

# Pró-Matemática/UEL na formação do professor: Episódio de um trabalho com a análise da produção escrita

Pró-Mathematics/UEL in Teacher Training Program: Episode of work with the analysis of written production

**Edilaine Regina dos Santos<sup>1</sup>,**

Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina-PR, Brasil

**Adriana Quimentão Passos<sup>2</sup>,**

Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina-PR, Brasil

**Regina Luzia Corio de Buriasco<sup>3</sup>**

Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina-PR, Brasil

## Resumo

O objetivo deste artigo é relatar um episódio de um trabalho realizado no 1º semestre de 2013 no âmbito do *Pró-Matemática/UEL na Formação do Professor*, projeto de extensão do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina (Londrina-PR, Brasil). Visando possibilitar reflexão a respeito de conteúdos matemáticos que poderiam emergir na resolução de questões de Matemática da Educação Básica, a análise da produção escrita foi adotada como estratégia norteadora. Em um primeiro momento, os participantes resolveram um pré-teste composto por algumas questões de Matemática da Educação Básica. Em outro momento, cada um pôde realizar uma análise da produção escrita presente na resolução de uma questão de modo que as informações obtidas auxiliassem a refletir e a discutir acerca do conteúdo matemático presente. Por meio dessa análise, os participantes do projeto puderam identificar estratégias e procedimentos de resolução, levantar hipóteses a respeito da interpretação do enunciado da questão, tentar identificar indícios de dúvidas do colega quanto ao conteúdo matemático, no caso aqui relatado, Média.

**Palavras-chave:** Educação matemática, Pró-Matemática/UEL, Análise da produção escrita em Matemática.

## Abstract

The goal of this paper is to report an episode of a work done in the first half of 2013 as part of the *Pró-Matemática/UEL in a Teacher Training Program*, extension project of the Department of Mathematics, State University of Londrina (Londrina-PR, Brazil). Aiming to give the opportunity to reflection on mathematical contents that could emerge in solving Mathematics questions of Basic Education, the analysis of written production was adopted as a guiding strategy. At first, participants solved a pre-test consisting of a few questions

1 Docente do departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina. Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática. E-mail: [edilaine.santos@yahoo.com.br](mailto:edilaine.santos@yahoo.com.br)

2 Docente do Ensino Fundamental e Médio da Secretaria Estadual de Educação do Paraná (SEED/PR). Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Aluna de doutorado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina. E-mail: [adrianaqpassos@gmail.com](mailto:adrianaqpassos@gmail.com)

3 Docente do Departamento de Matemática da Universidade Estadual de Londrina. Doutora em Educação. Coordenadora do Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação – GEPEMA – e Bolsista do CNPq. E-mail: [reginaburiasco@gmail.com](mailto:reginaburiasco@gmail.com)

of Mathematics of Basic Education. At another point, each one was able to carry out an analysis of written production in a resolution of a question so that the information obtained should assist to reflect and to discuss about the mathematical content presented. Through this analysis, the project participants were able to identify strategies and resolution procedures, hypotheses concerning the interpretation of the statement of the question, to try to identify evidences of colleague doubts about the mathematical content, in the case reported here, Average.

**Key words:** Mathematics education, Pró-Matemática/UEL, Analysis of written production in Mathematics.

## Introdução

Este artigo relata um episódio de um trabalho desenvolvido com professores da Educação Básica no 1º semestre de 2013 no âmbito do *Pró-Matemática/UEL na Formação do Professor* que aborda a utilização da análise da produção escrita em matemática como estratégia para nortear a reflexão e a discussão a respeito de conteúdos matemáticos.

O Pró-Matemática/UEL na formação do professor é um projeto de extensão do Departamento de Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Londrina (UEL) e se constitui em um grupo de estudo em que a articulação entre a teoria, a prática docente e a investigação é vista como elemento essencial para o trabalho. Sua principal intenção é possibilitar que futuros professores, professores e formadores de professores possam refletir sobre o conhecimento que possuem de conteúdos matemáticos e do trabalho que fazem com esses conteúdos em sala de aula.

O projeto originou-se de um Programa de Cooperação Educacional entre Brasil e França, que visava à formação inicial e continuada de professores do Ensino Fundamental (PERROT, 1997) e foi implantado em 14 estados brasileiros. Desenvolvido na Universidade Estadual de Londrina até junho de 2013 teve a participação, nesse ano, inicialmente, de dois alunos do curso de Licenciatura em Matemática, dez professores da Educação Básica, três alunos do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da UEL e dois professores do Departamento de Matemática dessa Universidade. Os encontros do Pró-Matemática eram realizados semanalmente no Departamento de Matemática. Participaram, também, do projeto, em anos anteriores, alunos de Pedagogia e alunos do Programa de Pós-Graduação em Educação da UEL.

## O trabalho desenvolvido

Nos primeiros encontros do Pró-Matemática, no ano de 2013, os participantes resolveram um pré-teste composto por questões de Matemática da Educação Básica, retiradas do banco de questões do PISA<sup>4</sup> (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes), da OBMEP<sup>5</sup> (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas), entre outros. A opção por essas questões se deu pelo fato de serem já validadas. O objetivo da utilização desse pré-teste foi obter protocolos de resoluções

4 [http://download.inep.gov.br/download/internacional/pisa/Itens\\_Liberados\\_Matematica.pdf](http://download.inep.gov.br/download/internacional/pisa/Itens_Liberados_Matematica.pdf)

5 <http://www.obmep.org.br/banco.htm>

que servissem de subsídio para a reflexão e a discussão a respeito de conteúdos matemáticos.

Tendo em vista esse objetivo, foi pedido aos participantes que resolvessem individualmente cada questão procurando apresentar justificativas para a estratégia e procedimentos de resolução que utilizaram.

Com os protocolos em mãos, buscou-se uma estratégia de trabalho que possibilitasse aos participantes refletir sobre os conteúdos matemáticos que poderiam emergir da resolução de cada questão.

Visto que a análise da produção escrita em matemática tem sido apresentada como uma alternativa para “examinar aspectos tais como conhecimento e utilização do conteúdo, estratégias utilizadas, hipóteses levantadas, recursos escolhidos” (BURIASCO, 2002, p. 261) e como uma “ação de intervenção organizada de modo que os participantes desenvolvam sua capacidade para analisar, explicar seu raciocínio, comunicar suas ideias matemáticas enquanto propõem, formulam, resolvem, interpretam tarefas” (PIRES; BURIASCO, 2012, p.3), ela foi escolhida para este trabalho.

Trabalhos desenvolvidos pelo GEPEMA – Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação - têm revelado que a análise da produção escrita em matemática pode ser utilizada tanto em uma perspectiva de estratégia de avaliação (BURIASCO, 1999; 2004; NAGY-SILVA, 2005; PEREGO, S., 2005; SEGURA, 2005; PEREGO, F., 2006; NEGRÃO DE LIMA, 2006; ALVES, 2006; DALTO, 2007; VIOLA DOS SANTOS, 2007; CELESTE, 2008; SANTOS, 2008; ALMEIDA, 2009; FERREIRA, 2009; BEZERRA, 2010; LOPEZ, 2010), como em uma perspectiva de estratégia de condução das aulas (CIANI, 2012; PIRES, 2013; SANTOS, 2014).

Como estratégia de avaliação, como uma prática de investigação, a análise da produção escrita possibilita investigar os processos de ensino e de aprendizagem em matemática auxiliando professores e alunos. Segundo Santos (2008, p. 16), nessa perspectiva,

[...] os professores podem, por exemplo, obter informações a respeito da aprendizagem de seus estudantes, com as quais seja possível identificar se suas intenções estão sendo atingidas, se serão necessárias novas ações. Já os estudantes podem obter informações a respeito do seu processo de aprendizagem, que os auxiliem a refletir e estabelecer estratégias que os conduzam ao reconhecimento e à superação das dificuldades encontradas nesse processo.

Enquanto estratégia de condução das aulas, o professor pode utilizar a “própria produção do aluno para encaminhá-lo ao entendimento do que se deseja” (PIRES, 2013, p.92), e o aluno tem a oportunidade de, por exemplo,

- estabelecer um processo de comunicação por escrito: ao explicar o que fez, pode, ao mesmo tempo, mostrar o que compreendeu das considerações feitas pelo professor;
- refletir sobre sua resposta inicial procurando reconstituir e criticar o seu próprio raciocínio, podendo descrever e explicar o que fez. (PIRES, 2013, p.33).

Nesse sentido, após os encontros destinados à resolução das questões do pré-teste, iniciou-se um trabalho de análise da produção escrita de algumas dessas questões. No entanto, para esse trabalho não houve o envolvimento de todos os

participantes do projeto, haja vista que alguns professores da Educação Básica, por motivos particulares, deixaram de frequentar os encontros. O trabalho então foi realizado tendo como base as produções presentes em três questões, daqueles participantes que ainda continuavam frequentando os encontros. Desses, apenas um professor lecionava a disciplina de Matemática para alunos do Ensino Médio. Os demais trabalhavam com os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Neste artigo, apresenta-se o episódio referente às análises das produções da questão constante no quadro a seguir. A opção por essa questão deu-se pelo fato de apresentar maior diversidade de resoluções.

#### **Quadro 1** – Questão pertencente ao pré-teste

Na escola de Marli, o professor de ciências aplica provas que valem 100 pontos. Marli obteve uma média de 60 pontos nas primeiras quatro provas de ciências. Na quinta prova, ela conseguiu 80 pontos. Qual é a média de Marli em ciências após as cinco provas?

Fonte: PISA<sup>6</sup>

Cada participante foi identificado por meio de um código para preservar a sua identidade. Por exemplo, a codificação PMO1 foi utilizada para referir-se ao participante 01 do Pró-Matemática.

Em um primeiro momento, cada membro do grupo recebeu uma cópia da resolução da questão feita por outro e folhas em branco para que pudesse fazer suas anotações. Pediu-se que cada um realizasse uma análise dessa produção escrita buscando interpretar a estratégia e os procedimentos de resolução que foram utilizados e levantar hipóteses acerca da interpretação do enunciado da questão, além de tentar identificar indícios de dúvidas do colega a respeito do conteúdo matemático presente na resolução.

Em seguida, solicitou-se que elaborassem, a partir da análise realizada, perguntas que pudessem orientar o outro participante a ratificar ou retificar sua resolução e a esclarecer eventuais dúvidas.

Durante esse trabalho, pôde-se perceber que alguns professores apresentaram certa dificuldade relacionada, não com a análise da produção escrita, mas com a escrita das perguntas, isto é, em como estabelecer uma conversa por escrito com outra pessoa a respeito de um conteúdo matemático ou de notações utilizadas. Contudo, mesmo com certa dificuldade, aceitaram o desafio e se empenharam na realização dessa tarefa.

Dificuldade semelhante à descrita anteriormente foi relatada por Passos (2009) ao utilizar a análise da produção escrita como fio condutor da prática pedagógica por meio de provas em várias fases. Ao refletir a respeito dessa experiência, a autora constatou que as questões propostas aos estudantes não foram suficientes para promover a elaboração do conhecimento matemático. Em outra experiência com a prova em fases, Trevisan (2013) também constatou que os questionamentos feitos

6 <http://portal.inep.gov.br/pisa-programa-internacional-de-avaliacao-de-alunos>.

por ele, por escrito, aos alunos foram insuficientes e pouco contribuíram para que eles reconhecessem e corrigissem seus erros.

A seguir são apresentadas algumas resoluções, escolhidas arbitrariamente para exemplificar o trabalho realizado, da questão do Quadro 1 e as perguntas elaboradas a partir da análise dessas resoluções.

**Quadro 2** – Resoluções apresentadas e perguntas elaboradas<sup>7</sup> por participantes do projeto

Resolução apresentada por PM01 e perguntas elaboradas por PM02
<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p style="font-size: small; margin: 0;"> <math>P_1 - ?</math>  <math>P_2 - ?</math>  <math>P_3 - ?</math>  <math>P_4 - ?</math>  <math>P_5 = 80 \text{ pts}</math> </p> <p style="margin: 0;"><math>&gt; 60 \text{ pts}</math></p> <p style="font-size: small; margin: 0;"> <math>\frac{240}{5} = 48</math>  <math>\frac{240 + 80}{5} = 64</math> </p> <p>① A média de Manli em Ciências após as cinco provas é de 64 pontos. Justifique sua (como eu pensei)</p> <p>② <math>\left. \begin{matrix} P_1 = \text{média } 60 \\ P_2 = \text{ " } 60 \\ P_3 = \text{ " } 60 \\ P_4 = \text{ " } 60 \\ P_5 = 80 \text{ pontos} \end{matrix} \right\} \text{ Jomei as médias e os pontos da } P_5 \text{ e dividi pelas } 5 \text{ provas.}</math></p> <p style="margin: 0;"> <math>\frac{80 \text{ P}_5}{+ 60 \text{ média (que já foi feita)}}</math>  <math>\frac{140}{5} = 28</math>  <math>28 + 36 = 64</math> → média das 5 provas de Ciências                 </p> <p>③</p> </div> <div style="width: 50%; padding-left: 20px;"> <p>1) Dois questionamentos:</p> <p>a) Será que é ideal colocar a resposta antes da resolução?</p> <p>b) Foram encontradas duas respostas. Qual é a correta?</p> <p>2) Como outra pessoa irá concluir que todas as 4 notas serão 60?</p> <p>3) Qual a diferença entre os dois cálculos? Por que não deu a mesma resposta?</p> <p>4) Será que <math>\left\{ \begin{matrix} \text{a média de } P_1 \text{ é } 60? \\ \text{a média de } P_2 \text{ é } 60? \\ \text{a média de } P_3 \text{ é } 60? \\ \text{a média de } P_4 \text{ é } 60? \end{matrix} \right.</math></p> </div> </div>
Resolução apresentada por PM02 e perguntas elaboradas por PM12
<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p style="margin: 0;"> <math>Média = \frac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4}{4}</math> </p> <p style="margin: 0;"> <math>Média = 60</math>                      Como a média é 60 e suponho do que <math>P_1 = P_2 = P_3 = P_4</math>                      Termino que  <math>60 = \frac{P_1 + P_1 + P_1 + P_1}{4}</math>  <math>P_1 + P_1 + P_1 + P_1 = 240</math> </p> <p style="margin: 0;"> <math>Média = \frac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5}{5}</math>  <math>Média = \frac{240 + 80}{5}</math>  <math>Média = \frac{320}{5}</math>  <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">Média = 64</span> </p> </div> <div style="width: 50%; padding-left: 20px;"> <p>- Há algum erro na resolução?</p> <p>- Há outros tipos de média? Poderíamos usá-las nessa situação?</p> <p>- Há provas com médias iguais? Como seria o gráfico em barras dessas provas?</p> <p>- Se as provas 1, 2, 3, 4 tivessem peso 2,2,3,3,4, respectivamente, o que aconteceria com a média?</p> </div> </div> <div style="margin-top: 20px;"> <p style="margin: 0;"> <math>\frac{20}{5} = 4</math>                      aumentei 4 em cada média.                      ficando com a média de 64.                 </p> </div>

<sup>7</sup> As perguntas dos participantes foram transcritas tal como aparecem em suas anotações.

Resolução apresentada por PM04 e perguntas elaboradas por PM01	
$  \begin{array}{r}  V_T = 100 \\  M_M = 60 \\  M_{5^{ap}} = 80  \end{array}  \quad  \begin{array}{r}  60 \\  \times 4 \\  \hline  240  \end{array}  \quad  \begin{array}{r}  240 \\  + 80 \\  \hline  320  \end{array}  \quad  \begin{array}{r}  320 \overline{) 5x} \\  \underline{20} \phantom{0} \\  020 \phantom{0} \\  \underline{20} \phantom{0} \\  0  \end{array}  $ <p>R: A média de Marli em ciências é de 64 pontos, pois somamos a média das quatro primeiras provas com a última e dividimos por cinco, obtendo assim a média dos cinco provas de ciências.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) O que significa <math>V_T</math>, <math>M_M</math>, <math>M_{5^{ap}}</math>?</li> <li>2) O que representa a divisão por 5?</li> </ol>
Resolução apresentada por PM10 e perguntas elaboradas por PM02	
$  \begin{array}{l}  \textcircled{1} \quad 4 \begin{array}{l} \nearrow 15 \\ \rightarrow 15 = 60 \\ \searrow 15 \\ \downarrow 15 \end{array} \\  \textcircled{2} \quad 1x + 2x + 3x + 4x = 60 \\  \begin{array}{r}  60 \overline{) 4} \textcircled{1} \\  \underline{20} \phantom{0} \\  0  \end{array} \\  \textcircled{7}  \end{array}  \quad  \begin{array}{r}  21 \overline{) 150000} \\  \underline{140} \phantom{00} \\  80000 \\  \underline{70000} \phantom{0} \\  100000 \\  \underline{80000} \phantom{0} \\  200000 \\  \underline{140000} \phantom{0} \\  60000 \\  \underline{42000} \phantom{0} \\  180000 \\  \underline{140000} \phantom{0} \\  40000 \\  \underline{28000} \phantom{0} \\  12000  \end{array}  \quad  \begin{array}{r}  80 \\  + 60 \\  \hline  140 \overline{) 5} \textcircled{2} \\  \underline{40} \phantom{0} \\  0  \end{array}  \quad  \begin{array}{l}  R = \text{média } 28. \textcircled{6}  \end{array}  $	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) O que você quis representar neste esquema? O que significa o valor 15 e 60?</li> <li>2) Será que o que você representou em 1) está representado em 2)? Qual operação você quis realizar</li> <li>3) Que operação realizou e o que significa?</li> <li>4) Se você somou dois fatores, por que dividiu por 5?</li> <li>5) Se a média das 4 primeiras provas era 60 e na 5ª prova tirou 80, a média geral será maior ou menor que 60?</li> <li>6) A resposta foi dada de forma correta? (média 28)</li> <li>7) O que significa média?</li> </ol>
Resolução apresentada por PM11 e perguntas elaboradas por PM04	
$  \begin{array}{r}  100 - 60 \\  \hline  40 \times \\  100 \div 4 = 25 \textcircled{2} \\  100 \div 25 = 40 \textcircled{1} \\  40 + 25 = 65  \end{array}  \quad  \begin{array}{r}  25 \\  40 \\  \hline  65  \end{array}  $	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) Qual o resultado de <math>100 \div 5</math>? Qual o total de provas?</li> <li>2) Na questão fala: "obteve uma média de 60 pontos nas primeiras quatro provas". O que isso quer dizer?</li> <li>3) Aparece os 80 pontos que ela tirou na quinta prova?</li> <li>4) Qual é a média? Pois não dá para identificar a resposta.</li> </ol>

Fonte: Encontros do Pró-Matemática/Uel na Formação do Professor - 2013

A respeito das informações contidas nesse quadro, tem-se que:

- a resolução de PM01 foi analisada por PM02, que elaborou algumas perguntas relacionadas à organização da escrita e da presença de duas respostas para uma mesma questão;
- a resolução apresentada por PM02 foi analisada por PM12, cujas perguntas eram voltadas a auxiliar PM02 para além da resolução apresentada;
- a análise de PM01 da resolução de PM04 resultou em perguntas voltadas a esclarecer a notação utilizada por PM04 e para saber o motivo de se realizar uma divisão por cinco;

- a resolução apresentada por PM10 foi analisada por PM02 que elaborou uma questão para cada procedimento de resolução, possivelmente com o intuito de que PM10 refletisse na estratégia e nos procedimentos adotados;
- PM04 analisou a resolução apresentada por PM11 e elaborou questões voltadas a orientar PM11 em seu trabalho com essa questão.

Após essa etapa de trabalho, cada participante recebeu sua resolução com as perguntas feitas pelo colega para que pudesse analisá-las e tentar respondê-las.

O objetivo vislumbrado com esses dois momentos era o de que cada participante do PRÓ-MAT se sentisse responsável pelo seu processo de aprendizagem e também fosse solidário com o outro, além de ser um exercício para a prática docente na arte de formular questões que possam contribuir com a elaboração do conhecimento pelo aluno.

No quadro a seguir, são apresentadas as resoluções de dois participantes, as perguntas que foram elaboradas a partir de suas resoluções e as respostas que apresentaram para elas.

**Quadro 3** – Resoluções, perguntas elaboradas e respostas apresentadas por participantes do projeto

Resolução apresentada por PM01 e perguntas elaboradas por PM02								
<p> <math>P_1 = ?</math>  <math>P_2 = ?</math>  <math>P_3 = ?</math>  <math>P_4 = ?</math>  <math>P_5 = 80 \text{ pts}</math> </p> <p> <math>&gt; 60 \text{ pts}</math> </p> <p> <math>\frac{240}{3} = 80</math>  <math>\frac{340}{5} = 68</math>  <math>\frac{350}{5} = 70</math> </p> <p>             1) A média de marli em Ciências após as cinco provas é de 64 pontos.              Justificou-se (como eu pensei)         </p> <p>             2)             <table border="0"> <tr> <td> <math>P_1 = \text{média } 60</math>  <math>P_2 = \text{ " } 60</math>  <math>P_3 = \text{ " } 60</math>  <math>P_4 = \text{ " } 60</math>  <math>P_5 = 80 \text{ pontos}</math> </td> <td> <math>\left. \begin{array}{l} \text{Juntei as médias e os pontos da P5} \\ \text{e dividi pelos } 5 \text{ provas.} \end{array} \right\}</math> </td> </tr> </table> </p> <p> <math>80 \text{ pts}</math>  <math>+ 60 \text{ média (que já foi feita)}</math>  <math>\hline 140</math>  <math>\frac{140}{2} = 70</math> </p> <p> <math>70 \rightarrow</math> média das 5 provas de Ciências         </p> <p>3)</p>	$P_1 = \text{média } 60$ $P_2 = \text{ " } 60$ $P_3 = \text{ " } 60$ $P_4 = \text{ " } 60$ $P_5 = 80 \text{ pontos}$	$\left. \begin{array}{l} \text{Juntei as médias e os pontos da P5} \\ \text{e dividi pelos } 5 \text{ provas.} \end{array} \right\}$	<p>1) Dois questionamentos:</p> <p>a) Será que é ideal colocar a resposta antes da resolução?</p> <p>b) Foram encontradas duas respostas. Qual é a correta?</p> <p>2) Como outra pessoa irá concluir que todas as 4 notas serão 60?</p> <p>3) Qual a diferença entre os dois cálculos? Por que não deu a mesma resposta?</p> <p>4) Será que             <table border="0"> <tr> <td rowspan="4" style="font-size: 3em; vertical-align: middle;">}</td> <td>a média de <math>P_1</math> é 60?</td> </tr> <tr> <td>a média de <math>P_2</math> é 60?</td> </tr> <tr> <td>a média de <math>P_3</math> é 60?</td> </tr> <tr> <td>a média de <math>P_4</math> é 60?</td> </tr> </table> </p>	}	a média de $P_1$ é 60?	a média de $P_2$ é 60?	a média de $P_3$ é 60?	a média de $P_4$ é 60?
$P_1 = \text{média } 60$ $P_2 = \text{ " } 60$ $P_3 = \text{ " } 60$ $P_4 = \text{ " } 60$ $P_5 = 80 \text{ pontos}$	$\left. \begin{array}{l} \text{Juntei as médias e os pontos da P5} \\ \text{e dividi pelos } 5 \text{ provas.} \end{array} \right\}$							
}	a média de $P_1$ é 60?							
	a média de $P_2$ é 60?							
	a média de $P_3$ é 60?							
	a média de $P_4$ é 60?							
Respostas apresentada por PM01 às perguntas elaboradas por PM02								

- 1) a) Fiz duas tentativas, a tentativa acima, ou seja, a 1ª tentativa deve ser considerada a correta. Acredito que a resposta poderia sim ser colocada no final, visto que ela procede da resolução, no entanto, esta ordem não altera a forma como foi pensada a resolução.  
 b) É uma nota sugestiva, poderia ser 20+20+100+100.

Resolução apresentada por PM10 e perguntas elaboradas por PM02

① 4  $\begin{matrix} 15 \\ 15 \\ 15 \\ 15 \end{matrix} = 60$

②  $1x + 2x + 3x + 4x = 60$

60 4 ①  
20 15  
0

⑦

③  $\begin{matrix} 15 \\ 15 \\ 15 \\ 15 \\ \hline 60 \end{matrix}$

④  $\begin{matrix} 80 \\ + 60 \\ \hline 140 \end{matrix}$  ⑤  $\begin{matrix} 140 \\ \hline 28 \end{matrix}$

⑥ R = média 28.

1) O que você quis representar neste esquema? O que significa o valor 15 e 60?

2) Será que o que você representou em 1) está representado em 2)? Qual operação você quis realizar?

3) Que operação realizou e o que significa?

4) Se você somou dois fatores, por que dividiu por 5?

5) Se a média das 4 primeiras provas era 60 e na 5ª prova tirou 80, a média geral será maior ou menor que 60?

6) A resposta foi dada de forma correta? (média 28)

7) O que significa média?

Respostas apresentadas por PM10 às perguntas elaboradas por PM02

60  
60  
+ 60  
60  
-----  
240 | 4  
60  
-----  
0

média 64  
prova real

60  
60  
+ 60  
80  
-----  
320 | 5  
20 64  
-----  
0

1) Que em cada avaliação ele tirou 15 pontos e ficou com 60 pontos totais, mas aí a média seria 15 e não 60. errei

2) Não. No 2 as avaliações poderiam ter valor diferente que o total seria 60. Mas não a média.

3) O mesmo raciocínio errado do nº1.

4)  $\left. \begin{matrix} 4) \\ 5) \\ 6) \end{matrix} \right\}$  errado

7) Média é a soma de 4 números dividido por 4 ou a soma de 5 números dividido por 5. É a soma de uma quantidade de números por essa mesma quantidade.

Fonte: Encontros do Pró-Matemática/Uel na Formação do Professor - 2013

Com esse quadro, pode-se observar que

- PM01 responde apenas às questões 1 e 2 que foram elaboradas por PM02 e que as respostas apresentadas atendem, de certo modo, às questões formuladas. Em relação às demais perguntas, é possível que o participante não as tenha respondido por não conseguir, naquele momento, justificar a diferença entre as duas estratégias de resolução, apesar de percebê-las diferentes;
- por meio das perguntas que lhe foram feitas PM10 conseguiu perceber que sua estratégia e seu procedimento de resolução não conduziram à resposta correta para a questão. A partir disso, o participante utilizou outra estratégia de resolução que conduziu à resposta correta: Marli obteve média igual a 64 pontos.

Depois de respondidas as questões elaboradas pelos pares, as diferentes resoluções foram socializadas com todo o grupo. Cada participante escreveu a sua resolução no quadro. O objetivo foi discutir o conhecimento matemático dessa questão e as maneiras de resolvê-la.

Uma das primeiras questões que surgiu durante essa discussão foi sobre o conceito de média. Apesar de o enunciado da questão não explicitar a qual tipo de média se refere, a maioria dos participantes, por meio de suas resoluções e das discussões mostraram tratá-la como média aritmética simples e ter algum conhecimento a esse respeito. Vale salientar que nesse trabalho desenvolvido no Pró-Matemática não houve a intenção, durante a resolução do pré-teste ou em qualquer outro momento, de destacar no enunciado o tipo de média com o intuito de não limitar as possibilidades de maneiras de lidar dos participantes com a questão.

Com a informação de que Marli obteve uma média de 60 pontos nas primeiras quatro provas de ciências, não é possível afirmar qual foi a nota de Marli em cada uma das provas. A única afirmação que pode ser feita é de que a soma das notas das 4 primeiras provas foi de 240 pontos. Sendo assim, Marli pode ter tirado as notas  $20+20+100+100$ , conforme respondido por PM01 à pergunta elaborada por PM02. A partir dessa observação, comentou-se que a média é uma medida de tendência central que é influenciada pelos valores da série, valores altos podem “puxar” a média “para cima”, assim como valores baixos podem “puxar” a média “para baixo”.

Essa discussão permitiu investigar também outras medidas de tendência central, como a moda e a mediana, medidas fixas que não são influenciadas por valores altos ou valores baixos. Outra questão que surgiu foi o conceito de média ponderada. Como não é possível afirmar qual foi a nota de Marli em cada prova, estima-se que ela obteve 60 pontos em cada uma das provas e, para obter a média, atribui-se à média 60 peso 4 (proveniente das quatro provas) e à média 80 peso 1.

Após essa etapa, fez-se uma rodada de discussão com os participantes a fim de que pudessem apresentar suas considerações. Eles destacaram que, com esse trabalho, foi possível estar tanto no papel de professor, quanto no papel de aluno. Segundo eles, enquanto professores puderam analisar a produção escrita em matemática, analisar respostas corretas e incorretas, elaborar questões que pudessem auxiliar a sanar dúvidas. Destacaram que, em muitas ocasiões, durante o trabalho em sala de aula, quando da proposição de um problema para os alunos, o professor não pensa na possibilidade de que podem surgir estratégias de resolução diferentes da que ele considera correta. Enquanto alunos precisaram resolver questões tal como exigem

de seus alunos, responder perguntas elaboradas por outrem acerca da resolução que apresentaram, tiveram que pensar a respeito do que fizeram e de como deveriam escrever para que suas “ideias” ficassem “claras” para outra pessoa.

Os participantes destacaram que somente quando estavam lendo as perguntas elaboradas por outra pessoa acerca de suas resoluções é que se deram conta de que às vezes as perguntas que elaboram para seus alunos, oralmente ou por escrito, não os auxiliam e sim acabam por gerar mais dúvidas.

Tendo isso em vista, considera-se que as perguntas elaboradas a partir da análise das produções escritas apresentadas foram pertinentes no sentido de provocarem essa reflexão, como foi destacado pelos participantes.

### Algumas considerações

Pode-se dizer que, com esse trabalho, os participantes do projeto puderam refletir e discutir a respeito do conhecimento que possuem de conteúdos matemáticos, do trabalho que com eles fazem e das situações que tanto eles como seus alunos vivenciam em sala de aula.

Também, se pode dizer que o trabalho foi uma oportunidade para exercerem o papel de professor e de aluno na tarefa de formular e responder questões que contribuem com a elaboração do conhecimento matemático como uma atividade humana e não meramente como a reprodução da ação alheia.

Os participantes do PRÓ-MAT tornaram-se responsáveis pelo seu processo de aprendizagem e também exercitaram a arte de formular questões visando contribuir com a elaboração do conhecimento matemático pelo aluno. Segundo Trevisan (2013, p. 139) o “aprimoramento dessa ‘arte de fazer perguntas’ deve ser um exercício constante na prática do professor”.

Um caminho para iniciar esse aprimoramento são os espaços de formação continuada nos quais os professores podem exercer tanto o papel de professor quanto o de aluno conforme aqui relatado.

### Referências

- ALMEIDA, V. L. C. de. **Questões não-rotineiras**: a produção escrita de alunos da graduação em Matemática. 2009. 144f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2009.
- ALVES, R. M. F. **Estudo da produção escrita de alunos do Ensino Médio em questões de matemática**. 2006. 158f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2006.
- BEZERRA, G. C. **Registros escritos de alunos em questões não-rotineiras da área de conteúdo quantitativo**: um estudo. 2010. 183f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2010.
- BURIASCO, R. L. C. de. **Avaliação em Matemática**: um estudo das respostas de alunos e professores. 1999. 238f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Marília, 1999.
- BURIASCO, R. L. C. de. Sobre Avaliação em Matemática: uma reflexão. **Educação em Revista**, Belo Horizonte: Faculdade de Educação da UFMG. no. 36, dez. 2002, p.255-263.
- BURIASCO, R. L. C. de. Análise da produção escrita: a busca do conhecimento escondido. In: XII ENDIPE - ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO, 2004, Curitiba. **Anais**. Curitiba: Editora Champagnat, 2004. v. 3, p. 243-251.
- CELESTE, L. B. **A Produção escrita de alunos do Ensino Fundamental em questões de matemática do PISA**. 2008. 85f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

CIANI, A. B. **O realístico em questões não-rotineiras de matemática**. 2011. 166f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

DALTO, J. O. **A produção escrita em matemática**: análise interpretativa da questão discursiva de matemática comum à 8ª série do Ensino Fundamental e a 3ª série do Ensino Médio da AVA/2002. 2007. 100f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

FERREIRA, P. E. A. **Análise da produção escrita de professores da educação básica em questões não-rotineiras de matemática**. 2009. 166f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.

LOPEZ, J. M. S. **Análise interpretativa de questões não-rotineiras de matemática**. 2010. 141f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.

NAGY-SILVA, M. C. **Do observável ao oculto**: um estudo da produção escrita de alunos da 4ª série em questões de matemática. 2005. 114f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

NEGRÃO de LIMA, R. C. **Avaliação em matemática**: análise da produção escrita de alunos da 4ª série do Ensino Fundamental em questões discursivas. 2006. 181f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2006.

PASSOS, A. Q.; BURIASCO, R. L. C. **A prova em duas fases**: uma experiência na 1ª série do Ensino Médio. 2009. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1505-8.pdf>>. Acesso em: 01 out. 2011.

PEREGO, S. C. **Questões abertas de matemática**: um estudo de registros escritos. 2005. 103f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

PEREGO, F. **O que a produção escrita pode revelar?** Uma análise de questões de matemática. 2006. 128f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2006.

PERROT, G. **Formação dos professores de Matemática**: um exemplo de cooperação educativa franco-brasileira. França-Flash TECNOLOGIA DE PONTA, São Paulo: CENDOTEC, n.13, out.-dez. 1997, p. 3-6.

PIRES, M. N. M.; BURIASCO, R. L. C. de. Prova em fases: instrumento para aprender. In: V SIPEM – SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2012, Petrópolis. **Anais...** Petrópolis, 2012, p.1-17.

PIRES, M. N. M. **Oportunidade para aprender**: uma prática da reinvenção guiada na prova em fases. 2013. 122 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e educação matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

SANTOS, E. R. **Estudo da produção escrita de alunos do Ensino Médio em questões discursivas não-rotineiras de matemática**. 2008. 166f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SANTOS, E. R. **Análise da produção escrita em matemática**: de estratégia de avaliação a estratégia de ensino. 2014. 156f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014

SEGURA, R. O. **Estudo da produção escrita de professores em questões discursivas de matemática**. 2005. 176f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

TREVISAN, A. L. **Prova em fases e um repensar da prática avaliativa em Matemática**. 2013. 168f. Tese de doutorado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. **O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em matemática**. 2007. 108f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.