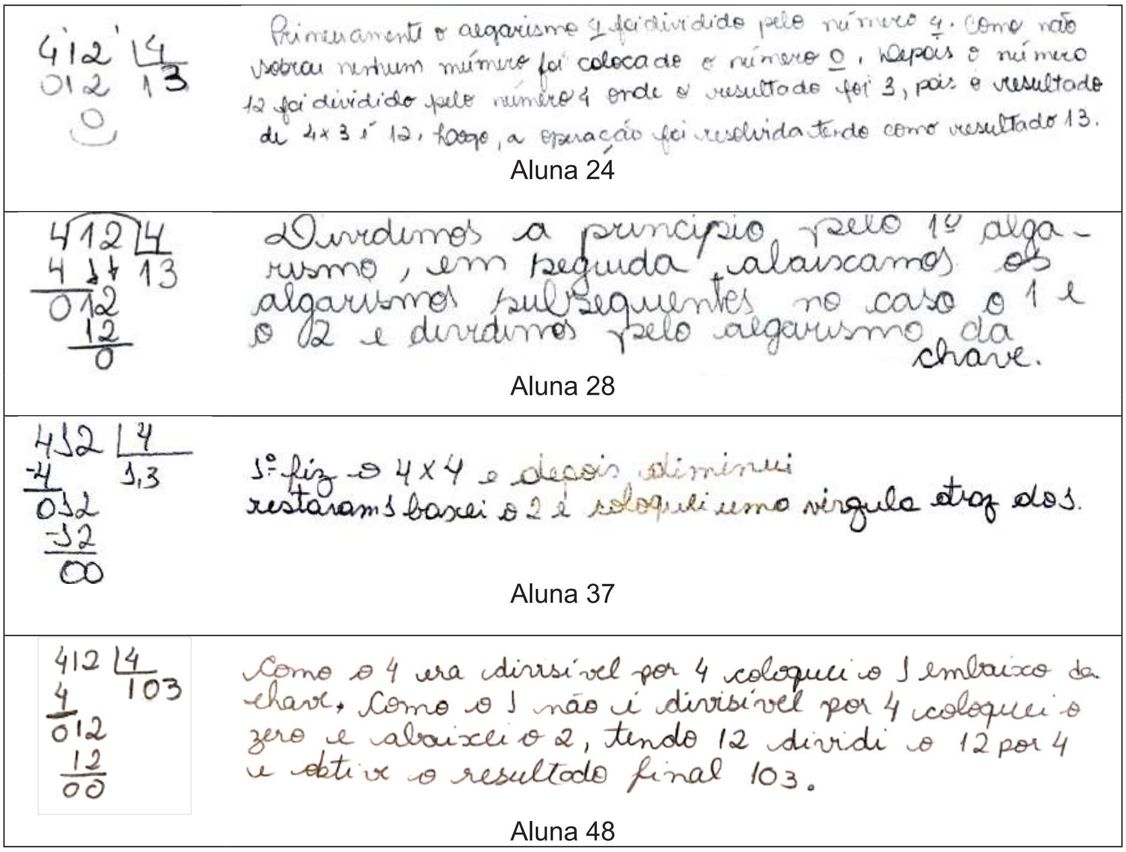
multiplicação e explicam a resolução das divisões propostas nas tarefas (utilizam as regras do jogo da matemática em si). Contudo, a noção de, por exemplo, quantas vezes o 4 cabe no 12, que evoca a multiplicação como operação inversa da divisão, não é considerada em seus registros.

O registro da Aluna 16, quando se refere à multiplicação para justificar o algoritmo da divisão, revela uma incompatibilidade entre os argumentos e a solução apresentada, já que ela afirma ter 20 dezenas e, no entanto, o quociente resultante é da ordem dos décimos.

Em decorrência dos registros das alunas, somos levados a pensar que as relações entre multiplicação e divisão não estejam constituídas. A não utilização de regras do jogo de linguagem das salas de aula dos anos iniciais (uso de linguagem pictórica para representar as operações) ratifica, de certo modo, a falta de compreensão dessas relações.

Para discussões a respeito do descritor *valor posicional dos algarismos no algoritmo da divisão*, trazemos os seguintes registros das alunas (Figura 8).

Figura 8 – Registros com (não)referência ao valor posicional dos algarismos



A Aluna 48 traz em seu registro em linguagem natural uma explicação que não carrega aspectos conceituais da matemática, particularmente da operação de divisão, já que ela não esclarece por que o 1 (uma dezena) não é divisível por 4 e o porquê da inclusão do zero na dezena que constitui o quociente. Assim, revela que essa aluna não considera as grandezas que estão sendo divididas – fato que fica ainda mais evidente nos registros das demais alunas (Alunas 24, 28 e 37), podendo levar aos erros cometidos. O aspecto de considerar as grandezas a serem divididas, fundamental para a compreensão do algoritmo da divisão, parece não fazer parte das regras que regem as resoluções das alunas, sugerindo que tais regras sejam desconhecidas na forma de vida delas.

Considerando que todas as explicações em linguagem natural presentes na Figura 8 tenham coerência com a linguagem matemática apresentada por cada uma das alunas, podemos afirmar que há semelhanças de família entre tais linguagens. No entanto, os usos que se fazem dessas linguagens não remetem às regras do jogo da matemática em si, porque não estão alicerçados nos conceitos operacionais e no sistema numérico. O que fica evidenciado em seus registros é o uso da regra pela regra, ou seja, as regras do jogo de linguagem da matemática em si não têm significado para essas alunas. A questão do uso da regra pela regra pode inclusive ser decorrente do jogo de linguagem das ações rotineiras em sala de aula.

De modo geral, o fato de as alunas ampararem a divisão no algoritmo dessa operação explicita que a compreensão do conceito de divisão está comprometida. A enunciação do algoritmo como acontece nas ações rotineiras em sala de aula, por não guardar semelhanças de família com tal conceito, favorece a produção de divisões equivocadas. Essa ação de privilegiar o algoritmo (regra enunciada na aplicação do algoritmo) também justifica a dificuldade das alunas em relacionar a divisão com a multiplicação para além do jogo de linguagem presente nas salas de aula dos anos iniciais e leva a discrepâncias entre os resultados obtidos e as soluções esperadas.

Algumas reflexões acerca da investigação realizada

Se, por um lado, discutir, à luz da teoria wittgensteiniana, os (des)conhecimentos das alunas de um curso de Pedagogia nos possibilitou refletir sobre o modo como essas alunas lidam com as operações de multiplicação e divisão, por outro nos remeteu a pensar nos conflitos subjacentes às expressões "aprendi assim", "sempre fiz assim", "é a regra", comumente presentes nas argumentações em salas de aula.

Da análise dos registros produzidos pelas alunas, para além de reconhecer como elas concebem as operações aritméticas de multiplicação e divisão foi possível identificar o uso de linguagem pictórica, matemática (aritmética) e natural quando buscavam realizar as tarefas propostas tanto no que se refere à resolução das multiplicações e divisões sugeridas quanto na tentativa de explicar os procedimentos aos quais recorreram.

No que concerne ao uso de linguagem pictórica, foi evidenciada a falta de relação entre tal linguagem e os processos operatórios de multiplicação e divisão, dado que, na maioria dos casos, existiu apenas a função ilustrativa. Na multiplicação, os agrupamentos garantem a ideia dessa operação como soma de parcelas iguais; no entanto, o resultado informado numericamente não está, de maneira direta, associado com a linguagem pictórica. Já na divisão, a linguagem pictórica expressa as soluções de cada tarefa proposta sem remeter ao processo de dividir. Nessa operação, os agrupamentos apresentados pelas alunas parecem ter sido organizados previamente, não indicando a noção de divisão do todo em parcelas iguais. Os agrupamentos com função ilustrativa estão ainda mais presentes nas resoluções de multiplicação ou divisão que envolvem centenas do que naquelas que envolvem unidades.

Os registros em linguagem matemática (aritmética) assumem a conotação de firmar o algoritmo como uma regra a ser seguida, ainda que, na maioria dos casos, as alunas não demonstrem clareza sobre o significado inerente a tais regras. A partir da linguagem matemática, expõem o que, geralmente, fazem ou usam quando participam de ambientes que requerem a resolução ou solução de operações aritméticas de multiplicação e divisão.

Por fim, a linguagem natural, que deveria vir como um meio de explicar os conceitos das operações de multiplicação e divisão, revela os (des)conhecimentos das alunas relativos tanto à noção de multiplicar e dividir quanto aos processos aritméticos para a realização dessas operações (conjunto de regras que regem os algoritmos).

A variedade de linguagens utilizadas pelas alunas, apesar de, na maioria dos casos, guardar semelhanças de família, remete a jogos de linguagem distintos. A linguagem pictórica, por ser preponderante nas salas de aula dos anos iniciais, é utilizada pelas alunas com a intenção de validar o jogo de linguagem da matemática em si. Em seus registros, porém, essa linguagem veio sempre acompanhada da linguagem matemática (algoritmo), o que nos faz inferir que, ao realizar as tarefas no contexto de formação, elas acreditem que tal linguagem deva ser priorizada. Sugere ainda que, nesse contexto, as alunas pareçam acreditar que a linguagem matemática seja a que legitima o conhecimento matemático.

A abordagem de conceitos matemáticos a partir das diferentes linguagens e das semelhanças de família guardadas entre elas assegura o "pensar" no objeto matemático em estudo, já que tais linguagens podem assumir diferentes funções. Discutir as diversas linguagens que retratam o mesmo objeto pode levar a estabelecer um espaço cognitivo necessário ao (novo) conhecimento. Muito embora todas as linguagens presentes sejam relevantes, o que se observou é que as explicações dadas em linguagem natural constituem boas oportunidades para tal espaço e favorecem reflexões sobre os erros e acertos relativos às compreensões conceituais. Foram as anotações das alunas e os seus riscos e rabiscos que nos auxiliaram a entender a que se referiam ou de que jogo de linguagem participavam.

Embora o saber matemático seja inteligível para as alunas nas suas formas de vida e sustentado por expressões do tipo "aprendi assim", "sempre fiz assim", "é a regra", ele pode assumir diferentes significados ou significado algum nos jogos de linguagem que permearam nossas discussões, quais sejam o jogo de linguagem da matemática em si, o jogo de linguagem de ações rotineiras em sala de aula e o jogo de linguagem da sala de aula dos anos iniciais. As alunas parecem assumir significados no jogo de linguagem de ações rotineiras em sala de aula e no jogo de linguagem da sala de aula dos anos iniciais que não guardam nenhuma semelhança de família com o jogo de linguagem da matemática em si no que concerne à noção e ao algoritmo das operações de multiplicação e divisão.

Talvez o fato de as alunas atribuírem significados nem sempre condizentes com o jogo de linguagem da matemática em si seja decorrente da desconsideração da natureza do saber matemático. Por ser sistematizado e comunicado em linguagem própria, esse saber tem semelhanças de família preservadas entre os jogos de linguagem tratados neste estudo, simplesmente pelo uso de expressões como as utilizadas pelas alunas.

Ao observar a variedade de linguagens presente nas produções das alunas, identificamos lacunas e insuficiências em seus (des)conhecimentos, que parecem, muitas vezes, pautadas pelas expressões rotineiras em sala de aula, sem nenhuma reflexão sobre seus significados no jogo de linguagem da matemática em si.

Referências

BELLO, S. E. L. Jogos de linguagem, práticas discursivas e produção de verdade: contribuições para a educação (matemática) contemporânea. **Zetetiké**, Campinas, v. 18, p. 545-588, 2010.

GARNICA, A. V. M.; PINTO, T. P. Considerações sobre a linguagem e seus usos na sala de aula de Matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 18, p. 207-244, 2010.

GOTTSCHALK, C. M. C. A natureza do conhecimento matemático sob a perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais. **Cadernos de História e Filosofia da Ciência**, Campinas, v. 14, n. 2, p. 305-334, jul./dez. 2004.

GOTTSCHALK, C. M. C. A construção e transmissão do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. **Cadernos Cedes**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 75-96, jan./abr. 2008.

MIGUEL, A.; VILELA, D. S.; MOURA, A. R. L. Problematização indisciplinar de uma prática cultural numa perspectiva wittgensteiniana. **Reflexão e Ação**, Santa Cruz do Sul, v. 20, n. 2, p. 6-31, jul./dez. 2012.

VEIGA-NETO, A.; LOPES, M. C. Identidade, cultura e semelhanças de família: as contribuições da virada linguística. In: BIZARRO, R. (Org.). **Eu e o outro**: estudos multidisciplinares sobre identidade(s), diversidade(s) e práticas interculturais. Porto: Areal, 2007.

VILELA, D. S. **Matemáticas nos usos e jogo de linguagem**: ampliando concepções na educação matemática. 2007. 247 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2007.

VILELA, D. S. Práticas matemáticas: contribuições sociofilosóficas para a educação matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 17, n. 31, p. 191-212, jan./jun. 2009.

VILELA, D. S.; MENDES, J. R. A linguagem como eixo da pesquisa em educação matemática: contribuições da filosofia e dos estudos do discurso. **Zetetiké**, Campinas, v. 1, n. 36, p. 7-25, jul./dez. 2011.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações filosóficas**. 6. ed. Petrópolis: Vozes, 2009.

Enviado em: 15/12/2014. Aprovado em: 07/06/2015.